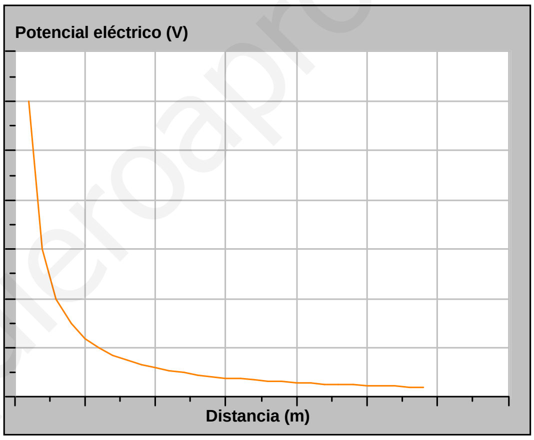
Actividad 1

[a] Explica el concepto de potencial electrostático en un punto.
[b] Dibuja aproximadamente en un sistema de coordenadas el gráfico que relaciona el potencial creado por una carga puntual positiva (eje vertical) con la distancia a dicha carga (eje horizontal), situando la carga en el origen de coordenadas.
[c] Si en una región del espacio el campo eléctrico es nulo, ¿qué podrías decir del potencial en dicha región?

Respuesta

[a] El potencial eléctrico en un punto es el trabajo que debe realizar una fuerza eléctrica para mover una carga unitaria "q" desde ese punto hasta el infinito, donde el potencial es cero. Dicho de otra forma, es el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer una carga unitaria "q" desde el infinito hasta el punto considerado en contra de la fuerza eléctrica. Matemáticamente se expresa por: $V = \frac{W}{q}$. Para el caso de una carga puntual Q, el potencial eléctrico a una distancia r es: $V = k\frac{Q}{r}$.

[b] A partir de la ecuación anterior, se puede escribir: $Vr = \text{constante}$, lo que significa que el potencial eléctrico es inversamente proporcional a la distancia a la carga que crea el campo; por lo tanto,



[c] Sean A y B dos puntos de la citada región. La ddp entre ellos, de acuerdo con el significado que le damos a esta magnitud, se calcula mediante la expresión: $V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$. Si el campo eléctrico es nulo, lo será la integral y la ddp V_{AB}; esto significa que el potencial es **constante** en dicha región.

Actividad 2

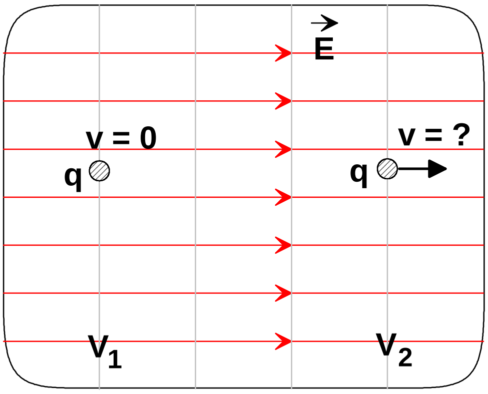
Nuestra experiencia se va a desarrollar en una región del espacio en donde existe un campo eléctrico uniforme. Una partícula de masa *m* y carga *q* se deposita sin velocidad en un punto donde el potencial vale V_1.

[a] Calcula la velocidad de la partícula cuando pase por otro punto en donde el potencial sea V_2.

[b] Si el campo eléctrico no fuera uniforme, pero los valores de V_1 y V_2 fueran los mismos, ¿sería diferente la respuesta del apartado anterior? Razona la contestación.

Respuesta

[a] La figura muestra un esquema del campo eléctrico descrito: Las líneas de fuerzas se han trazado equidistantes para recoger la idea de la uniformidad del campo; por otro lado, las líneas equipotenciales son rectas perpendiculares a las líneas de fuerzas, cumpliéndose, además, que $V_1 > V_2$.



La energía mecánica se conserva, por lo que $E_{m,\,inicial} = E_{m,\,final}$; $qV_1 = \frac{1}{2}mv^2 + qV_2$; $q(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}mv^2$; $v = \sqrt{\frac{2q(V_1 - V_2)}{m}}$.

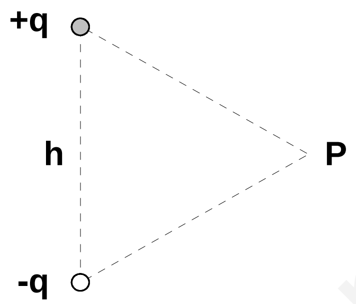
Se observa que el resultado tiene sentido, ya que el radicando es positivo ($V_1 > V_2$).

[b] Si el campo eléctrico no fuera uniforme, el esquema de líneas de fuerza y líneas equipotenciales no sería tan sencillo como el dibujado anteriormente. Sin embargo, la expresión matemática asociada a la conservación de la energía mecánica sería la misma; en consecuencia, la respuesta coincidiría con la del apartado anterior.

Actividad 3

Dos cargas eléctricas, del mismo valor absoluto pero distinto signo, están separadas una distancia *h*.

[a] Calcula y dibuja el campo eléctrico en el punto P, que forma con las dos cargas un triángulo equilátero.
[b] Calcula el potencial en el punto P.



Respuesta

[a] En primer lugar, hay que hacer una precisión terminológica: la pregunta se refiere a "calcular y dibujar la **intensidad del campo eléctrico resultante** en el punto P". La intensidad del campo eléctrico resultante es la suma vectorial de las intensidades debidas a los campos eléctricos de las dos cargas. Comenzamos, por lo tanto, dibujando dichos vectores: $\vec{E}_+$ y $\vec{E}_-$ (fig. 1). Por la simetría de la distribución, vemos que estas intensidades tienen el mismo módulo: $E_+ = E_- = \frac{kq}{h^2}$. Para hacer la suma vectorial descomponemos estos vectores según el sistema de referencia mostrado en la fig. 2. Se cumple que las componentes X se anulan entre sí y que las componentes Y son iguales; por lo tanto, el **módulo** de la intensidad del campo eléctrico resultante es: $E_{total} = 2E_{+,y} = 2 \cdot \frac{kq}{h^2} \cdot \cos 60 = \frac{\sqrt{3}\,kq}{h^2}$. La **dirección** y el **sentido** de la intensidad del campo eléctrico resultante coinciden con el sentido negativo del eje Y.

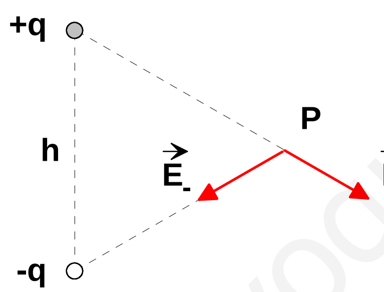


Fig. 1

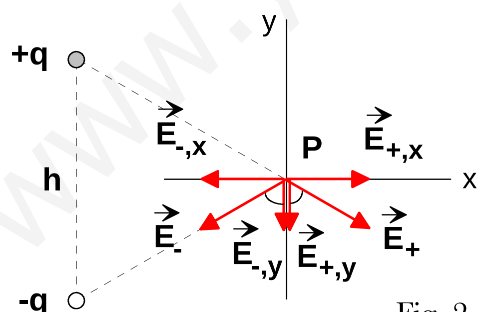


Fig. 2

[b] El potencial eléctrico total es la suma de los potenciales eléctricos debidos a las dos cargas: $V_{total} = k\frac{q}{h} - k\frac{q}{h} = 0$.

☙ Actividad 4

Una partícula cargada negativamente, con masa m = $8\cdot10^{-20}$ kg y carga q = $-2\cdot10^{-18}$ C, describe órbitas circulares alrededor de otra partícula mucho mayor, de masa M = $4\cdot10^{-12}$ kg y carga positiva Q = $3\cdot10^{-10}$ C, a la que supondremos inmóvil. La partícula pequeña emplea un tiempo t = $7{,}65\cdot10^{-10}$ s en dar una vuelta completa. No tendremos en cuenta la atracción gravitatoria entre ambas partículas.

[a] Calcula el radio de la órbita que describe la partícula pequeña.

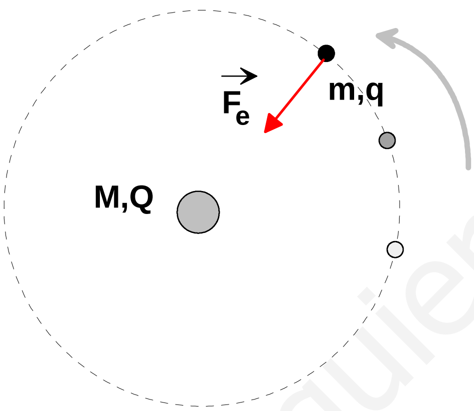
[b] Al no haber tenido en cuenta la fuerza gravitatoria, se puede pensar que estamos cometiendo cierto error. ¿Piensas que dicho error es despreciable? Razona numéricamente tu respuesta.

{DATOS: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9\cdot10^9$ U.S.I. Constante de la Gravitación Universal, G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ U.S.I.}

Respuesta

[a] En primer lugar, hay que aclarar que las siglas U.S.I. no corresponden a ninguna unidad militar de la 2ª guerra mundial, sino que hacen referencia a las unidades de medida; significa "Unidades del Sistema Internacional".

