Examen Probabilidad

Instrucciones para el examen:

- Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
- **CALIFICACIÓN:** En cada enunciado se especifica la valoración de cada ejercicio y de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
- **TIEMPO:** 90 minutos.
- Aunque utilices calculadora, muestra claramente los pasos y tu conocimiento de los conceptos y las fórmulas matemáticas que se están aplicando.
- Evita el uso de decimales. Expresa los resultados en forma de fracciones y radicales. En caso de tener que usarlos, redondea a la centésima.
- Sé claro/a, limpio/a, ordenado/a y cuida la ortografía. No se corregirá lo que no se entienda claramente.

1. **(2,5 puntos)** Al 45% de los alumnos de una clase de Arte de 2º de Bachillerato le guste el estilo románico, al 60% el estilo gótico, mientras que al 25% les atraen los dos estilos. Elegido un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:

   a) **(0'5 puntos)**. Le guste al menos uno de los dos estilos arquitectónicos.
   b) **(0'5 puntos)**. Lamentablemente y para su desgracia, no le guste ninguno de los dos estilos.
   c) **(0'5 puntos).** Le guste el románico pero no el gótico
   d) **(0'5 puntos).** Le guste solo uno de los dos estilos arquitectónicos.
   e) **(0'5 puntos).** Sabiendo que no le gusta el estilo románico, si le guste el gótico.

Cada apartado:
Planteamiento: 0,25
Cálculos: 0,25

①

R: románico
G: gótico

$P(R) = 0'45$
$P(G) = 0'60$
$P(R \cap G) = 0'25$

a) $P(R \cup G) = P(R) + P(G) - P(R \cap G) = 0'45 + 0'60 - 0'25 = \boxed{0'8}$ 80%

b) $P(\bar{R} \cap \bar{G}) = P(\overline{R \cup G}) = 1 - P(R \cup G) = 1 - 0'8 = \boxed{0'2}$ 20%

MORGAN

c) $P(R \cap \bar{G}) = P(R) - P(R \cap G) = 0'45 - 0'25 = \boxed{0'2}$ 20%

d) 1ª opción: $P(R \cap \bar{G}) + P(\bar{R} \cap G) = 0'2 + 0'35 = \boxed{0'55}$ 55%

2ª opción: $P(R \cup G) - P(R \cap G) = 0'8 - 0'25 = \boxed{0'55}$ 55%

e) $P(G/\bar{R}) = \dfrac{P(G \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \dfrac{P(G \cap \bar{R})}{1 - P(R)} = \dfrac{0'35}{1 - 0'45} = \dfrac{0'35}{0'55} = \boxed{0'64}$ 64%

2. **(3 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que p(A) = 0,75, p(A|B) = 0,75 y p(B|A) = 0,25.

a) **(1 punto)** Demostrar que los sucesos son independientes pero no incompatibles.
b) **(1 punto)** Calcular p(B)
c) **(1 punto)** Calcular $p(\overline{A}/\overline{B})$

Cada apartado:
Planteamiento: 0,5
Cálculos: 0,5

SOLUCIÓN:

a) Los sucesos son independientes porque $P(A/B) = P(A)$

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A\cap B) = P(B/A)\cdot P(A) = 0{,}25\cdot 0{,}75 = 0{,}1875$$

No son incompatibles porque la intersección no es nula.

b) Como los sucesos son independientes, $P(B/A) = P(B) = 0{,}25$

c) $$P\left(\overline{A}/\overline{B}\right) = \frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})} = [De\ Morgan] = \frac{P\left(\overline{A\cup B}\right)}{1-P(B)} = \frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)} = \frac{0{,}1875}{0{,}75} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0{,}75 + 0{,}25 - 0{,}1875 = 0{,}8125$$

---

3. **(2,5 puntos)** En una bolsa hay bolas de tres colores diferentes, 10 blancas, 8 rojas y 5 amarillas. Se sacan dos bolas al azar y sin reemplazamiento.
Calcular la probabilidad de que:

a) **(0'50 puntos)**. Las dos sean rojas.
b) **(0'75 puntos)**. Una sea blanca y la otra amarilla
c) **(1'25 puntos)**. Las dos sean del mismo color.

④

10 Ⓑ
8 Ⓡ
5 Ⓐ

23 bolas en total

B: blanca
R: roja
Δ: amarilla

Sucesos sin reemplazamiento $\Longleftrightarrow$ sucesos dependientes

$P(\Delta \cap B) = P(\Delta) \cdot P(B/\Delta)$

a) $P(R_1 R_2) = P(R_1) P\left(R_2/R_1\right) = \frac{8}{23} \cdot \frac{7}{22} = \frac{56}{506} \simeq \boxed{0'111}$

b) $P\left[(B_1 \Delta_2) \cup (\Delta_1 B_2)\right] = P(B_1 \Delta_2) + P(\Delta_1 B_2) =$

$= P(B_1) P\left(\Delta_2/B_1\right) + P(\Delta_1) P\left(B_2/\Delta_1\right) = \frac{10}{23} \cdot \frac{5}{22} + \frac{5}{23} \cdot \frac{10}{22} =$

$= \frac{50}{506} + \frac{50}{506} = \frac{100}{506} \simeq \boxed{0'198}$

c) $P\left[(B_1 B_2) \cup (R_1 R_2) \cup (\Delta_1 \Delta_2)\right] =$

$= P(B_1 B_2) + P(R_1 R_2) + P(\Delta_1 \Delta_2) =$

$= P(B_1) P\left(B_2/B_1\right) + P(R_1) P\left(R_2/R_1\right) + P(\Delta_1) P\left(\Delta_2/\Delta_1\right) =$

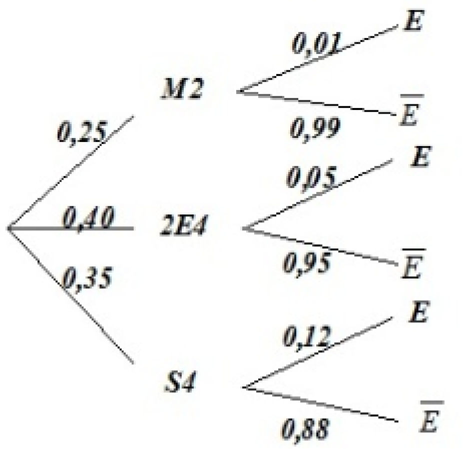
$= \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} + \frac{8}{23} \cdot \frac{7}{22} + \frac{5}{23} \cdot \frac{4}{22} = \frac{166}{506} \simeq \boxed{0'328}$

---

4. (2 puntos) Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25% de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40% tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0’01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0’05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0’12 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:

a) **(1 punto)** Se estropee.
b) **(1 punto)** Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.

SOLUCIÓN:



a) $P(E) = P(M2)P(E|M2) + P(2E4)P(E|2E4) + P(S4)P(E|S4) = 0,25 \cdot 0,01 + 0,40 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,12 = 0,0645$

b) $P(S4|\overline{E}) = \dfrac{P(\overline{E}|S4)P(S4)}{P(\overline{E})} = \dfrac{0,35 \cdot 0,88}{1 - 0,0645} = 0,329$