1º) En una confitería envasan bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el precio del kilogramo de bombones es de 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €:

a. Plantea un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado de cada tipo.(1p)

b. Resuelve el problema.(0´5p)

2º) Un fabricante produce 42 electrodomésticos. La fábrica abastece a 3 tiendas, que demandan toda la producción. En una cierta semana, la primera tienda solicitó tantas unidades como la segunda y la tercera juntas, mientras que la segunda pidió un 20% más que la suma de la mitad de lo pedido por la primera más la tercera parte de lo pedido por la tercera. ¿Qué cantidad solicitó cada una? (1´5p)

3º) Una empresa fabrica y vende dos artículos A y B. En su producción se utilizan tres tipos de máquinas M1, M2 y M3. La tabla que se adjunta indica el tiempo, en horas, que necesita cada máquina para fabricar cada uno de los modelos. Cada máquina trabaja un máximo de 60 h semanales. Si por la venta de cada uno de los artículos del tipo A obtiene un beneficio de 10000 €, y por cada uno del tipo B, un beneficio de 15000 €, ¿cuántos artículos se deben fabricar de cada tipo para maximizar el beneficio?

	M1	M2	M3
A	2	3	1
B	4	1	5

(2p)

4º) Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad Calcula\ (A^t \,.\, A^{-1})^2 \,.\, A$ (1´5p)

5º) Resuelve la ecuación matricial:

$B.X + C = C.(B + I)$ siendo $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ (1´75p)

6º) Dado la región plana definida por:

$$\begin{array}{c} x + y \leq 8 \\ x + y \geq 4 \\ x + 2y \geq 6 \\ x \geq 0 \quad , \quad y \geq 0 \end{array}$$

a) Dibújala. (0´75p)
b) Halla sus vértices. (0´75p)
c) Minimiza la función $f(x, y) = 3x + 2y$ (0´25p)

1º $x =$ nº cajas envasadas de 250g
$y =$ " " " " 500 g
$z =$ " " " " 1000g.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ x=y+5 \\ 10x+20y+40z=1250 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Precio caja 1kg = 1000g ⇒ 40€
" " 500g ⇒ 20 €
" " 250g ⇒ 10 €

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ x-y=5 \\ 10x+20y+40z=1250 \end{array}\right\}$$

Voy a eliminar "z" en la E_2 y E_3 usando E_1:

$$E_3+E_1(-40) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ x-y=5 \\ -30x-20y=-1150 \end{array}\right\} : (-10) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ x-y=5 \\ 3x+2y=115 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$E_3+E_2(2) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ x-y=5 \\ 5x=125 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} z=15 \\ y=20 \\ x=25 \end{array}}$$

2º $x =$ unidades demandadas por la 1ª tienda.
$y =$ " " " 2ª " .
$z =$ " " " 3ª " .

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=42 \\ x=y+z \\ y=1'20\cdot\left(\frac{x}{2}+\frac{z}{3}\right) \end{array}\right\}$$

Un 20% mas es multiplicar la cantidad por 1'2

Elimino "y" en E_2 y E_3 usando E_1:

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=42 \\ x-y-z=0 \\ 0'6x-y+0'4z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=42 \\ 2x=42 \\ 1'6x+1'4z=42 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y=15 \\ x=21 \\ z=6 \end{array}}$$

3º x = nº artículos de clase A
y = nº artículos de clase B. $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} 2x+4y \leq 60 \\ 3x+y \leq 60 \\ x+5y \leq 60 \\ x\geq 0,\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

Beneficio: $F(x,y) = 10.000x + 15.000y$.

