

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD**  
CURSO 2017-2018

**MATEMÁTICAS  
APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II**

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

**OPCIÓN A**

**EJERCICIO 1**

- a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b) **(1 punto)** Si  $A$  es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices  $B$ ,  $C$  y  $D$  para que se puedan efectuar las siguientes operaciones:

$$2A - 3B \qquad A \cdot A^t - C^2 \qquad A \cdot D$$

**EJERCICIO 2**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{x-4} & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

- a) **(1.25 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función  $f$ .
- b) **(0.75 puntos)** Calcule los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes de coordenadas.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule las asíntotas de  $f$ , en caso de que existan.

**EJERCICIO 3**

Se ha realizado un referéndum en el que se ha convocado a la ciudadanía a expresar con “SÍ” o con “NO” su opinión sobre cierta cuestión. En una determinada mesa electoral hay tres urnas que contienen las siguientes papeletas: la urna A tiene 200 papeletas con “SÍ” y 300 con “NO”, la urna B, 500 “SÍ” y 400 “NO” y la urna C contiene 200 “SÍ” y 100 “NO”.

Se elige una urna al azar y de ella se extrae aleatoriamente una papeleta.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea un “SÍ”.
- b) **(1 punto)** Si la papeleta extraída es “NO”, calcule la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.

**EJERCICIO 4**

La calificación que obtiene el alumnado en una determinada asignatura sigue una distribución Normal de media  $\mu$  y desviación típica 3 puntos.

- a) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria simple de 100 alumnos, resultando una calificación media de 5.7 puntos. Calcule un intervalo de confianza para estimar  $\mu$  a un nivel de confianza del 95%.
- b) **(1 punto)** Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar  $\mu$  con un error máximo de 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

## RESOLUCIÓN DEL EXAMEN

a) Resuelva la ecuación matricial  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Si  $A$  es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices  $B$ ,  $C$  y  $D$  para que se puedan efectuar las siguientes operaciones:

$$2A - 3B \quad A \cdot A^t - C^2 \quad A \cdot D$$

**SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN A**

## R E S O L U C I Ó N

a) Resolvemos la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+3b \\ a-5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+3b=4 \\ a-5b=1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{23}{13}; b = \frac{2}{13}$$

Luego, la matriz que nos piden es:  $X = \begin{pmatrix} \frac{23}{13} \\ \frac{2}{13} \end{pmatrix}$

b) Si  $A$  tiene dimensión  $(3,2)$ , la matriz  $B$  debe tener también dimensión  $(3,2)$  para que se pueda efectuar la operación  $2A - 3B$

Si  $A$  tiene dimensión  $(3,2)$  entonces,  $A \cdot A^t$  tiene dimensión  $(3,3)$ , luego  $C$  debe tener dimensión  $(3,3)$  para que se pueda efectuar la operación  $A \cdot A^t - C^2$ .

Para que se pueda efectuar la operación  $A \cdot D$ , la matriz  $D$  debe tener 2 filas y cualquier número de columnas.

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{x-4} & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

- a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función  $f$   
 b) Calcule los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes de coordenadas.  
 c) Calcule las asíntotas de  $f$ , en caso de que existan.

**SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I Ó N

a) La función  $\frac{x-5}{x-4}$  es continua y derivable en  $\mathbb{R} - \{4\}$ . La función  $-x^2 + 7x - 10$  es continua y derivable en  $\mathbb{R}$ . Por lo tanto, debemos estudiar la continuidad y derivabilidad en  $x = 3$ .

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-5}{x-4} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (-x^2 + 7x - 10) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \Rightarrow \text{Continua en } x = 3$$

Calculamos la función derivada:  $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-4)^2} & \text{si } x < 3 \\ -2x + 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$  y como:

$$\left. \begin{array}{l} f'(3^-) = 1 \\ f'(3^+) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(3^-) = f'(3^+) \Rightarrow \text{Derivable en } x = 3$$

Luego la función  $f(x)$  es continua y derivable en  $\mathbb{R}$

b) Puntos de corte con el eje X

$$\frac{x-5}{x-4} = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (5, 0) \text{ Pero no está en su dominio.}$$

$$-x^2 + 7x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5 ; x = 2 \Rightarrow (5, 0), \text{ ya que } (2, 0) \text{ no está en su dominio}$$

Puntos de corte con el eje Y

$$y = \frac{0-5}{0-4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \left(0, \frac{5}{4}\right)$$

$$y = -0^2 + 7 \cdot 0 - 10 = -10 \Rightarrow (0, -10) \text{ Pero no está en su dominio}$$

c) Calculamos las asíntotas.

La recta  $x = 4$  es una asíntota vertical de la función  $\frac{x-5}{x-4}$ , pero no está en su dominio

La recta  $y = 1$  es una asíntota horizontal, ya que:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-5}{x-4} = \frac{-\infty}{-\infty} = 1$

No tiene oblicua al tener asíntota horizontal.

La función  $-x^2 + 7x - 10$  al ser polinómica, no tiene asíntotas.