Examen Programación Lineal

Instrucciones para el examen:

- Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
- **CALIFICACIÓN:** En cada enunciado se especifica la valoración de cada ejercicio y de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
- **TIEMPO:** 90 minutos.
- Aunque utilices calculadora, muestra claramente los pasos y tu conocimiento de los conceptos y las fórmulas matemáticas que se están aplicando.
- Evita el uso de decimales. Expresa los resultados en forma de fracciones y radicales. En caso de tener que usarlos, redondea a la centésima.
- Sé claro/a, limpio/a, ordenado/a y cuida la ortografía. No se corregirá lo que no se entienda claramente.

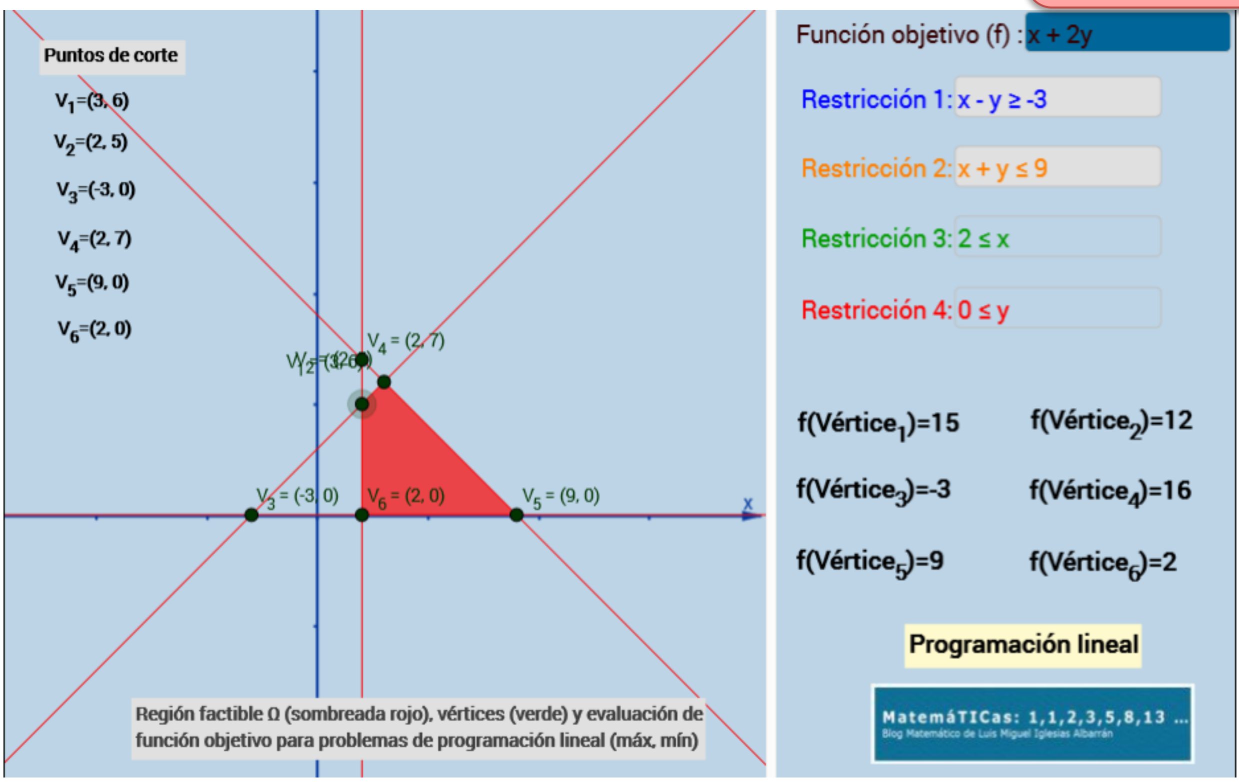
1. **(2,5 puntos)** Se consideran la función $f(x,y) = x + 2y$ y la región del plano $\boldsymbol{S}$ definida por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x - y \geq -3\,; \quad x + y \leq 9; \quad x \geq 2\,; \quad y \geq 0$$

a) (1 punto). Represéntese la región $\boldsymbol{S}$.
b) (1,5 puntos). Determínese en dicha región, el punto en el que la función $f(x,y)$ toma el valor máximo.

