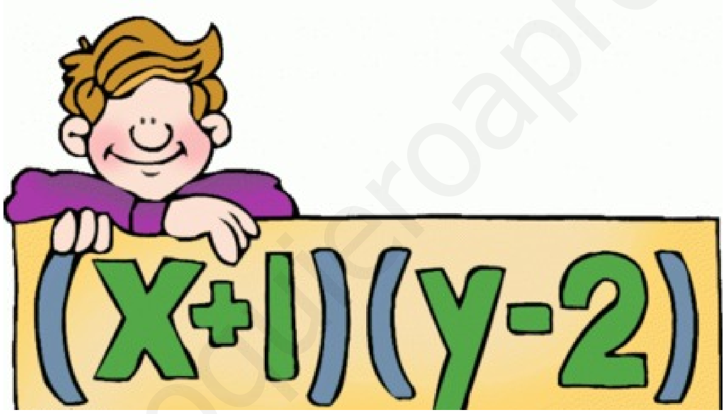
CUADERNO DE ACTIVIDADES

MATEMÁTICAS 3º E.S.O.



I.E.S. "Fernando de Mena"
Socuéllamos (Ciudad Real)

I.E.S. FERNANDO DE MENA
DPTO. DE MATEMÁTICAS
CURSO 2014-2015
Profesor: Alfonso González López

Alumno/a: ____________________________

AVISO LEGAL

Del presente texto es autor Alfonso González López, profesor de Matemáticas del IES Fernando de Mena (Socuéllamos, Ciudad Real, España), y tiene una finalidad exclusivamente didáctica, para la divulgación de materiales didácticos relacionados con la materia de ***Matemáticas 3º E.S.O.*** No tiene fines comerciales ni ánimo de lucro.

No está permitida la reproducción de los contenidos (de cualquier tipo) del presente texto en formato impreso –libro, cuaderno, etc.– o digital –página web, DVD, etc.– con ánimo de lucro, salvo mención expresa de su origen, y contando con el consentimiento expreso del autor, para lo cual podrá contactarse a través del email alfonsogonzalopez@yahoo.es. Sí está permitida la utilización de los materiales didácticos contenidos en el texto para uso particular o en el ámbito académico, siempre y cuando se indique en este último caso expresamente su autoría.

El autor agradecerá que le sean comunicadas a la dirección antes reseñada las posibles erratas que se encuentren en el presente texto, así como sugerencias, aportaciones, etc.

En el presente texto pueden existir contenidos de terceros. En cualquiera de los casos, y como es intención siempre el respetar los derechos de autor, el trabajo ajeno y las leyes del copyright, en caso de existir cualquier mínimo problema respecto a cualquier material publicado en este texto, se ruega contactar a través del email arriba indicado, y el contenido será retirado (tras ser comprobado) con la máxima celeridad posible.

MATEMÁTICAS 3º ESO

PROFESOR: ALFONSO GONZÁLEZ

1º) TEMARIO:

1. REPASO N$^{\underline{os}}$ ENTEROS (2 semanas)
2. FRACCIONES (6 semanas)
3. POTENCIAS (5 semanas)

→ 1ª evaluación

4. RAÍCES (4 semanas)
5. POLINOMIOS (4 semanas)
6. ECUACIONES Y SISTEMAS (5 semanas)

→ 2ª evaluación

7. FUNCIONES. RECTAS (4 semanas)
8. REPASO ÁREAS Y VOLÚMENES (3 semanas)

→ 3ª evaluación

2º) CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: La programación oficial del dpto. de Matemáticas[1] contempla que, para obtener la nota del alumno en cada evaluación en esta materia, se utilizarán los siguientes porcentajes[2]:

COMPETENCIA MATEMÁTICA	80 %	ver Anexo I (indicadores competencia matemática)
RESTO DE COMPETENCIAS	20 %	ver Anexo II (indicadores competencia no matemática)

Teniendo en cuenta que:

Competencia matemática (80% de la nota):

- **La nota en la competencia matemática se obtendrá atendiendo** a lo largo de la evaluación **a los indicadores que figuran** seguidamente **en el Anexo I**. Se llevarán a cabo, al menos, dos pruebas escritas cada evaluación, y **en cada una de ellas se contemplarán todos los indicadores de las competencias trabajadas hasta ese momento en la evaluación.** La nota de la competencia matemática será la media ponderada resultante de asignar a la 1ª prueba un peso de 1, a la 2ª prueba un peso de 2, y así sucesivamente. Por ejemplo, si la evaluación consta de dos pruebas, sería:

$$\text{NOTA COMPETENCIA MATEMÁTICA} = \frac{\left(\text{nota 1ª prueba}\right) + 2\cdot\left(\text{nota 2ª prueba}\right)}{3}$$