Comenzamos la resolución con un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula pequeña:



La única fuerza que actúa sobre esta partícula es la fuerza de atracción electrostática, que se comporta como fuerza centrípeta; por lo tanto, de acuerdo con la 2ª ley de Newton: $F_{neta} = ma_c$; $k\frac{Q|q|}{R^2} = m\omega^2 R$; la partícula lleva un movimiento circular uniforme, por lo que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, siendo T el periodo del movimiento. La expresión de la 2ª ley se escribe, entonces: $k\frac{Q|q|}{R^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}R$ $R^3 = \frac{kQ|q|T^2}{4\pi^2 m}$. Al sustituir los valores, queda:

$R^3 = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-10}\cdot2\cdot10^{-18}(7{,}65\cdot10^{-10})^2}{4\pi^2\cdot8\cdot10^{-20}} = 10^{-18}$

$R = 10^{-6} m.$

[b] Vamos a calcular, para este sistema de dos partículas, los valores de las fuerzas gravitatoria y eléctrica: $\frac{F_g}{F_e} = G\frac{Mm}{R^2} \div k\frac{Q|q|}{R^2} = \frac{GMm}{kQ|q|} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{-12}\cdot8\cdot10^{-20}}{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-10}\cdot2\cdot10^{-18}} = \frac{2{,}13\cdot10^{-41}}{5{,}4\cdot10^{-18}} = 3{,}94\cdot10^{-24}$. Esto significa que la fuerza gravitatoria es ¡cuatrillones de veces! menor que la fuerza eléctrica; no se ha cometido ningún error al omitir la fuerza gravitatoria en el apartado anterior.

Actividad 5

Dos partículas con cargas $q_1 = 1\mu C$ y $q_2 = 2\mu C$ están separadas una distancia d = 0,5 m.

[a] Calcula la fuerza que actúa sobre la segunda y su energía potencial electrostática.

[b] Si q_2 puede moverse, partiendo del reposo, ¿hacia dónde lo hará? Calcula su energía cinética cuando se halla desplazado 0,2 m respecto a su posición inicial. ¿Cuánto trabajo habrá realizado hasta entonces el campo eléctrico?

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*

Respuesta

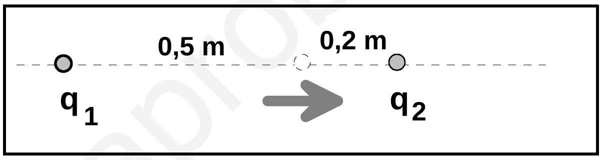
[a] Las dos partículas se repelen con una fuerza eléctrica de módulo:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0{,}25} = 7,2 \cdot 10^{-2}\ N.$$

La energía potencial electrostática se calcula mediante:

$$U = k\frac{q_1 q_2}{d} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0{,}5} = 3,6 \cdot 10^{-2}\ J.$$

[b] La partícula de carga q_2 se moverá en la dirección de la recta que une las cargas y alejándose de la otra partícula cargada, pues existe una fuerza de repulsión.



La energía mecánica se conserva, por lo que: $E_{m,\ inicial} = E_{m,\ final}$; $U_i = E_{c,\ final} + U_f$; la energía cinética final es, entonces, $E_{c,\ final} = U_i - U_f = k\frac{q_1 q_2}{r_1} - k\frac{q_1 q_2}{r_2} = kq_1 q_2(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$; al hacer la aplicación numérica queda $E_{c,\ final} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}7}\right) = 1,1 \cdot 10^{-2}\ J.$

Por el teorema del trabajo y la energía cinética, el trabajo neto sobre la carga q_2, que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica, es igual a la variación de su energía cinética; en consecuencia, $W_{eléctrico} = \Delta E_c = 1,1 \cdot 10^{-2}\ J$. Otra forma de hacerlo es considerar que el trabajo realizado por las fuerzas del campo eléctrico es igual, con signo "-", a la variación de la energía potencial: $W_{eléctrico} = -\Delta U = U_i - U_f = 1,1 \cdot 10^{-2}\ J.$

Actividad 6

En una región del espacio existe un campo eléctrico uniforme E = 1000 N/C. En un punto P de esta región, donde supondremos que el potencial eléctrico es nulo, V(P) = 0, liberamos un protón con una velocidad inicial nula. Calcula su energía potencial y su velocidad cuando haya recorrido una distancia d = 10 cm.

{DATOS: $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $m_p = 1{,}7\cdot10^{-27}$ kg}

Respuesta

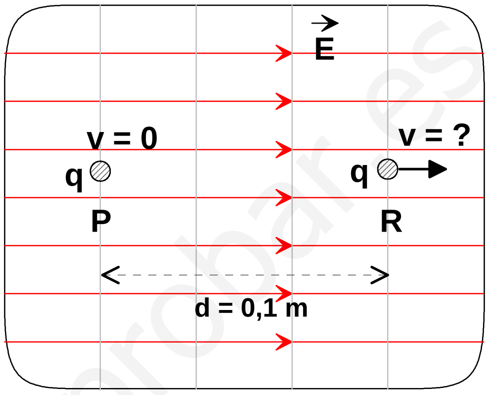
[a] La figura muestra un esquema de la situación descrita en el enunciado. Como el campo eléctrico es uniforme, la diferencia de potencial entre los puntos R y P vale:

$V(R) - V(P) = -Ed$; como V(P) = 0,

$V(R) = -Ed = -10^3(\frac{N}{C})\cdot 0,1(m) = -10^2(V)$.

La energía potencial eléctrica del protón en el punto R es, entonces,

$U(R) = eV(R) = (1,6\cdot10^{-19}C\cdot(-10^2 V) =$
$= -1,6\cdot10^{-17}(J)$.



[b] La velocidad del protón en el punto R se obtiene a partir de la conservación de la energía mecánica. La energía mecánica en el punto P es nula, por serlo las energías cinética y potencial eléctrica; por lo tanto, también la energía mecánica del protón en el punto R será nula, por lo que se puede escribir:

$\frac{1}{2}m_p v_R^2 + U(R) = 0;\ v_R^2 = -\frac{2U(R)}{m_p} = \frac{3,2\cdot10^{-17}(J)}{1,7\cdot10^{-27}(kg)} = 1,9\cdot10^{10}\left(\frac{m^2}{s^2}\right);\ v_R = 1,4\cdot10^5(\frac{m}{s})$.

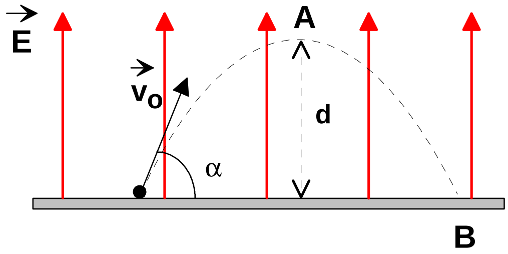
Actividad 7

Una placa conductora cargada positivamente crea en sus proximidades un campo eléctrico uniforme E = 1000 V/m, tal y como se muestra en la figura. Desde un punto de la placa se lanza un electrón con velocidad v_o = 10^7 m/s formando un ángulo $\alpha = 60^o$ con dicha placa, de forma que el electrón describirá una trayectoria como la indicada en la figura.

[a] En el punto A, el más alejado de la placa, ¿con qué velocidad se mueve el electrón? Respecto al punto inicial, ¿cuánto ha variado su energía potencial electrostática? Calcula la distancia d entre el punto A y la placa.

[b] Determina la velocidad (módulo y orientación) del electrón cuando choca con la placa (punto B).

{DATOS: e = 1,6·10^{-19} C, m_e = 9,1·10^{-31} kg}



Respuesta

[a] Sobre el electrón está actuando una fuerza, vertical y hacia abajo, de módulo eE, siendo e el valor absoluto de la carga del electrón; la aceleración, también vertical y hacia abajo, del electrón vale $a_y = \frac{eE}{m_e}$. Si se toma como origen de coordenadas la posición inicial del electrón, la posición del electrón, en cualquier instante, está dada por $\begin{cases} x = v_{ox}t = (v_o \cos \alpha)t \\ y = v_{oy}t - \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_o \, sen \, \alpha)t - \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 \end{cases}$. Las componentes de la velocidad instantánea del electrón son $\begin{cases} v_x = v_{ox} = v_o \cos \alpha \\ v_y = v_{oy} - a_y t = v_o \, sen \, \alpha - \frac{eE}{m_e}t \end{cases}$. En el punto A, la componente y de la velocidad es nula, por lo que en dicho punto la velocidad del electrón es: $v_A = v_x = v_o \cos \alpha = 5 \cdot 10^6 \left(\frac{m}{s}\right)$.

[b] En primer lugar, calculamos el tiempo que tarda el electrón en volver a la placa; se debe cumplir, entonces, que $y = 0$; es decir, $(v_o \, sen \, \alpha)t - \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}t^2 = 0$, ecuación que, además de la evidente $t = 0$, tiene la solución $t = \frac{2m_e v_o \, sen \, \alpha}{eE} = \frac{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7 \cdot sen \, 60}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} = 9{,}9 \cdot 10^{-8} s$. Las componentes de la velocidad en ese instante son $\begin{cases} v_x = 10^7 cos \, 60 = 5 \cdot 10^6 \left(\frac{m}{s}\right) \\ v_y = 10^7 \, sen \, 60 - 1{,}8 \cdot 10^{14} \cdot 9{,}9 \cdot 10^{-8} = -9{,}1 \cdot 10^6 \left(\frac{m}{s}\right) \end{cases}$. El módulo de la velocidad en el punto B es: $v_B = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10^6 \sqrt{5^2 + (-9{,}1)^2} = 10^7 \left(\frac{m}{s}\right)$. Este valor coincide con el de la velocidad inicial; ello es debido a que la energía mecánica se conserva.

Esta velocidad forma con la horizontal un ángulo tal que $tg \, \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-9{,}1 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = -1{,}82$; $\beta = -61^o \simeq -60^o$.

Actividad 8

[a] Explica el concepto de *potencial eléctrico*. ¿Qué potencial eléctrico crea una carga puntual? Dibuja sus superficies equipotenciales.