Se construye en primer lugar la región factible:

$2x+4y=60$

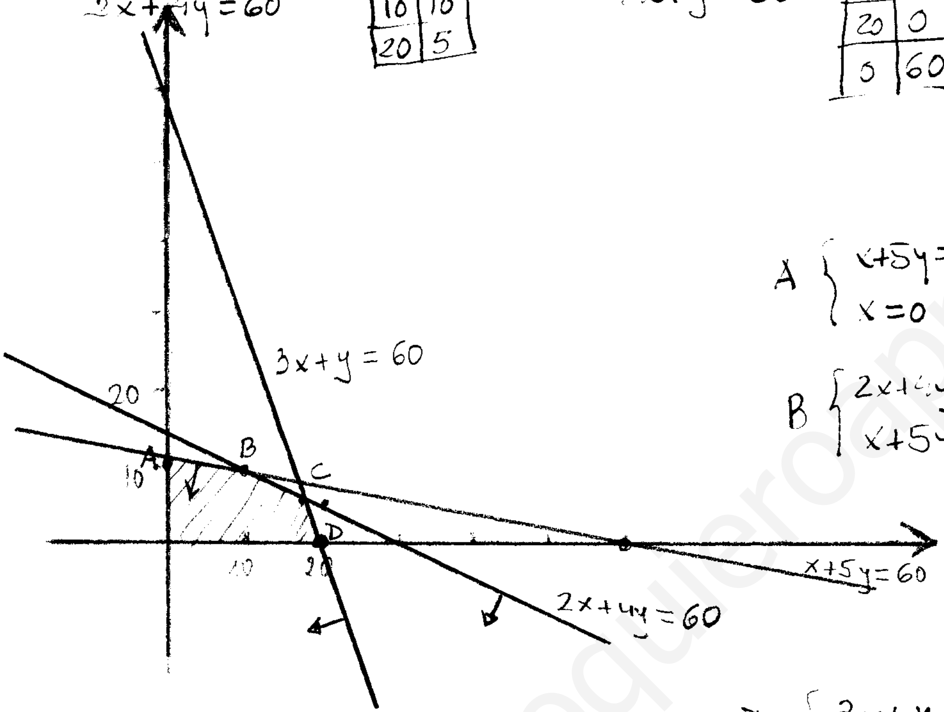
x	y
10	10
20	5

$3x+y=60$

x	y
20	0
0	60

$x+5y=60$

x	y
60	0
10	10



A $\left\{\begin{array}{l} x+5y=60 \\ x=0 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ A (12,0)

B $\left\{\begin{array}{l} 2x+4y=60 \\ x+5y=60 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ B (10,10)

C $\left\{\begin{array}{l} 3x+y=60 \\ 2x+4y=60 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ C = (18,6)

D $\left\{\begin{array}{l} 3x+y=60 \\ y=0 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ D (20,0)

F (A) = 120.000 €
F (B) = 250.000 € $\Rightarrow$ El máximo beneficio que se obtiene son 270.000 € y se produce cuando se fabrican 18 unidades del tipo A y 6 unidades del tipo B.
F (C) = 270.000 €
F (D) = 200.000 €

4º

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^t = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\left(A^t \cdot A^{-1}\right) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(A^t \cdot A^{-1}\right)^2 = \begin{pmatrix} \frac{21}{4} & -\frac{5}{4} \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(A^t \cdot A^{-1}\right)^2 \cdot A = \begin{pmatrix} \frac{21}{4} & -\frac{5}{4} \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{4} & \frac{22}{4} \\ 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{11}{2} \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

5º

$$BX + C = C \cdot (B + I) \Rightarrow BX = C(B+I) - C \Rightarrow BX = CB + C - C$$

$$\Rightarrow BX = C \cdot B \Rightarrow B^{-1} \cdot BX = B^{-1} \cdot C \cdot B \Rightarrow X = B^{-1} \cdot C \cdot B$$