- También se tendrá muy en cuenta si el alumno ha alcanzado los indicadores de grado mínimo de la competencia matemática, los cuales figuran en negrita en el anexo I

---

[1] La programación de este departamento está a disposición de toda la comunidad escolar en la web oficial del centro (http://edu.jccm.es/ies/fmena/).

[2] Los porcentajes anteriormente reflejados pueden cambiar en el caso de los alumnos con necesidades educativas especiales, considerando esto como una medida metodológica más en su aprendizaje que quedara reflejada también en su correspondiente Plan de Trabajo Individualizado (PTI).

Resto de competencias (20% de la nota):

- **La nota en el resto de competencias se obtendrá atendiendo** a lo largo de la evaluación **a los indicadores** que figuran **en el Anexo II.**
- Por supuesto, el alumno deberá conseguir también un grado mínimo en estas competencias.

Evaluaciones:

- El alumno habrá superado la evaluación si su nota global, atendiendo a los porcentajes indicados, es igual o superior a 5. En caso contrario deberá presentarse a la recuperación de dicha evaluación con todos los indicadores de la competencia matemática.
- **Los alumnos que superen las tres evaluaciones** de que consta el curso habrán aprobado la materia, y **su nota final** del curso **será la media de las tres evaluaciones.** En caso contrario el profesor evaluará si el alumno alcanza los objetivos, competencias y contenidos mínimos del curso, superando para ello los criterios de evaluación del mismo, referidos puntualmente en la programación específica del curso. De no ser así, deberá presentarse en la convocatoria extraordinaria de septiembre con todos los indicadores.

Observaciones:

- En la realización de **pruebas escritas** se tendrán en cuenta, entre otros aspectos, los siguientes:
  - ☐ Durante la realización de una prueba escrita, el alumno deberá mostrar un comportamiento adecuado y correcto; realizar cualquier alteración que perturbe el normal desarrollo de ésta podrá suponer la total anulación del examen, siendo éste valorado con una calificación de 0 puntos para el infractor o infractores de esta norma. Tal medida se refiere especialmente a aquel alumno que sea descubierto obteniendo información de forma fraudulenta, de sí mismo o de otro compañero. En los casos anteriores el profesor retirará automáticamente la prueba escrita al alumno o alumnos en cuestión.
  - ☐ Se indicará en cada pregunta del examen la valoración parcial de dicha pregunta.
  - ☐ Solo se podrá usar la calculadora si ello está reflejado en el examen, y dándole el uso que en éste se indique.
  - ☐ A la hora de calificar cada una de las preguntas de que consta la prueba escrita, el profesor tendrá en cuenta tanto el planteamiento como el resultado final del ejercicio, dando a ambos aspectos el peso conveniente en cada caso. En el caso de que el resultado de un ejercicio sea correcto pero el planteamiento sea incorrecto, se valorará como nula tal pregunta.
  - ☐ Durante las pruebas y en todo el proceso de aprendizaje se tendrán en cuenta la ortografía, presentación cuidada, orden en el planteamiento, limpieza y corrección en el lenguaje matemático, ya que estos aspectos figuran entre los indicadores de la competencia no matemática a evaluar.
  - ☐ **Sólo se admitirán justificantes oficiales, debidamente acreditados, sellados y firmados por el profesional o autoridad competente, de tipo médico, administrativo, judicial, etc. a aquellos alumnos que falten a una prueba y soliciten realizarla en fecha posterior.**
- Durante su aprendizaje, se evaluará el cuaderno del alumno (completitud de los contenidos, grado de corrección de los ejercicios, limpieza y orden, etc.), las intervenciones de éste en la pizarra, la entrega de eventuales baterías de ejercicios, el formulario matemático que el alumno realizará a lo largo del curso, su trabajo en casa y en clase, el respeto a los planteamientos del profesor y a las opiniones de los demás compañeros, el saber valorar el trabajo en equipo, mostrar interés y esfuerzo diario, etc. Todo ello se contempla en los indicadores de la competencia no matemática (ver anexo II). Se tendrá en cuenta, en cualquier caso, que el alumno será evaluado todos los días con los instrumentos de observación sistemática habituales, y que, en caso de ausencia injustificada, podrá ser valorado negativamente por lo que respecta a ese día.