Cada restricción: 0,25
Función objetivo: 0, 5
Sistema vértice: 0,5
Decisión de máximo: 0,5

SOLUCIÓN:



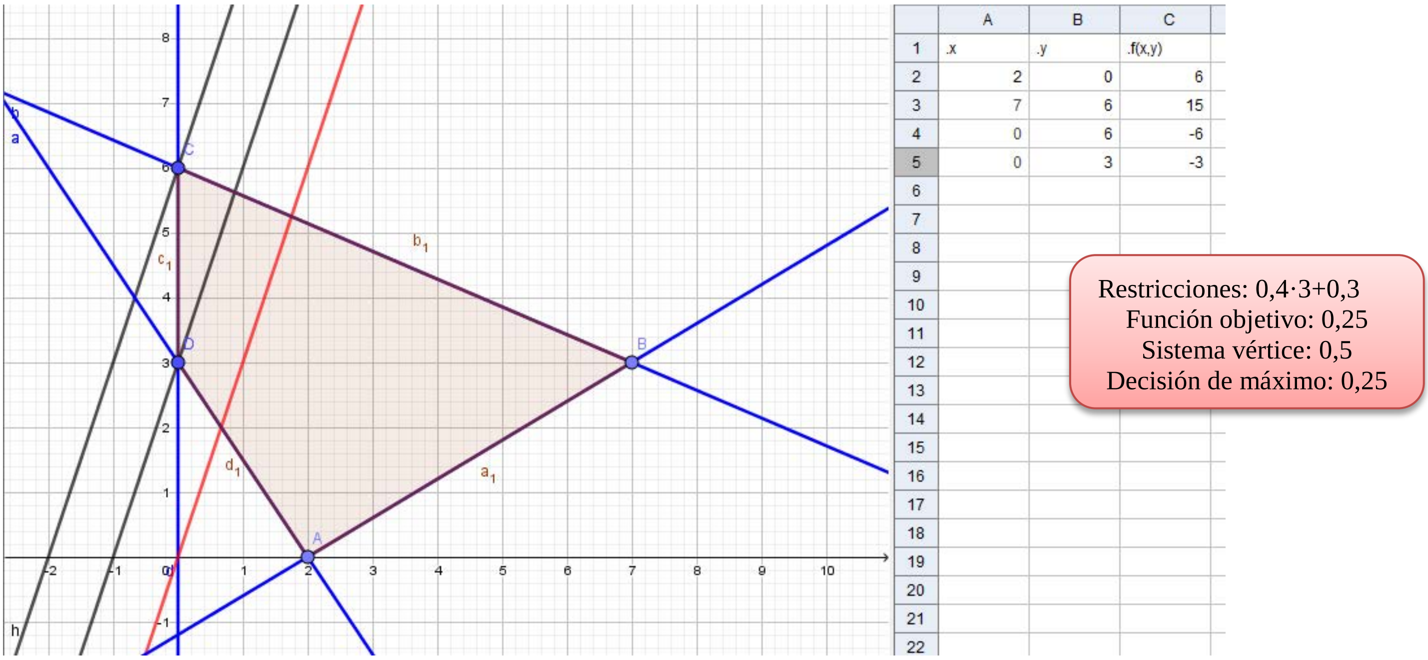
La función objetivo, aunque no aparece representada, es decreciente. Por tanto, gráficamente se puede adelantar que el punto máximo se alcanzará en V_4. Analíticamente se comprueba que es así, como se muestra arriba.