$$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix}$$

6º $x+y=8 \Rightarrow$

x	y
8	0
0	8

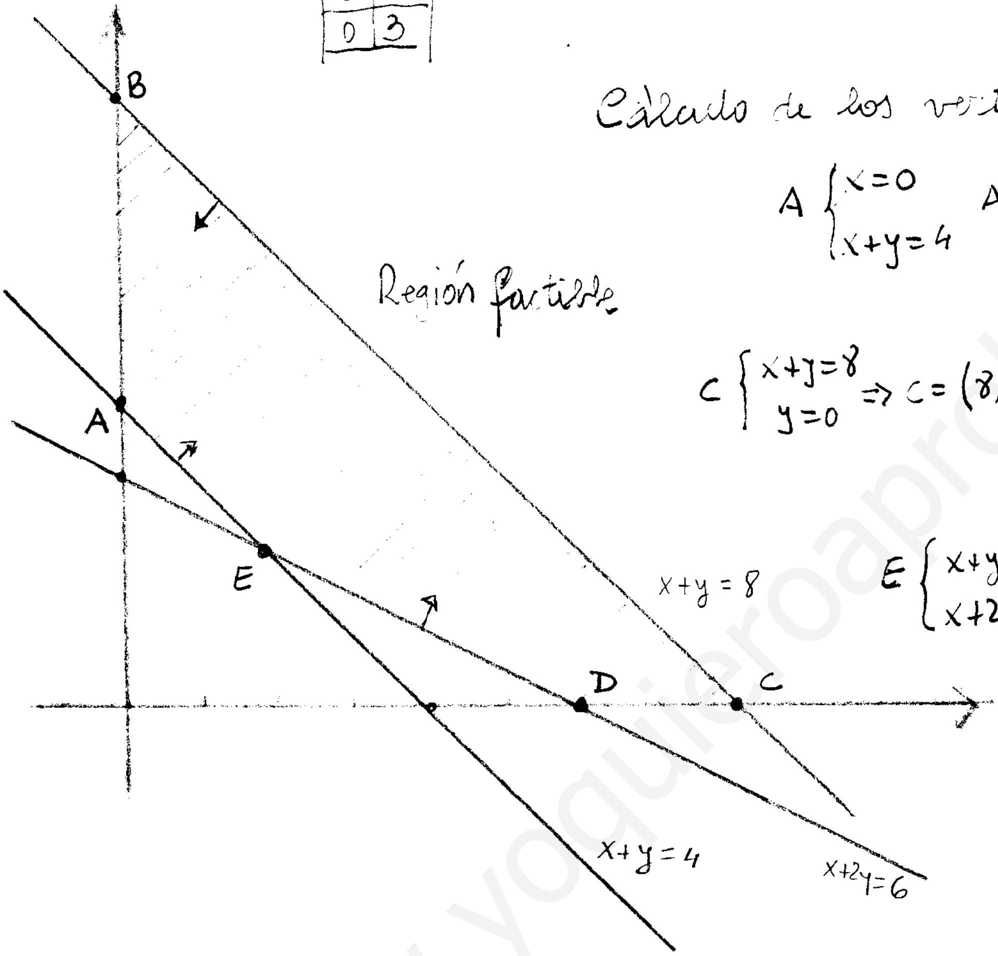
$x+y=4 \Rightarrow$

x	y
4	0
0	4

$x+2y=6 \Rightarrow$

x	y
6	0
0	3

$x=0$ $\qquad$ $y=0$



Cálculo de los vértices:

$A\begin{cases}x=0\\x+y=4\end{cases}$ $A(0,4)$ $\quad$ $B\begin{cases}x=0\\x+y=8\end{cases} \Rightarrow B(0,8)$

$C\begin{cases}x+y=8\\y=0\end{cases} \Rightarrow C=(8,0)$ $\quad$ $D\begin{cases}x+2y=6\\y=0\end{cases} \Rightarrow D(6,0)$

$E\begin{cases}x+y=4\\x+2y=6\end{cases} \Rightarrow E(2,2)$

$F(x,y)=3x+2y \Rightarrow$ $F(A)=8$ $\Rightarrow$ El mínimo es 8 y se alcanza cuando $x=0$ e $y=4$

$F(B)=16$

$F(C)=24$

$F(D)=18$

$F(E)=10$