

1º) En una confitería envasan bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Cierta día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el precio del kilogramo de bombones es de 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €

- a. Plantea un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado de cada tipo.(1p)  
 b. Resuelve el problema.(0'5p)

2º) Un fabricante produce 42 electrodomésticos. La fábrica abastece a 3 tiendas, que demandan toda la producción. En una cierta semana, la primera tienda solicitó tantas unidades como la segunda y la tercera juntas, mientras que la segunda pidió un 20% más que la suma de la mitad de lo pedido por la primera más la tercera parte de lo pedido por la tercera. ¿Qué cantidad solicitó cada una? (1'5p)

3º) Una empresa fabrica y vende dos artículos A y B. En su producción se utilizan tres tipos de máquinas M1, M2 y M3. La tabla que se adjunta indica el tiempo, en horas, que necesita cada máquina para fabricar cada uno de los modelos. Cada máquina trabaja un máximo de 60 h semanales. Si por la venta de cada uno de los artículos del tipo A obtiene un beneficio de 10000 €, y por cada uno del tipo B, un beneficio de 15000 €, ¿cuántos artículos se deben fabricar de cada tipo para maximizar el beneficio?

	M1	M2	M3
A	2	3	1
B	4	1	5

(2p)

4º) Sabiendo que  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  Calcula  $(A^t \cdot A^{-1})^2 \cdot A$  (1'5p)

5º) Resuelve la ecuación matricial:

$$B \cdot X + C = C \cdot (B + I) \quad \text{siendo } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (1'75p)$$

6º) Dado la región plana definida por:

$$\begin{aligned} x + y &\leq 8 \\ x + y &\geq 4 \\ x + 2y &\geq 6 \\ x &\geq 0, \quad y &\geq 0 \end{aligned}$$

- a) Dibújala. (0'75p)  
 b) Halla sus vértices. (0'75p)  
 c) Minimiza la función  $f(x, y) = 3x + 2y$  (0'25p)

$$\begin{cases} 1^\circ \\ x = n^\circ \text{ cajas envasadas de } 250\text{g} \\ y = \text{ " " " " } 500\text{g} \\ z = \text{ " " " " } 1000\text{g} \end{cases} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 60 \\ x = y + 5 \\ 10x + 20y + 40z = 1250 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \text{Precio caja } 1\text{kg} = 1000\text{g} \Rightarrow 40\text{€} \\ \text{ " " } 500\text{g} \Rightarrow 20\text{€} \\ \text{ " " } 250\text{g} \Rightarrow 10\text{€} \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - y = 5 \\ 10x + 20y + 40z = 1250 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{Voy a eliminar "z" en la } E_2 \text{ y } E_3 \\ \text{usando } E_1: \end{array} \right\}$$

$$E_3 + E_1(-40) \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - y = 5 \\ -30x - 20y = -1150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - y = 5 \\ 3x + 2y = 115 \end{cases} \Rightarrow$$

$$E_3 + E_2(2) \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - y = 5 \\ 5x = 125 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} z = 15 \\ y = 20 \\ x = 25 \end{array}}$$

$$\begin{cases} 2^\circ \\ x = \text{unidades demandadas por la } 1^\circ \text{ tienda} \\ y = \text{ " " " } 2^\circ \text{ " } \\ z = \text{ " " " } 3^\circ \text{ " } \end{cases} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 42 \\ x = y + z \\ y = 120 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{z}{3}\right) \end{array} \right\}$$

Un 20% más es multiplicar la cantidad por 12

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 42 \\ x - y - z = 0 \\ 0'6x - y + 0'4z = 0 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{Elimino "y" en } E_2 \text{ y } E_3 \text{ usando } E_1: \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y = 15 \\ x = 21 \\ z = 6 \end{array}}$$

3°

$x = n^{\circ}$  artículos de clase A  
 $y = n^{\circ}$  artículos de clase B.