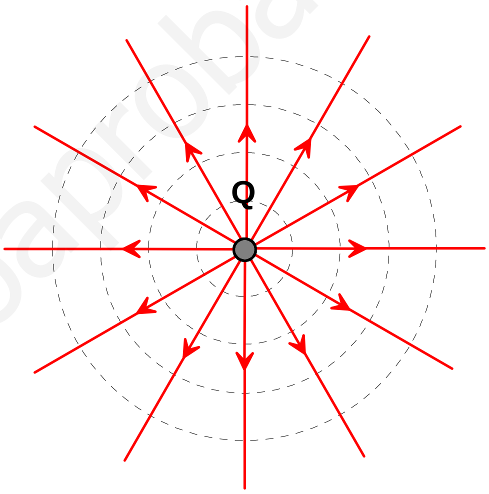
[b] Considera dos cargas puntuales fijas q_1 = 1 μC y q_2 = -2 μC separadas una distancia L = 30 cm. Determina la distancia a q_1 del punto sobre la recta que une ambas cargas donde el potencial eléctrico es nulo. ¿Es también nulo allí el campo eléctrico?

Respuesta

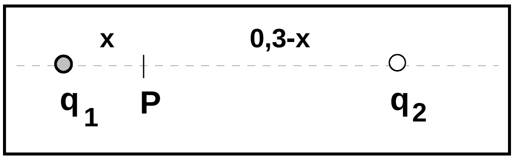
[a] El potencial eléctrico en un punto cualquiera del campo se define como la energía potencial eléctrica por unidad de carga positiva en dicho punto. También representa el trabajo realizado, contra las fuerzas del campo, para llevar la unidad de carga positiva desde el nivel de referencia hasta el punto considerado.

El potencial eléctrico creado por una carga puntual Q a un distancia r de la carga está dado por: $V = k\frac{Q}{r}$, de donde se deduce que el potencial eléctrico tiene el mismo signo que la carga que produce el campo.

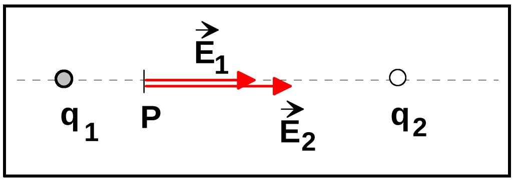
Una superficie equipotencial es el lugar geométrico de los puntos en los que el potencial es constante. De acuerdo con la expresión anterior, V será constante cuando lo sea la distancia r; en consecuencia, el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro fijo es una **circunferencia**, al tiempo que el lugar geométrico de los puntos del espacio que están a la misma distancia de otro fijo es una **superficie esférica**. La figura muestra, referido al plano del papel, las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales para una carga puntual. Se observa que las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de fuerza.



[b] Supongamos que el potencial eléctrico total es nulo en el punto P del esquema de la figura. Se cumplirá, entonces, que: $k\frac{q_1}{x} + k\frac{q_2}{0,3-x} = 0$; tras dividir todo por k, se llega a: $q_1(0,3-x) = -q_2 x$; $10^{-6}(0,3-x) = 2\cdot 10^{-6}x$; $0,3-x = 2x$; $0,3 = 3x$; $x = 0,1(m)$.



Por otro lado, la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto P nunca puede ser nula, ya que las intensidades de campo eléctrico, debidas a las dos cargas, son vectores de la misma dirección y el mismo sentido.



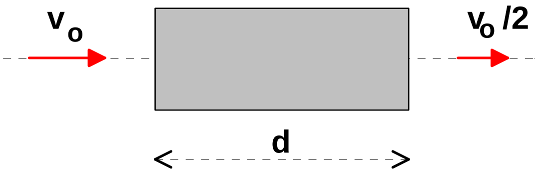
Actividad 9

Un electrón con energía cinética inicial de 100 eV penetra en la región sombreada de la figura, de anchura d = 10 cm, donde se sabe que existe un campo eléctrico uniforme. Se observa que el electrón atraviesa dicha región sin desviarse de su trayectoria rectilínea inicial, pero su velocidad de salida es la mitad de la inicial. Calcula:

[a] La velocidad inicial v_o del electrón.

[b] El módulo y la orientación del campo eléctrico dentro de esa región.

{DATOS: e = 1,6·10^{-19} C, m_e = 9,1·10^{-31} kg}



Respuesta

[a] El “electrón-voltio” (eV) es una unidad de energía que representa la energía que adquiere un electrón cuando es acelerado por una diferencia de potencial de un voltio; su equivalencia con el julio (J) es: $1eV = 1,6\cdot 10^{-19}(C).1(V) = 1,6\cdot 10^{-19}$ J.

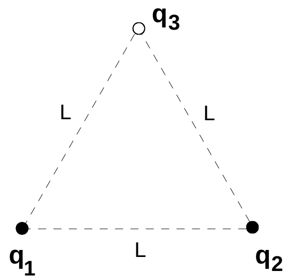
La velocidad inicial v_o del electrón se calcula mediante:

$v_o = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{3,2\cdot 10^{-17}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 5,9\cdot 10^6(\frac{m}{s})$.

[b] Sean A y B los puntos inicial y final de la trayectoria del electrón dentro del campo eléctrico uniforme. La conservación de la energía mecánica exige que: $E_{m,A} = E_{m,B}$, es decir, $\frac{1}{2}m_e v_o^2 - eV(A) = \frac{1}{2}m_e\frac{v_o^2}{4} - eV(B)$, donde ya se ha introducido el signo de la carga del electrón; dicha expresión se puede escribir: $\frac{3}{8}m_e v_o^2 = e[V(A) - V(B)]$. Por otro lado, al ser el campo eléctrico uniforme, la diferencia de potencial entre los puntos A y B se relaciona con la intensidad del campo eléctrico mediante: $V(A) - V(B) = Ed$; llevando este resultado a la ecuación anterior, queda: $\frac{3}{8}m_e v_o^2 = eEd$, de donde se deduce que el módulo del campo eléctrico es: $E = \frac{3m_e v_o^2}{8ed} = \frac{3\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot(5,9\cdot 10^6)^2}{8\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,1} = 7,4\cdot 10^2(\frac{N}{C})$. La orientación del campo eléctrico se obtiene del siguiente razonamiento: el electrón es frenado en el campo eléctrico, por lo que la fuerza que actúa sobre el mismo, está dirigida hacia la izquierda; como la carga del electrón es negativa, la intensidad del campo eléctrico será un vector horizontal y dirigido hacia la derecha.

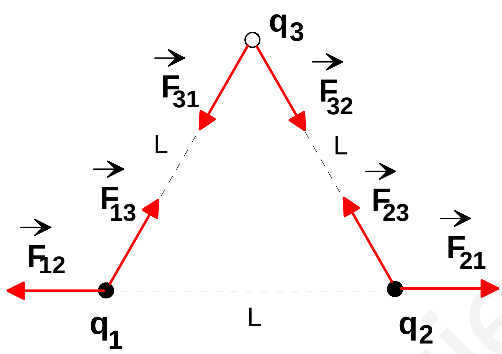
Actividad 10

[a] Escribe y comenta la *ley de Coulomb*.
[b] Tres cargas puntuales $q_1 = q_2 = 1$ mC y $q_3 = -1$ mC están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado L = 10 cm. Calcula la fuerza eléctrica (módulo y orientación) que actúa sobre cada una de ellas.
{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*



Respuesta

[a] Véase el libro de Física.
[b] En primer lugar, se dibuja las fuerzas que actúan sobre cada carga. La carga q_3 es atraída por las cargas q_1 y q_2, al tiempo que estas dos se repelen. A continuación se calcula los módulos de dichas fuerzas. Por los valores de las cargas, vemos que todas las fuerzas tienen el mismo módulo:



$9 \cdot 10^9 \frac{10^{-3} 10^{-3}}{0,1^2} = 9 \cdot 10^5 (N)$.

Fuerza resultante sobre q_1

Las componentes de esta fuerza son:

$$\begin{cases} Eje\ X: F_x(q_1) = -F_{12} + F_{13} \cos 60 \\ Eje\ Y:\ F_y(q_1) = F_{13} \text{ sen } 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x(q_1) = -4,5 \cdot 10^5 (N) \\ F_y(q_1) = 7,8 \cdot 10^5 (N) \end{cases}$$

Módulo:

$F(q_1) = 10^5 \sqrt{(-4,5)^2 + 7,8^2} = 9 \cdot 10^5 (N)$

Dirección y sentido: tg $\alpha = \frac{-4,5}{7,8} = -0,58$; $\alpha = -30^o, 150^o, \ldots$ En este caso, la dirección y sentido de la fuerza resultante sobre q_1 forma un ángulo de 150º con el sentido +X.

Fuerza resultante sobre q_2

Dada la simetría de la distribución de las cargas, las componentes de esta fuerza son:
$\begin{cases} F_x(q_2) = 4,5 \cdot 10^5 (N) \\ F_y(q_2) = 7,8 \cdot 10^5 (N) \end{cases}$, por lo que el módulo es la misma es $9 \cdot 10^5$ N y su dirección y su sentido forman un ángulo de 30º con el sentido +X.

Fuerza resultante sobre q_3

Vemos, dada la simetría, que las componentes horizontales de las fuerzas F_{31} y F_{32} dan resultante nula; por lo tanto, esta fuerza resultante sólo tiene componente vertical:
$F_y(q_3) = -2F_{31} \text{sen } 60 = -1,6 \cdot 10^6 (N)$. El módulo de esta fuerza es, obviamente, $1,6 \cdot 10^6$ N y su dirección y su sentido son vertical y hacia abajo.