2. (3 puntos) Dadas las siguientes inecuaciones:

$$2y + 3x \geq 6\,, \qquad 7y + 3x \leq 42\,, \qquad -5y + 3x \leq 6\,, \qquad x \geq 0$$

a) (1 punto). Dibújese la región definida por ellas.

b) (1'5 puntos). Determínese en dicha región, el punto en el que la función $z = 3x - y$ toma el valor mínimo.



	A	B	C
1	.x	.y	.f(x,y)
2	2	0	6
3	7	6	15
4	0	6	-6
5	0	3	-3

En este caso la función objetivo es creciente, por lo que el mínimo se alcanzará en el V_1, como también se comprueba analíticamente.

---

3. **(5 puntos)** Una fábrica de cajas de cartón hace dos tipos de cajas. Unas cajas con base cuadrada que vende a $\mathbf{0'12\ euros\ unidad}$ y en las que gasta $\mathbf{2\ metros}$ de cinta adhesiva y $\mathbf{0'5\ metros}$ de rollo de cartón, y otras de base rectangular que vende a $\mathbf{0'08\ euros\ unidad}$ y en las que gasta $\mathbf{4\ metros}$ de cinta adhesiva y $\mathbf{0'25\ metros}$ de rollo de cartón. Si la fábrica dispone de $\mathbf{440\ metros}$ de cinta adhesiva y de $\mathbf{65\ metros}$ de rollo de cartón, ¿cuántas cajas de cada tipo debe fabricar para que el valor de la producción sea máximo?¿Cuál es el valor de la producción?

a) **(1'5 puntos)**. Expresar la **función objetivo** y las **restricciones** del problema.
b) **(2 puntos)**. Representar gráficamente la **región factible**.
c) **(1'5 puntos)**. **Resolver** el problema.

Resolvemos el problema por el método analítico siguiendo los pasos anteriores.

1. Hacemos una tabla con la información:

	Caja cuadrada	Caja rectangular	
Cinta (m)	2	4	440 m
Cartón (m)	0,5	0,25	65 m
Precio (euros/unidad)	0,12	0,08	
Número de cajas	x	y	

- Llamamos x al número de cajas de base cuadrada, e y al número de cajas de base rectangular. Son variables enteras y, como han de ser positivas, son números naturales.

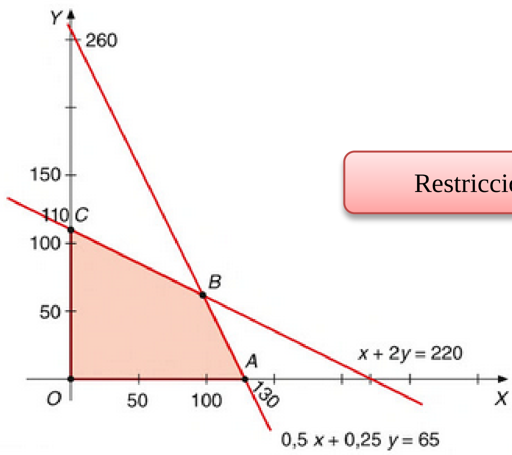
Restricciones: 0,25·4
Función objetivo: 0,5

- Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0, \text{ enteras} \\ 2x + 4y \leq 440 \\ 0{,}5x + 0{,}25y \leq 65 \end{cases}$$

- La función objetivo a maximizar es:

$$z = 0{,}12x + 0{,}08y$$



Restricciones: 0,5·4

2. Representamos la región factible. Los vértices de la misma son los puntos de corte de las distintas rectas y son:

$O(0, 0)$; $A(130, 0)$; $B(100, 60)$; $C(0, 110)$

3. La función objetivo toma en estos vértices los siguientes valores: $z_O = 0$; $z_A = 15{,}60$; $z_B = 16{,}80$; $z_C = 8{,}80$; y alcanza el máximo en B.

La fábrica debe hacer 100 cajas cuadradas y 60 rectangulares.

Función objetivo: 0,25
Sistema vértice: 0,5
Decisión de máximo: 0,25
Solución: 0,5