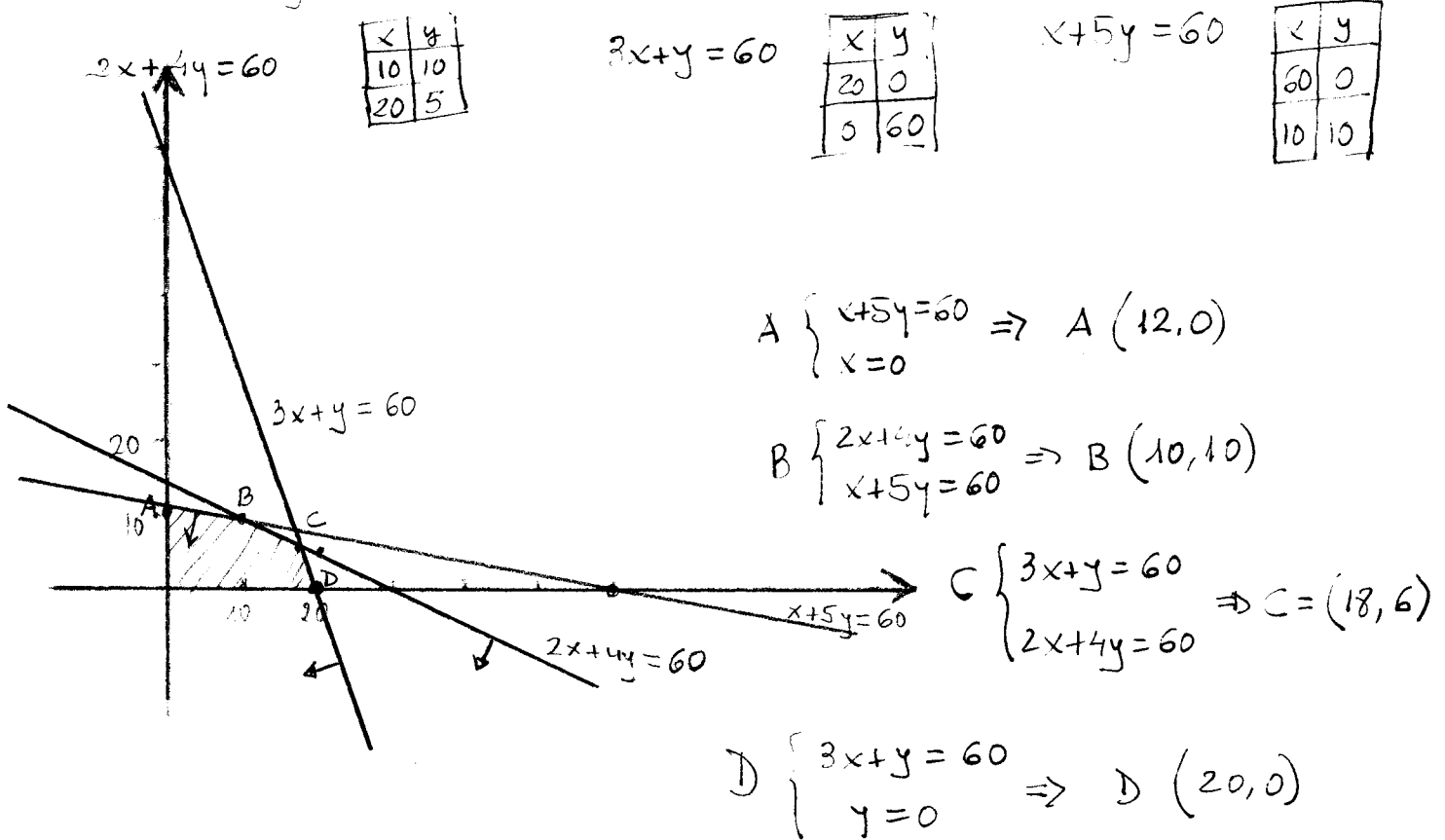
$\Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} 2x + 4y &\leq 60 \\ 3x + y &\leq 60 \\ x + 5y &\leq 60 \end{aligned} \right\}$$

$$x > 0, y > 0$$

Beneficio:  $F(x, y) = 10.000x + 15.000y$ .

Se construye en primer lugar la región factible:



$F(A) = 120.000 \text{ €}$

$F(B) = 250.000 \text{ €}$

$F(C) = 270.000 \text{ €}$

$F(D) = 200.000 \text{ €}$

$\Rightarrow$  El máximo beneficio que se obtiene son 270.000 € y se produce cuando se fabrican 18 unidades del tipo A y 6 unidades del tipo B.