☙ Actividad 11

[a] Explica el concepto de energía potencial eléctrica. ¿Qué energía potencial eléctrica tiene una partícula de carga q_2 situada a una distancia r de otra carga q_1?

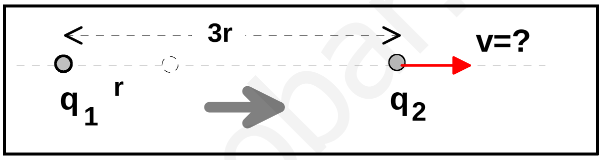
[b] Una partícula de carga $q_1 = 0,1\ \mu C$ está fija en el vacío. Se sitúa una segunda partícula de carga $q_2 = 0,5\ \mu C$ y masa m = 0,1 g a una distancia r = 10 cm de la primera. Si se suelta q_2 con velocidad inicial nula, se moverá alejándose de q_1. ¿Por qué? Calcula su velocidad cuando pasa por un punto a una distancia 3r de q_1.

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La partícula de carga q_2 se mueve alejándose de q_1 porque existe una fuerza de repulsión entre ambas. Para calcular la velocidad aplicamos la ley de conservación de la energía mecánica.



Se cumple que: $E_{m,\ inicial} = E_{m,final}$, esto es, $k\frac{q_1q_2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 + k\frac{q_1q_2}{3r}$, de donde se deduce que:

$$\frac{1}{2}mv^2 = kq_1q_2(\frac{1}{r} - \frac{1}{3r}) = kq_1q_2(\frac{2}{3r});$$

$$v^2 = \frac{4kq_1q_2}{3rm} = \frac{4\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-6}\cdot 0,5\cdot 10^{-6}}{3\cdot 0,1\cdot 10^{-4}} = 600(\frac{m^2}{s^2});$$

$$v = 24,5(\frac{m}{s}).$$

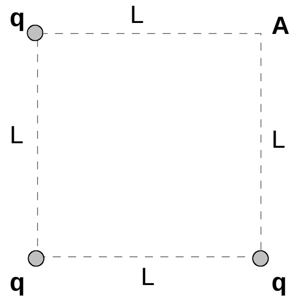
Actividad 12

[a] Explica el concepto de *campo eléctrico*. ¿Qué campo eléctrico crea una carga puntual?

[b] Tres partículas con cargas iguales $q = 1\,\mu C$ están situadas en los vértices de un cuadrado de lado L = 10 cm. Calcula el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el vértice vacante, A.

[c] ¿Qué fuerza eléctrica actuaría sobre una carga $q' = -2\,\mu C$ situada en este último punto?

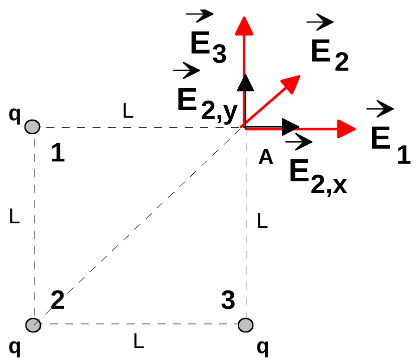
{*DATO:* $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el punto A. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas intensidades de campo eléctrico:



$E_1 = E_3 = k\frac{q}{L^2}$; $E_2 = k\frac{q}{2L^2}$, ya que la diagonal del cuadrado vale $\sqrt{2}\,L$. A continuación, como hay que aplicar el principio de superposición, se obtiene las componentes del vector $\vec{E}_2$:

$E_{2,x} = E_{2,y} = E_2\frac{\sqrt{2}}{2} = k\sqrt{2}\,\frac{q}{4L^2}$.

Las componentes de la intensidad del campo eléctrico resultante en A son, entonces,

$$\begin{cases} E_x(A) = k\frac{q}{2L^2} + k\sqrt{2}\,\frac{q}{4L^2} = \frac{kq}{2L^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ E_y(A) = k\frac{q}{2L^2} + k\sqrt{2}\,\frac{q}{4L^2} = \frac{kq}{2L^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \end{cases}$$

Intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A

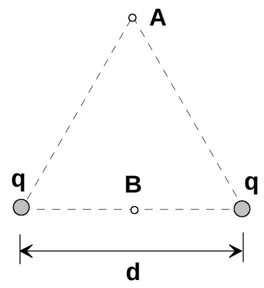
Módulo: $E(A) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{kq}{2L^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{kq}{2L^2}(\sqrt{2}+1) = 1,1 \cdot 10^6(\frac{N}{C})$.

Dirección y sentido: dado que las dos componentes son iguales, este vector forma un ángulo de 45º con la horizontal.

[c] Sobre la carga q' actuaría una fuerza de módulo: F = q'E = $2\cdot10^{-6}$ (C)·$1,1\cdot10^{6}$ (N/C) = 2,2 N, en la dirección de la diagonal del cuadrado y sentido hacia el vértice 2.

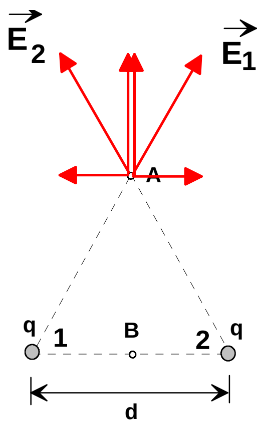
Actividad 13

[a] Explica el concepto de *campo eléctrico* creado por una o varias partículas cargadas.
[b] Dos partículas, con carga $q = 0,8\,\mu C$ cada una, están fijas en el vacío y separadas una distancia d = 5 m. Determina el vector campo eléctrico que producen estas cargas en el punto A, que forma un triángulo equilátero con ambas.
[c] Calcula el campo y el potencial eléctricos en el punto medio entre las cargas, B.
{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}



Respuesta

[a] Véase cualquier libro de Física.
[b] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el punto A. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas intensidades de campo eléctrico: $E_1 = E_2 = k\frac{q}{d^2}$.



A continuación, se aplica el principio de superposición; es cómodo hacerlo mediante componentes, por lo que hay que obtener las componentes X e Y de estos dos vectores. Vemos que las componentes horizontales se anulan entre sí, por lo que la intensidad del campo eléctrico resultante sólo tiene componente vertical.

Intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A
Módulo: $E(A) = 2E_1 \text{ sen } 60 = 2k\frac{q}{d^2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\,kq}{d^2}$;
$E(A) = \frac{\sqrt{3}\cdot 9\cdot 10^9\cdot 0,8\cdot 10^{-6}}{25} = 5 \cdot 10^2(\frac{N}{C})$.
Dirección y sentido: vertical y hacia arriba.

[c] La intensidad del campo eléctrico resultante en el punto B es cero, ya que las intensidades individuales son dos vectores opuestos (mismo módulo, misma dirección y sentidos opuestos).
El potencial eléctrico total en el punto B es la suma de los potenciales eléctricos individuales, esto es, $V(B) = 2k\frac{q}{\frac{d}{2}} = 4k\frac{q}{d} = \frac{4\cdot 9\cdot 10^9\cdot 0,8\cdot 10^{-6}}{5} = 5,76 \cdot 10^3(V)$.

Actividad 14

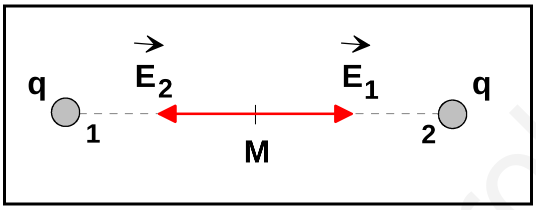
[a] Explica el concepto de *potencial eléctrico*. ¿Qué potencial eléctrico crea una carga puntual? Dibuja sus superficies equipotenciales.
[b] Dos partículas con igual carga, $q = 3\mu C$, están separadas una distancia L = 3 m. Calcula el potencial y el campo eléctricos en el punto medio entre ambas.

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*

Respuesta

[a] Consulta la actividad 8.

[b] La intensidad del campo eléctrico resultante en el punto medio es cero, ya que las intensidades individuales son dos vectores opuestos (mismo módulo, misma dirección y sentidos opuestos).



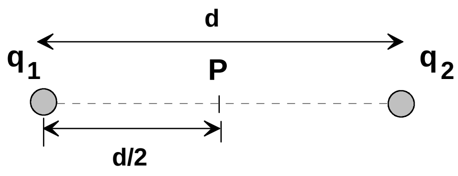
El potencial eléctrico total en el punto medio es la suma de los potenciales eléctricos individuales, esto es, $V_{total} = 2k\frac{q}{\frac{L}{2}} = 4k\frac{q}{L} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3} = 3,6 \cdot 10^4 (V)$.

Actividad 15

[a] Explica el concepto de *campo eléctrico*. ¿Qué campo eléctrico crea una partícula con carga *q*?

[b] Dos partículas con cargas $q_1 = 1\mu C$ y $q_2 = 2\mu C$ están separadas una distancia d = 0,6 m. Determina el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el punto medio entre las dos cargas, P. ¿Cuál es el potencial eléctrico en ese punto?

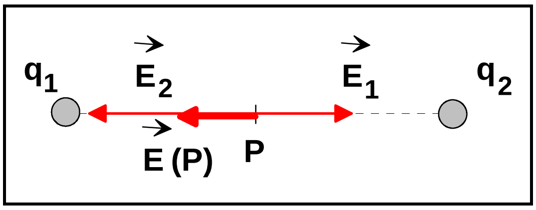
{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*



Respuesta

[a] Véase cualquier manual de Física. Recuerda que cuando se pregunta "qué campo eléctrico crea..." se quiere preguntar sobre la magnitud que define vectorial al campo: la intensidad del campo eléctrico.