- Además, de acuerdo con el documento de *Normas de convivencia, organización y funcionamiento del centro*, se valorará positivamente en el alumno el cumplimiento de las normas del aula de Matemáticas (Anexo III).

Recuperación de evaluaciones:

- Los alumnos podrán recuperar a lo largo del curso las dos primeras evaluaciones (no así la tercera, que tiene carácter de final) con el correspondiente examen de recuperación, en el que volverán a evaluarse todos los indicadores de esa evaluación. Además, eventualmente el profesor podrá mandar un PTI[3] (plan de trabajo individualizado) de actividades orientativas para poder preparar dicho examen; esta batería de ejercicios deberá ser entregada como condición imprescindible para poder realizar el examen, si bien no formará parte de la nota. La nota global de la evaluación se obtendrá atendiendo al resultado de los indicadores evaluados en dicho examen teniendo en cuenta que:
  - Si la nota de recuperación es igual o superior a 5, la nota global de recuperación será la media entre la nota obtenida en la evaluación (con decimales) y la obtenida en el examen de recuperación; ahora bien, si esta media no llegara a 5, la nota global de recuperación será un 5
  - Si la nota de dicha recuperación es inferior a 5, la nota global de recuperación será la de dicho examen.

  Para considerar superada la evaluación el alumno deberá obtener una nota global igual o superior a 5. La nota global de la recuperación pasará a ser la nota a tener en cuenta de cara a la media final en junio.

- Al final del curso se realizará una **prueba escrita final** en la que los alumnos que todavía tengan evaluaciones suspensas tengan la posibilidad de recuperarlas presentándose solamente a dichas evaluaciones. Dicha prueba versará sobre todos los indicadores de la competencia matemática vistos en cada evaluación. Se tomará la calificación que en ésta se obtenga para confeccionar la nota media (no la nota que se obtuvo en su día en cada evaluación en cuestión).

- Los alumnos que no superen el curso en junio podrán optar a una **prueba extraordinaria** en **septiembre**, en la que entrarán todos los indicadores del curso, y que deberá ser superada con una nota mínima de 5. Además, eventualmente el profesor podrá mandar un PTI (plan de trabajo individualizado) de actividades orientativas para poder preparar dicho examen; esta batería de ejercicios deberá ser entregada como condición imprescindible para poder realizar el examen, si bien no formará parte de la nota. En esta convocatoria se podrá recuperar también la materia de Matemáticas pendiente de cursos anteriores.

- **RECUPERACIÓN DE PENDIENTES:** Los alumnos tuvieran la materia de Matemáticas de un curso anterior suspensa podrán recuperar a lo largo del presente curso mediante el correspondiente PTI. Teniendo en cuenta la estructura cíclica de la etapa y que los contenidos del curso actual son prácticamente los mismos que los del precedente, aunque naturalmente ampliados, el profesor llevará a cabo un seguimiento del alumno a lo largo de todo el curso para comprobar si éste supera los indicadores del curso anterior. Este seguimiento se podrá concretar, según el profesor estime conveniente, mediante las siguientes actividades a realizar por el alumno:
  - ☐ Actividades de repaso y refuerzo que puntualmente serán presentadas durante el curso en los plazos que el profesor determine.
  - ☐ Realización de pruebas escritas que el profesor considere que ha de realizar el alumno para evaluar el grado de consecución de los indicadores de contenidos.
  - ☐ La superación de los indicadores de contenidos de la materia de matemáticas que el alumno cursa actualmente (no de la materia pendiente del curso anterior), sobre todo en el primer y en el

---

[3] Como recoge la orden de 4 de junio de 2007 (DOCM de 20 de junio)

segundo trimestre, será también un factor que se tendrá en cuenta en el seguimiento de la materia pendiente del curso anterior.

Los alumnos que el profesor considere que, a través del seguimiento realizado, hayan superado los indicadores de contenidos, se considerarán aprobados con una calificación de, al menos, un 5.

- **MÍNIMOS EXIGIBLES PARA ALCANZAR LA SUFICIENCIA EN MATEMÁTICAS:** Para poder superar la materia de Matemáticas el alumno deberá alcanzar al menos los indicadores mínimos de las competencias que figuran en negrita en el anexo I. En tal caso, se considerará adquirido el nivel de suficiencia en la materia, es decir, la nota final del alumno será al menos un 5.