$$\textcircled{4^0} \quad A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^t = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$(A^t \cdot A^{-1}) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (A^t \cdot A^{-1})^2 = \begin{pmatrix} \frac{21}{4} & -\frac{5}{4} \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (A^t \cdot A^{-1})^2 \cdot A = \begin{pmatrix} \frac{21}{4} & -\frac{5}{4} \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{4} & \frac{22}{4} \\ 2 & 6 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{11}{2} \\ 2 & 6 \end{pmatrix}}}$$

$$\textcircled{5^0} \quad BX + C = C \cdot (B + I) \Rightarrow BX = C(B + I) - C \Rightarrow BX = CB + C - C$$

$$\Rightarrow BX = C \cdot B \Rightarrow B^{-1} \cdot BX = B^{-1} \cdot C \cdot B \Rightarrow \underline{\underline{X = B^{-1} \cdot C \cdot B}}$$

$$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix}}}$$

6°

$$x + y = 8 \Rightarrow$$

x	y
8	0
0	8

$$x + y = 4 \Rightarrow$$

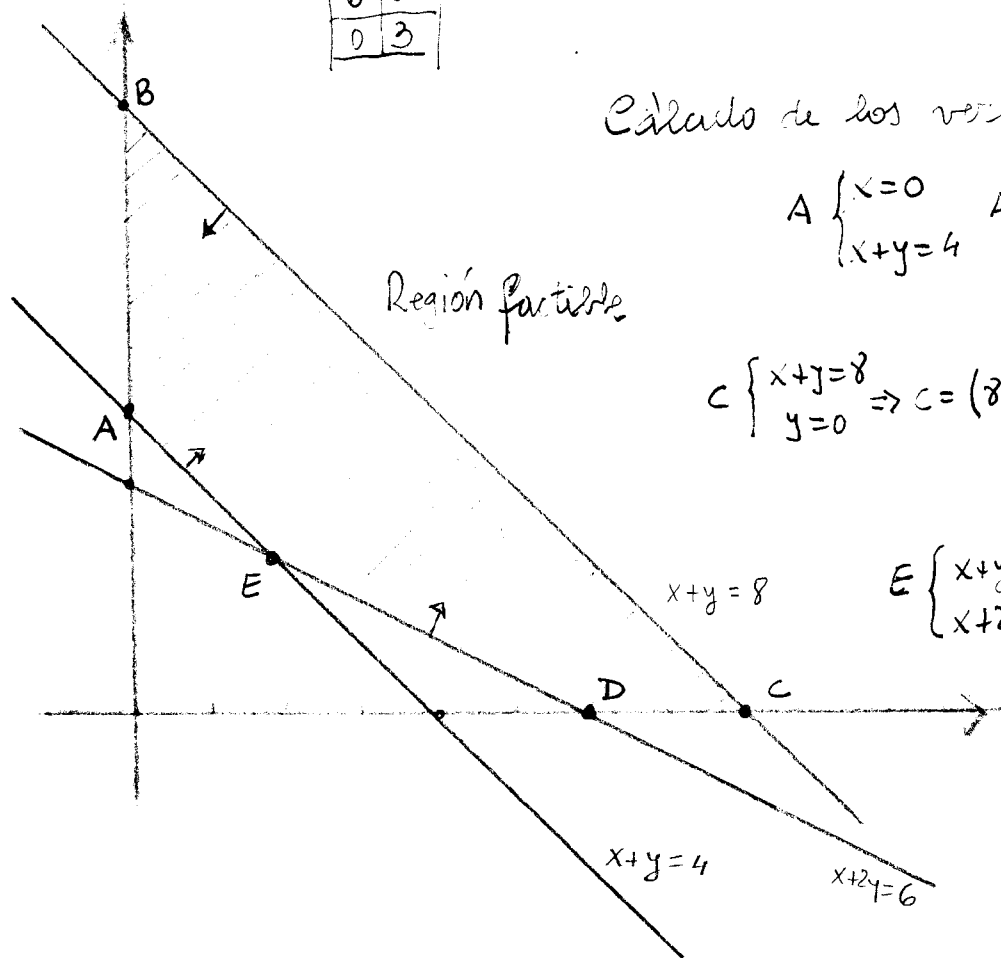
x	y
4	0
0	4

$$x + 2y = 6 \Rightarrow$$

x	y
6	0
0	3

$$x = 0$$

$$y = 0$$



Cálculo de los vértices:

$$A \begin{cases} x=0 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow A(0,4) \quad B \begin{cases} x=0 \\ x+y=8 \end{cases} \Rightarrow B(0,8)$$

$$C \begin{cases} x+y=8 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow C(8,0) \quad D \begin{cases} x+2y=6 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow D(6,0)$$

$$E \begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=6 \end{cases} \Rightarrow E(2,2)$$

$$F(x,y) = 3x + 2y \Rightarrow$$

$$F(A) = 8$$

$$F(B) = 16$$

$$F(C) = 24$$

$$F(D) = 18$$

$$F(E) = 10$$

$\Rightarrow$  El mínimo es 8 y se alcanza cuando  $x=0$  e  $y=4$