[b] Se dibuja, en primer lugar, los vectores intensidad del campo eléctrico debidos a cada una de las cargas. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichos vectores:



$E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{9 \cdot 10^{-2}} = 10^5 (\frac{N}{C})$;
$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^5 (\frac{N}{C})$.

Por el principio de superposición, la intensidad del campo eléctrico resultante es la suma vectorial de las dos intensidades anteriores. Por lo tanto, el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto P es: $E(P) = 10^5(\frac{N}{C})$, su dirección es la recta que une las cargas y su sentido hacia la carga q_1.

El potencial eléctrico total en el punto medio es la suma de los potenciales eléctricos individuales, esto es, $V(P) = k\frac{q_1}{\frac{d}{2}} + k\frac{q_2}{\frac{d}{2}} = \frac{2k}{d}(q_1 + q_2) = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9}{0,3}(3 \cdot 10^{-6}) = 1,8 \cdot 10^5 (V)$.

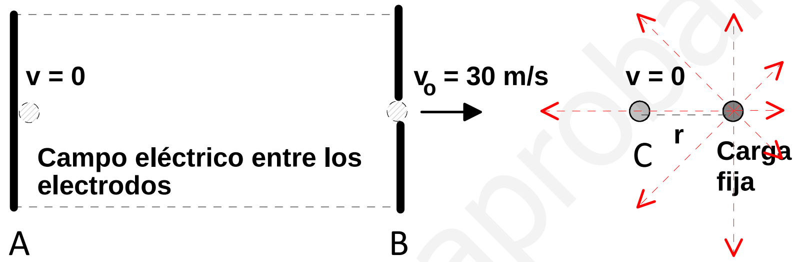
Actividad 16

[a] Explica el concepto de *energía potencial eléctrica.* ¿Qué energía potencial eléctrica tiene una partícula con carga *q* situada a una distancia *r* de otra partícula con carga *q'*?
[b] Una partícula de masa m = 1 mg y con carga $q = 0,1 \mu C$ es acelerada mediante un campo eléctrico entre dos electrodos, partiendo del reposo, hasta que alcanza una velocidad v_o = 30 m/s. Calcula la diferencia de potencial entre los dos electrodos. Con la velocidad v_o indicada, la partícula se dirige en línea recta hacia otra partícula con la misma carga *q*, fija en el espacio e inicialmente muy alejada. Calcula la distancia de máxima aproximación entre ambas partículas.

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.
[b] Conviene, en primer lugar, hacer un esquema de la situación descrita.



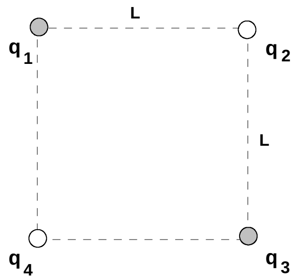
Vamos a analizar la evolución de la partícula cargada entre los puntos A y B, es decir, cuando está dentro del campo eléctrico de los electrodos. Como el campo es conservativo, la energía mecánica de la partícula permanece constante, esto es, $E_m(A) = E_m(B)$; en el punto A la partícula carece de energía cinética, por lo que: $qV(A) = \frac{1}{2}mv_o^2 + qV(B)$; $q[V(A) - V(B)] = \frac{1}{2}mv_o^2$; $V(A) - V(B) = \frac{mv_o^2}{2q} = \frac{10^{-6}(kg) \cdot 900(m^2/s^2)}{2 \cdot 10^{-7}(C)} = 4,5 \cdot 10^3(V)$. Vemos que el potencial en A es mayor que el potencial en B y que la partícula cargada se mueve espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes, como tiene que ser.

Veamos ahora la evolución de la partícula cargada entre los puntos B y C, esto es, cuando está sometida a la acción del campo eléctrico debido a la partícula cargada fija. También en este caso, la energía mecánica de la partícula se conserva: $E_m(B) = E_m(C)$; en el punto C la partícula está momentáneamente en reposo; además, como la carga que crea el campo está muy alejada, vamos a suponer que su potencial en B es nulo; por lo tanto, $\frac{1}{2}mv_o^2 = k\frac{q^2}{r}$; $r = \frac{2kq^2}{mv_o^2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-14}}{10^{-6} \cdot 900} = 0,2(m)$.

¡Qué bonito!

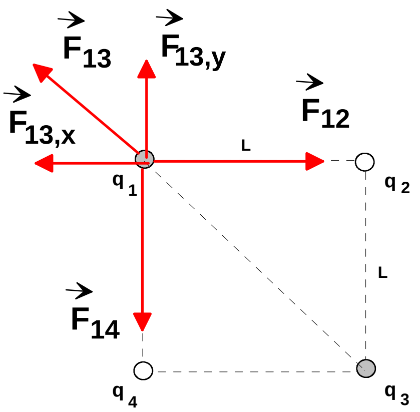
Actividad 17

[a] Escribe y comenta la *Ley de Coulomb*.
[b] Las cuatro partículas de la figura están fijas en los vértices de un cuadrado de lado L = 30 cm. Sus cargas son $q_1 = q_3 = 1\mu C$ y $q_2 = q_4 = -1\mu C$. Determina la fuerza eléctrica total (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre q_1.
{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.
[b] En primer lugar, dibujamos las fuerzas que actúan sobre q_1. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas fuerzas: $F_{12} = F_{14} = k\frac{q^2}{L^2}$, donde q es el módulo de cualquiera de las cuatro cargas: $1\mu C$; además, $F_{13} = k\frac{q^2}{2L^2}$, pues la distancia entre q_1 y q_3 es la diagonal del cuadrado.



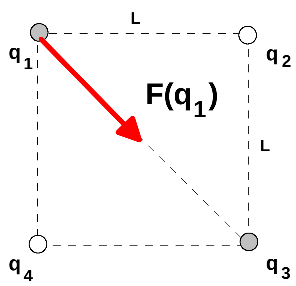
La fuerza eléctrica total sobre q_1 es la suma vectorial de estas tres fuerzas; como se va a trabajar con componentes, descomponemos la fuerza $\vec{F}_{13}$: $F_{13,x} = F_{13,y} = k\frac{q^2}{2L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

La fuerza resultante sobre la carga q_1 tiene las siguientes componentes:

$$\begin{cases} F_x(q_1) = F_{12} - F_{13,x} = k\frac{q^2}{L^2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \\ F_y(q_1) = F_{13,y} - F_{14} = k\frac{q^2}{L^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x(q_1) = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-12}}{0,3^2} \cdot 0,65 = 0,065(N) \\ F_y(q_1) = -0,065(N) \end{cases}$$

. El módulo de la fuerza resultante sobre la carga q_1 vale: $F(q_1) = 0,065 \cdot \sqrt{2} = 0,092(N)$. Al ser estas componentes del mismo módulo, la dirección de la fuerza resultante coincide con la diagonal del cuadrado y el sentido hacia la carga q_3.



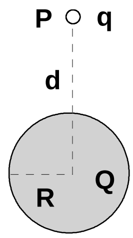
Actividad 18

En un punto P exterior a una esfera fija y uniformemente cargada, potencial eléctrico (con referencia en ∞) es V = 900 V y el campo eléctrico tiene una intensidad E = 90 N/C.

[a] Determina la carga *Q* de la esfera y la distancia *d* entre su centro y el punto P.

[b] Se abandona una partícula de carga $q = -1\mu C$ en el punto P. Calcula su energía cinética cuando choca con la superficie de la esfera, de radio *R* = 10 cm.

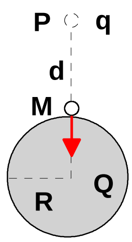
{*DATO: Constante de Coulomb:* $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}



Respuesta

[a] La intensidad del campo eléctrico debido a la esfera cargada, en el punto P, tiene la misma expresión matemática que la intensidad del campo eléctrico debido a una carga puntual Q localizada en el centro de la esfera, esto es, $E = k\frac{Q}{d^2}$. De manera similar, el potencial eléctrico de la esfera cargada en el punto P es $V = k\frac{Q}{d}$.
Resolviendo el sistema formado por ambas ecuaciones podremos determinar los valores de Q y de d. Al dividir la 2ª ecuación por la 1ª, queda: $\frac{V}{E} = d$, por lo que $d = \frac{900(V)}{90(N/C)} = 10(m)$; sustituyendo este valor en una de las ecuaciones anteriores, se llega a $Q = \frac{Vd}{k} = \frac{900 \cdot 10}{9 \cdot 10^9} = 10^{-6}(C)$. Puedes comprobar que estos resultados son coherentes con la otra ecuación.

[b] Sea M el punto de la superficie de la esfera en el que choca la carga q. Se cumple que la energía mecánica de esta carga se conserva, de ahí que: $E_m(P) = E_m(M)$; en el punto P la carga sólo tiene energía potencial, mientras que en el punto M tiene energías cinética y potencial: $k\frac{Qq}{d} = E_c(M) + k\frac{Qq}{R}$, de donde se deduce que $E_c(M) = kQq\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R}\right) =$
$= 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot (-10^{-6}) \cdot (0,1 - 10) \simeq 9 \cdot 10^{-2}(J)$



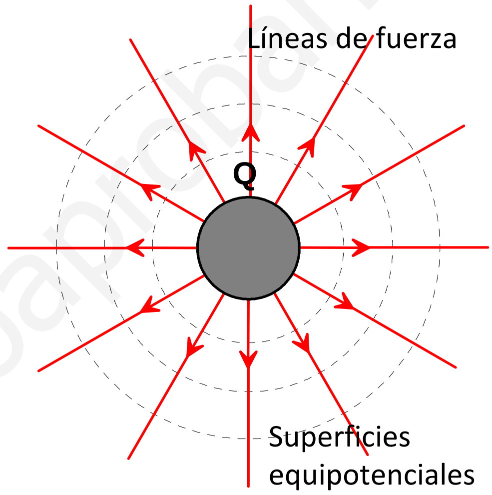
Actividad 19

[a] Explica qué son las líneas de fuerza de un campo eléctrico. ¿Cómo están relacionadas con las superficies equipotenciales?
[b] Explica cómo son y dibuja las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales del campo creado por una esfera cargada positivamente y por una placa plana indefinida cargada negativamente. Supón que, en ambos casos, las densidades de carga son uniformes.