3º) En cuanto a la **metodología**, frecuentemente el profesor sacará a la pizarra de manera aleatoria a algunos alumnos para que realicen los ejercicios mandados como tarea para casa en la clase anterior; su calificación pasará a engrosar algunos indicadores de la competencia no matemática, como se indica en el anexo II. También, no se descarta que **el profesor pueda sacar** algún día a algún alumno **a la pizarra para preguntar o repasar sobre la parte teórica** de la materia. Lo que se pretende con esto es que el alumno lleve al día la asignatura, algo que es fundamental en Matemáticas, dada la especial naturaleza de la materia.

Las actividades que se harán en clase y/o se mandarán para casa, fundamentalmente serán las del **cuaderno de actividades** suministrado por el profesor, y que **el alumno deberá adquirir en los primeros días de curso**. Estas actividades contarán habitualmente con las soluciones de los ejercicios, para así favorecer la autoevaluación y el trabajo de los alumnos. Toda esta información también estará disponible durante todo el curso en la página Web del profesor de la asignatura:

www.alfonsogonzalez.es

Socuéllamos, septiembre de 2014

Fdo. El profesor de la asignatura

ANEXO I: INDICADORES DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN MATEMÁTICAS 3º ESO

BLOQUE I: PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

0.1. Estructura el proceso de resolución de un problema utilizando ciertas técnicas para plantear y resolver problemas sencillos.

0.2. Estructura el proceso de resolución de un problema utilizando las técnicas aprendidas para plantear y resolver problemas de un nivel medio y superior.

BLOQUE II: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Unidad 1: REPASO DE NÚMEROS ENTEROS

1.1. Obtiene el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos números.

1.2. Obtiene el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de más de dos números.

1.3. Comprende el significado del conjunto de los números enteros y realiza operaciones combinadas con números enteros incluido el cálculo de valores absolutos.

1.4. Realiza operaciones combinadas con números enteros incluyendo paréntesis y corchetes, incluso insertando en la operación combinada potencias de exponente natural.

Unidad 2: NÚMEROS RACIONALES

2.1. Conoce los conceptos de razón, proporción y porcentaje y los aplica razonadamente para traducir enunciados sencillos.

2.2. Identifica varias razones que forman proporción y obtiene uno de sus términos desconocidos.

2.3. Entiende el concepto de fracción, identifica sus elementos y obtiene la fracción irreducible utilizando el máximo común divisor del numerador y del denominador. Reduce un conjunto de fracciones a común denominador, las compara y ordena.

2.4. Relaciona fracción con número decimal transformando una fracción en su expresión decimal y expresa cualquier número decimal exacto o periódico en fracción a través de su fracción generatriz.

2.5. Comprende el significado del conjunto de los números racionales y realiza operaciones sencillas con fracciones que contengan sumas, restas, productos y divisiones.

2.6. Realiza operaciones combinadas con fracciones incluyendo el uso de paréntesis y corchetes.

2.7. Realiza operaciones con decimales exactos y periódicos pasándolos éstos previamente a su fracción generatriz y comprueba los resultados con la calculadora.

Unidad 3: POTENCIAS Y RADICALES

3.1. Domina el concepto de potencia de exponente entero y calcula potencias de exponente entero con su signo. En particular sabe calcular el inverso de un número entero o de una fracción. Realiza operaciones básicas con potencias de exponente natural.

3.2. Utiliza la calculadora para hallar las potencias de exponente entero y comprobar resultados.

3.3. Realiza algunas operaciones sencillas utilizando el concepto de potencia de exponente entero, incluso con base fraccionaria.

3.4. Usa las propiedades de las potencias para hacer operaciones sencillas con potencias cuya base sea un entero o una fracción.

3.5. Usa las propiedades de las potencias para realizar operaciones combinadas con paréntesis y corchetes comprobando el resultado con la calculadora, incluso operaciones más complejas introduciendo si cabe sumas y restas.

3.6. Entiende el uso de la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños, escribe un número decimal (en especial muy grande o muy pequeño) en notación científica y viceversa.

3.7. Suma y resta números expresados en notación científica comprobando finalmente las operaciones con la calculadora.

3.8. Aplica las propiedades de las potencias para realizar operaciones más complejas con números expresados en notación científica.