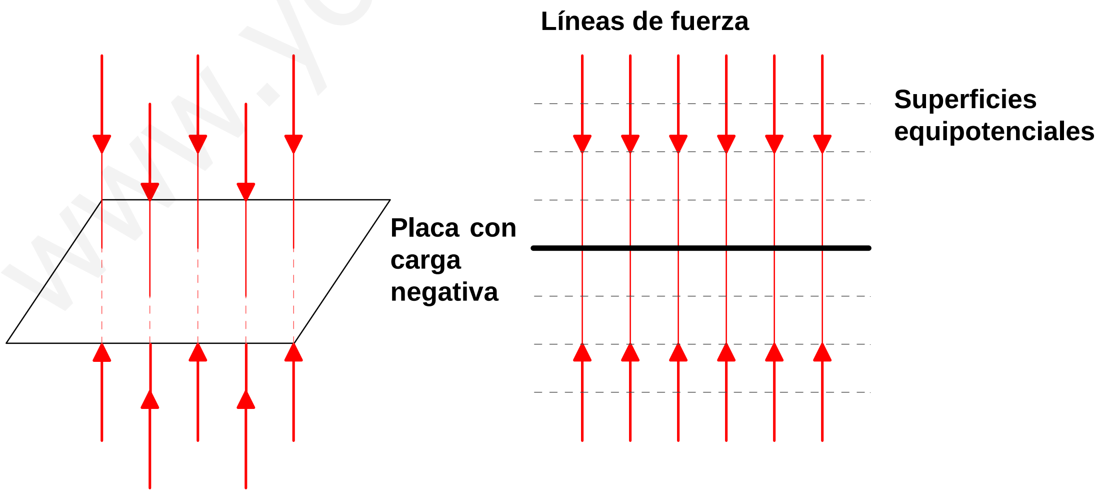
Respuesta

[a] Consulta un libro de Física.
[b] En primer lugar, hay que aclarar el significado de "densidades de carga uniformes". Quiere decir que, tanto para la esfera como para la placa, la densidad de carga vale lo mismo en todas las partes de cada una de dichas distribuciones. ¡No puede ser, a este nivel, de otra forma!

Esfera cargada positivamente
A efectos de cálculo de la intensidad del campo eléctrico y del potencial eléctrico, se comporta como una partícula cargada, con carga la de la esfera, localizada en su centro. La figura de la derecha muestra las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales.



Placa plana indefinida cargada negativamente
La intensidad del campo eléctrico en las proximidades de la misma es constante en módulo y perpendicular a la placa; el sentido, al estar cargada negativamente, es hacia la placa. Recuerda que las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de fuerza.



Actividad 20

[a] Explica el concepto de *energía potencial eléctrica*. ¿Qué energía potencial eléctrica tiene una partícula con carga *q* situada a una distancia *r* de otra partícula con carga *q'*?

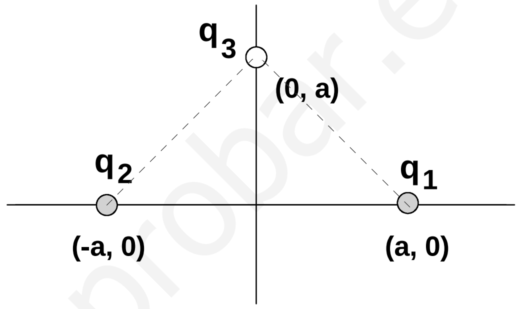
[b] Tres partículas con cargas $q_1 = q_2 = 3\mu C$ y $q_3 = -3\mu C$ están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (*a*, 0), (-*a*, 0) y (0, *a*), con *a* = 0,1 m. Calcula las energías potenciales eléctricas de cada una de las tres partículas.

{*DATO: Constante de Coulomb:* $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}

Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] Creo que la pregunta está mal hecha. Vamos a calcular, por eso, la energía potencial eléctrica del sistema de tres cargas. Sabemos que la energía potencial eléctrica de dos partículas cargadas, con cargas Q y q, a una distancia r, está dada por: $U = k\frac{Qq}{r}$. En el caso que nos ocupa, existe tres partículas cargadas, es decir, tres parejas (12, 13 y 23), cada una de las cuales contribuye a la energía potencial eléctrica con un término del tipo mostrado.



En consecuencia, $U_{sistema} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = k\frac{q_1q_2}{2a} + k\frac{q_1q_3}{\sqrt{2}\,a} + k\frac{q_2q_3}{\sqrt{2}\,a}$.

Se puede justificar esta expresión calculando el trabajo necesario para formar esta distribución de cargas, suponiendo que inicialmente están muy alejadas entre sí. El trabajo necesario para colocar la partícula de carga q_1 es nulo, ya que no hay que vencer ninguna repulsión eléctrica. Para colocar la partícula de carga q_2 en el punto (-a, 0) hay que vencer las fuerzas del campo creado por la 1ª carga; el trabajo necesario es: $W_{ext} = k\frac{q_1q_2}{2a}$. Para colocar la partícula de carga q_3, no hay que hacer ningún trabajo exterior, lo hace el propio campo eléctrico; como el potencial eléctrico, debido a q_1 y q_2, en el punto (0, a) es: $V = k\frac{q_1}{\sqrt{2}\,a} + k\frac{q_2}{\sqrt{2}\,a}$, el trabajo realizado por el campo eléctrico vale: $W_{int} = k\frac{q_1q_3}{\sqrt{2}\,a} + k\frac{q_2q_3}{\sqrt{2}\,a}$. El trabajo necesario para formar la distribución de cargas es, entonces, $W = W_{ext} + W_{int} = k\frac{q_1q_2}{2a} + k\frac{q_1q_3}{\sqrt{2}\,a} + k\frac{q_2q_3}{\sqrt{2}\,a}$. Ten en cuenta que el trabajo exterior contribuye a aumentar la energía potencial: observa que es positivo; el trabajo realizado por el campo eléctrico, por el contrario, hace que la energía potencial disminuya: comprueba que es negativo.

La aplicación numérica nos lleva a:

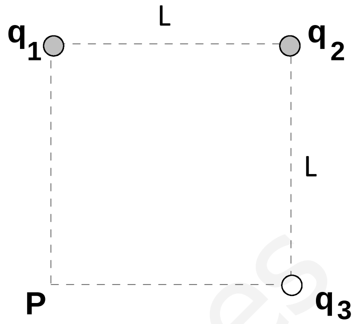
$U_{sistema} = 9 \cdot 10^9[\frac{3\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}}{0,2} + \frac{3\cdot10^{-6}\cdot(-3\cdot10^{-6})}{0,14} + \frac{3\cdot10^{-6}\cdot(-3\cdot10^{-6})}{0,14}] = -0,77(J)$. El signo "-" significa que esta distribución de cargas tiene menos energía potencial eléctrica que cuando estaban infinitamente separadas unas de otras.

Actividad 21

[a] Explica el concepto de potencial eléctrico. ¿Qué potencial eléctrico crea en su entorno una partícula con carga q? Dibuja sus superficies equipotenciales.

[b] Las tres partículas de la figura, con cargas $q_1 = q_2 = 1\mu C$ y $q_3 = -1\mu C$, están fijas en tres vértices de un cuadrado de lado L = 0,9 m. Determina el potencial eléctrico en el punto P. vértice vacante del cuadrado.

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*



Respuesta

[a] Consulta cualquier manual de Física.

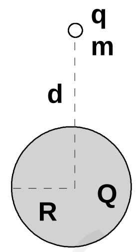
[b] El potencial eléctrico total en el punto P es la suma de los potenciales eléctricos, asociados a cada una de las cargas, en el punto P, esto es, $V(P) = k\frac{q_1}{L} + k\frac{q_2}{\sqrt{2}\,L} + k\frac{q_3}{L} = k\frac{q_2}{\sqrt{2}\,L}$, ya que los potenciales debidos a las cargas q_1 y q_3 se anulan entre sí. Tenemos, finalmente, que $V(P) = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{\sqrt{2}\,0{,}9} = 7,1 \cdot 10^3 (V)$.

Actividad 22

[a] Explica el concepto de *energía potencial eléctrica*. ¿Qué energía potencial eléctrica tiene una partícula con carga q_1 situada a una distancia r de otra partícula con carga q_2?

[b] La esfera de la figura, de radio R = 5 cm, está fija en el espacio y tiene una carga uniformemente distribuida Q = 10 μC. Se libera con velocidad inicial nula una partícula con carga $q = -1\mu C$ y masa m = 10 g a una distancia d = 3R del centro de la esfera. Calcula la velocidad de la partícula cuando choca con la superficie de la esfera.

{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*

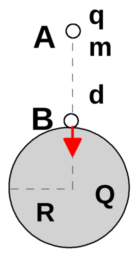


Respuesta

[a] Repasa los apuntes de Física.

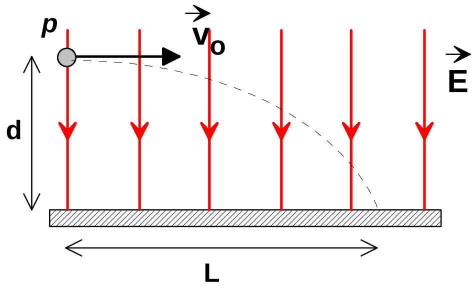
[b] Sean A y B los puntos inicial y final del recorrido de la partícula cargada. La esfera cargada, a efectos de cálculo de la energía potencial eléctrica, se comporta como una carga puntual. Se cumple que la energía mecánica de la partícula cargada se conserva, de ahí que: $E_m(A) = E_m(B)$; en el punto A la carga sólo tiene energía potencial, mientas que en el punto B tiene energías cinética y potencial: $k\frac{Qq}{d} = E_c(B) + k\frac{Qq}{R}$, de donde se deduce que $E_c(B) = kQq(\frac{1}{3R} - \frac{1}{R}) = kQq(\frac{-2}{3R})$;

$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{-2kQq}{3R}$; $v_B^2 = \frac{-4kQq}{3Rm} = \frac{-4\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-5}\cdot(-10^{-6})}{3\cdot 0{,}05\cdot 10^{-2}} = 240\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$; la rapidez de la partícula cuando choca con la superficie es, entonces, $v_B = 15,5(\frac{m}{s})$.



Actividad 23

Una placa horizontal cargada negativamente crea en sus proximidades un campo eléctrico uniforme orientado tal y como se indica en la figura, con intensidad E = 10^3 V/m. Un protón, p, penetra en esta región, con velocidad $v_o = 10^5$ m/s perpendicular a las líneas de $\vec{E}$ y a una distancia d = 0,2 m de la placa, de forma que describe una trayectoria como la indicada en la figura.



[a] Durante esta trayectoria, ¿se conserva la energía mecánica de p? Razona tu contestación. Calcula la energía cinética de p cuando choca con la placa.
[b] Calcula la distancia L al punto de impacto.
[c] Comprueba que, si el movimiento se realiza en las proximidades de la superficie terrestre, el peso del protón es despreciable frente a la fuerza eléctrica que actúa sobre él.

{DATOS: $m_p = 1{,}7\cdot10^{-27}$ kg; $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C}

Respuesta

[a] El protón se mueve bajo la acción de una fuerza, la eléctrica, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica del protón permanece constante. Antes de seguir, es preciso conocer la expresión del potencial eléctrico asociado a este campo. En general, sabemos que $V = -\int_{NR}^{P} \vec{E}\cdot d\vec{s}$; en este caso, si tomamos el sentido +Y hacia arriba, $d\vec{s}$ y $\vec{E}$ forman un ángulo de 180º, por lo que la integral anterior se reduce a: $V(y) = E\int_0^y dy = Ey$. Se observa que el potencial eléctrico en un punto aumenta cuanto más lejos de la placa se encuentre.
La conservación de la energía mecánica exige, entonces, que $E_{m,inicial} = E_{m,final}$, es decir, $U_{inicial} + E_{c,inicial} = U_{final} + E_{c,final}$; $eEd + \frac{1}{2}m_p v_o^2 = E_{c,final} + 0$.
La energía cinética del protón cuando choca con la placa es:
$E_{c,final} = \frac{1}{2}m_p v_o^2 + eEd = \frac{1}{2}1,7\cdot10^{-27}\cdot10^{10} + 1,6\cdot10^{-19}\cdot10^3\cdot0,2 = 4,1\cdot10^{-17}(J)$.

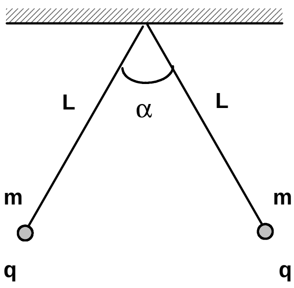
[b] La respuesta a este apartado se obtiene de las ecuaciones del tiro oblicuo. En particular, la posición vertical del protón está dada por: $y = d - \frac{1}{2}a_y t^2$, con $a_y = \frac{eE}{m_p}$. Cuando el protón llega a la placa, se cumple que y = 0, o sea, $0 = d - \frac{1}{2}\frac{eE}{m_p}t^2$; de la cual se puede deducir el tiempo de vuelo del protón: $t = \sqrt{\frac{2dm_p}{eE}} = \sqrt{\frac{2\cdot0,2\cdot1,7\cdot10^{-27}}{1,6\cdot10^{-19}\cdot10^3}} = 2,1\cdot10^{-6}(s)$. En ese tiempo, la distancia horizontal recorrida es: $L = v_o t = 10^5\cdot2,1\cdot10^{-6} = 0,21(m)$.

[c] La fuerza eléctrica que actúa sobre el protón vale: $F_e = eE = 1,6\cdot10^{-19}\cdot10^3 = 1,6\cdot10^{-16}(N)$. El peso del protón es: $P = mg = 1,7\cdot10^{-27}\cdot9,8 = 1,7\cdot10^{-26}(N)$. La relación entre ambas es: $\frac{F_e}{P} = \frac{1,6\cdot10^{-16}}{1,7\cdot10^{-26}} = 9,4\cdot10^9$. ¡La fuerza eléctrica es mil millones de veces mayor que el peso!

Actividad 24

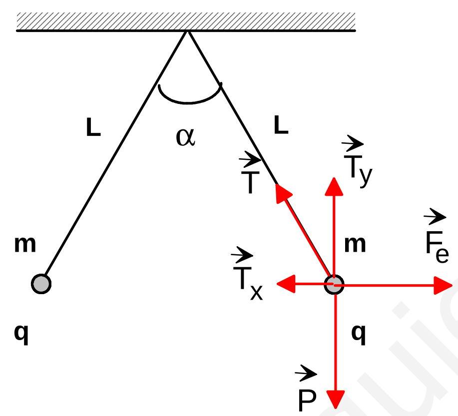
Dos pequeñas esferas, de masa m = 5 g y con carga q, cada una, se suspenden del mismo punto mediante hilos iguales, de masa despreciable y longitud L = 0,5 m, en presencia del campo gravitatorio terrestre. ¿Cuál debe ser el valor de la carga q para que, en equilibrio, los hilos formen un ángulo α = 60º?

{Considera $g = 10\ Nkg^{-1}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$}



Respuesta

Dibujamos, en primer lugar, las fuerzas que actúa sobre cada una de las cargas (peso, repulsión eléctrica y tensión del hilo). A continuación, se descompone la tensión según el sistema habitual de coordenadas cartesianas y se aplica la condición de equilibrio:



$$\begin{cases} F_{neta,x} = 0; F_e - T \cos 60 = 0 \\ F_{neta,y} = 0; T\,sen\,60 - P = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_e = T \cos 60 \\ P = T\,sen\,60 \end{cases}$$

Al dividir la 2ª ecuación por la 1ª, se obtiene: $\frac{P}{F_e} = tg\,60$; $mg = \sqrt{3}\,k\frac{q^2}{L^2}$, ya que la distancia entre las cargas coincide con la longitud del hilo. De la última expresión se deduce que

$$q^2 = \frac{mgL^2}{\sqrt{3}\,k} = \frac{5\cdot10^{-3}\cdot10\cdot0{,}25}{\sqrt{3}\cdot9\cdot10^9} = 8 \cdot 10^{-13}(C^2)$$

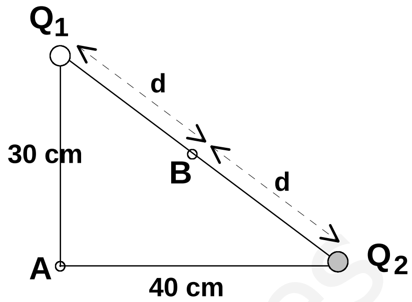
$q = 9 \cdot 10^{-7}(C)$.

Actividad 25

[a] Explica el concepto de potencial eléctrico. ¿Tiene sentido este concepto si la fuerza electrostática no fuese conservativa?

[b] Dos cargas eléctricas puntuales de valor $Q_1 = -9\mu C$ y $Q_2 = +16\mu C$ están fijas en el espacio ocupando dos vértices de un triángulo rectángulo (ver figura). Calcula el potencial eléctrico en los puntos A y B. ¿Qué trabajo realizará el campo eléctrico para llevar una carga puntual de 2 μC desde el punto B hasta el punto A?

{DATOS: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\mu C = 10^{-6}C$}



Respuesta

[a] Repasa los apuntes de Física, que falta te hace.

[b] El potencial eléctrico en cada uno de los puntos A y B es la suma de los potenciales eléctricos individuales en dichos puntos.

Potencial eléctrico en A

$V(A) = k\frac{Q_1}{r_1} + k\frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-9\cdot10^{-6})}{0,3} + 9 \cdot 10^9 \frac{16\cdot10^{-6}}{0,4} = -2,7 \cdot 10^5 + 3,6 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^4 (V).$

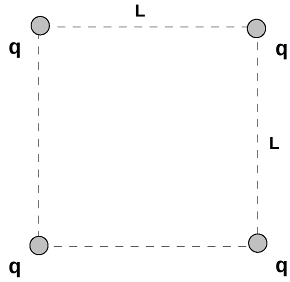
Potencial eléctrico en B

El punto B está a la misma distancia de las dos cargas; esta distancia es la mitad de la longitud de la hipotenusa: 25 cm. Por lo tanto,
$V(B) = k\frac{Q_1}{d} + k\frac{Q_2}{d} = \frac{k}{d}(Q_1 + Q_2) = \frac{9\cdot10^9}{0,25}(7 \cdot 10^{-6}) = 2,5 \cdot 10^5 (V)$

El trabajo realizado por el campo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica, es decir, $W_{B\to A} = -\Delta U = -[U(A) - U(B)] = -q[V(A) - V(B)]$; al hacer la aplicación numérica, queda: $W_{A\to B} = -2 \cdot 10^{-6}(9 \cdot 10^4 - 2,5 \cdot 10^5) = 0,32 (J)$. El trabajo es positivo, lo que confirma que ha sido realizado por las fuerzas del campo. Además, vemos que la carga se ha movido espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes.

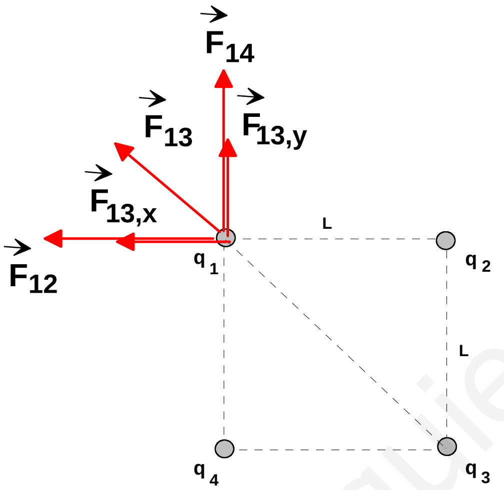
Actividad 26

[a] Escribe y comenta la *Ley de Coulomb*.
[b] Cuatro partículas de igual carga, $q = 2\mu C$, están situadas en los vértices de un cuadrado de lado L = 20 cm. Indica mediante una figura la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica total que actúa sobre cada una de ellas.
{DATO: Constante de Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$*}*



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.
[b] En primer lugar, tras asignarles un número a las cargas, dibujamos las fuerzas que actúan sobre q₁. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas fuerzas: $F_{12} = F_{14} = k\frac{q^2}{L^2}$, donde q es el módulo de cualquiera de las cuatro cargas: $2\mu C$; además, $F_{13} = k\frac{q^2}{2L^2}$, pues la distancia entre q_1 y q_3 es la diagonal del cuadrado.



La fuerza eléctrica total sobre q_1 es la suma vectorial de estas tres fuerzas; como se va a trabajar con componentes, descomponemos la fuerza $\vec{F}_{13}$:

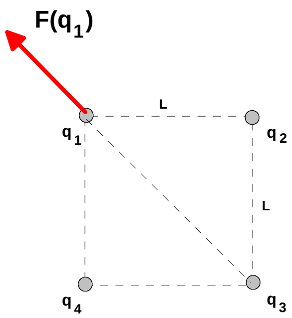
$$F_{13,x} = F_{13,y} = k\frac{q^2}{2L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

La fuerza resultante sobre la carga q_1 tiene las siguientes componentes:

$$\begin{cases} F_x(q_1) = F_{12} + F_{13,x} = k\frac{q^2}{L^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \\ F_y(q_1) = F_{13,y} + F_{14} = k\frac{q^2}{L^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{4} + 1\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x(q_1) = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-12}}{0{,}2^2} \cdot 1{,}35 = 1{,}22(N) \\ F_y(q_1) = 1{,}22(N) \end{cases}$$

. El módulo de la fuerza resultante sobre la carga q_1 vale: $F(q_1) = 1{,}22 \cdot \sqrt{2} = 1{,}73(N)$. Al ser estas componentes del mismo módulo, la dirección de la fuerza resultante coincide con la diagonal del cuadrado y el sentido alejándose de la carga q_3. Por la simetría de la distribución de cargas, la fuerza total sobre cada una de las otras tres cargas tendrá el mismo módulo (1,73 N), la dirección de las diagonales y el sentido hacia afuera.

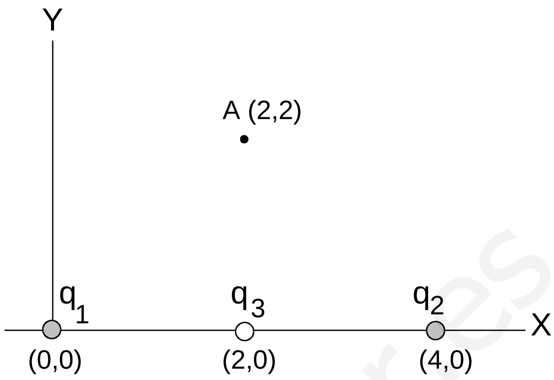


Actividad 27

[a] Explica el concepto de campo electrostático creado por una o más cargas eléctricas. ¿Es conservativo dicho campo? Justifica la respuesta.

[b] Tres partículas cargadas, $q_1 = q_3 = 2$ μC y $q_2 = -4$ μC, están situadas, como indica la figura, en los puntos (0,0), (4, 0) y (2, 0). Determina el vector campo electrostático $\vec{E}$ (módulo, dirección y sentido) en el punto A (2, 2). ¿Cuánto vale el potencial electrostático en dicho punto? Las coordenadas están expresadas en metros.

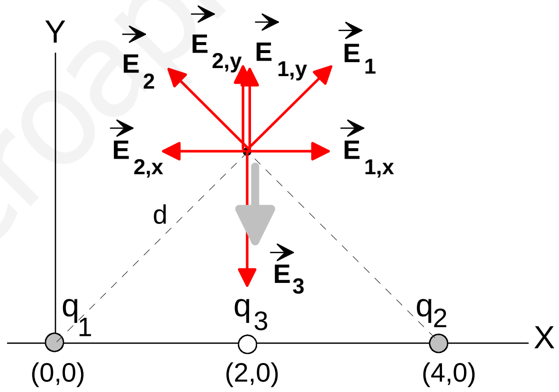
DATOS: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\ \mu C = 10^{-6} C$.



Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] En primer lugar, dibujamos las tres intensidades del campo en el punto A. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas intensidades: $E_1 = E_2 = k\frac{q}{d^2}$, donde q es el módulo de cualquiera de las cargas positivas: $2\mu C$; además, $d = \sqrt{8}$ m, por lo que:



$E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{8} = 2,25 \cdot 10^3 (\frac{N}{C})$.

La intensidad del campo debido a la carga negativa tiene como módulo:

$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4} = 9 \cdot 10^3 (\frac{N}{C})$.

Al descomponer las intensidades $\vec{E}_1$y $\vec{E}_2$, vemos que las componentes horizontales se anulan mutuamente y que las componentes verticales tienen el mismo módulo: $E_{1,y} = E_{2,y} = 2,25 \cdot 10^3 \cdot sen\ 45 = 1,59 \cdot 10^3 (\frac{N}{C})$. La intensidad del campo eléctrico resultante tiene como módulo: $E_T(A) = E_3 - 2 \cdot E_{1,y} = 9 \cdot 10^3 - 2 \cdot 1,59 \cdot 10^3 = 5,82 \cdot 10^3 (\frac{N}{C})$. La dirección es vertical y el sentido hacia abajo (vector gris grueso)

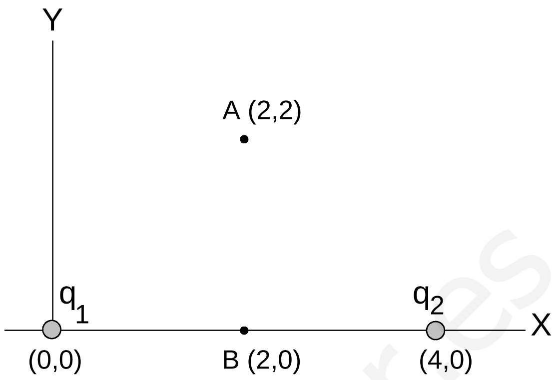
El potencial eléctrico total es la suma algebraica de los potenciales individuales: $V_T(A) = V_1 + V_2 + V_3 = 2 \cdot V_1 + V_3$, ya que los potenciales debidos a las cargas positivas son iguales. Al sustituir los valores numéricos, queda:

$V_T(A) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-4 \cdot 10^{-6})}{2} = 1,27 \cdot 10^4 - 1,80 \cdot 10^4 = -5,3 \cdot 10^3 (V)$.

Actividad 28

[a] Enuncia y comenta la *ley de Coulomb*. A partir de ella determina el trabajo necesario para traer una carga q', en presencia de otra carga q, desde el infinito hasta un punto genérico.

[b] Dos partículas cargadas, $q_1 = q_2 = 2$ μC, están situadas, como indica la figura, en los puntos (0,0) y (4, 0). Determina el valor del potencial electrostático en el punto A (2, 2). ¿Qué trabajo tendríamos que realizar para trasladar, desde el punto A (2,2) hasta el punto B (2,0), una carga q_3 = 4 μC? Las coordenadas están expresadas en metros.
DATOS: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\ \mu C = 10^{-6} C$.



Respuesta

[a] Consulta el libro de Física. Ten en cuenta que el trabajo que hay que calcular es la energía potencial eléctrica del sistema de cargas.

[b] El potencial eléctrico total es la suma algebraica de los potenciales individuales: $V_T(A) = V_1 + V_2 = 2 \cdot V_1$, ya que los potenciales debidos a las cargas positivas son iguales. Al sustituir los valores numéricos, queda: $V_T(A) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} = 1,27 \cdot 10^4 (V)$.

El trabajo se calcula mediante: $W_{A \to B} = q_3 \cdot [V(B) - V(A)]$. El potencial en el punto B se calcula de manera análoga, $V_T(B) = 2 \cdot V_1 = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} = 1,80 \cdot 10^4 (V)$. En consecuencia, $W_{A \to B} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (1,80 \cdot 10^4 - 1,27 \cdot 10^4) = 2,12 \cdot 10^{-2} (J)$. La mayor dificultad radica en interpretar el resultado: como el trabajo es positivo, significa que no ha sido realizado por las fuerzas del campo eléctrico, sino por un agente exterior. Dicho de otra manera: la carga q_3 no puede moverse espontáneamente desde el punto A hasta el punto B venciendo las repulsiones electrostáticas.