3.9. Entiende el concepto de número irracional, en particular el de raíz cuadrada y cúbica, y es capaz de escribir y clasificar números naturales, enteros, racionales e irracionales.

3.10. Opera con raíces cuadradas y cúbicas a nivel básico y aplica las propiedades de las raíces cuadradas y cúbicas para hacer operaciones más complejas.

3.11. Aproxima números reales por redondeo y truncamiento con un determinado número de cifras significativas y calcula el error absoluto al hacer la aproximación de un número.

3.12. Entiende el concepto de error relativo que se comete al hacer aproximaciones de números y utiliza las aproximaciones en situaciones concretas con la precisión requerida por la situación planteada.

3.13. Representa exactamente números naturales, enteros, fracciones y radicales de índice dos en la recta real, conoce los distintos tipos de intervalos y entiende el concepto de número real.

3.14. Realiza representaciones por aproximación en el caso de raíces cuadradas y cúbicas.

Unidad 4: POLINOMIOS

4.1. Traduce situaciones del lenguaje verbal al algebraico utilizando expresiones algebraicas, sobre todo monomios. Identifica monomios semejantes y aplica las propiedades de las potencias para realizar operaciones sencillas con monomios.

4.2. Realiza operaciones combinadas con monomios de carácter más complejo.

4.3. Entiende el concepto de polinomio, identifica cada uno de sus componentes, calcula el valor numérico de un polinomio y realiza sumas, restas y productos de polinomios.

4.4. Realiza operaciones más complejas con polinomios: sumas y productos con distintos niveles de paréntesis y corchetes.

4.5. Realiza divisiones de polinomios con coeficientes enteros, de tal manera que el cociente también sea un polinomio con coeficientes enteros.

4.6. Dada una expresión algebraica (en particular un polinomio) es capaz de extraer factores utilizando distintas técnicas como la propiedad distributiva o la regla de Ruffini.

4.7. Identifica y desarrolla las igualdades notables cuadrado de la suma, cuadrado de la diferencia y suma por diferencia.

4.8. Convierte ciertos polinomios en igualdades notables y lo utiliza para simplificar fracciones algebraicas.

Unidad 5: ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

5.1. Entiende el concepto de ecuación diferenciándolo de la noción de identidad, identifica los elementos de una ecuación y resuelve ecuaciones de primer grado sencillas, incluso con algún paréntesis.

5.2. Resuelve ecuaciones de primer grado en las que aparecen paréntesis, corchetes y denominadores.

5.3. Resuelve ecuaciones de segundo grado en su forma reducida, tanto completas como incompletas, identificando previamente el número de soluciones a través del discriminante. Resuelve también ecuaciones de segundo en las que aparecen operaciones combinadas, incluso con algún paréntesis.

5.4. Resuelve ecuaciones de segundo grado más complejas, en las que aparecen paréntesis, corchetes y denominadores.

5.5. Planteando la ecuación correspondiente de primer o de segundo grado resuelve problemas sencillos de la vida cotidiana.

5.6. Planteando la ecuación correspondiente de primer o de segundo grado resuelve otros problemas, a un nivel medio o superior.

Unidad 6: SISTEMAS DE ECUACIONES

6.1. Entiende el concepto de ecuación lineal con dos incógnitas y resuelve sistemas de ecuaciones lineales expresados en su forma reducida por sustitución, igualación o reducción, y los clasifica atendiendo a su número de soluciones.

6.2. Resuelve por cualquier método sistemas de ecuaciones lineales en los que aparecen paréntesis corchetes, incluso sistemas de ecuaciones lineales más complejos con paréntesis y denominadores, expresándolos previamente en su forma reducida.

6.3. Planteando sistemas de ecuaciones lineales es capaz de resolver problemas sencillos de la vida cotidiana.

6.4. Planteando sistemas de ecuaciones lineales es capaz de resolver otros problemas, a un nivel medio o superior.

Unidad 7: PROGRESIONES

7.1. Comprende el concepto de sucesión numérica, en particular el concepto de sucesión recurrente y calcula el término general de progresiones aritméticas y geométricas sencillas.

7.2. Calcula la suma de los términos de una progresión aritmética y geométrica, y el producto de los términos de una de una progresión geométrica.

7.3. Obtiene cualquier componente de una progresión a partir de otros dados.

7.4. Utiliza las progresiones para resolver problemas sencillos en los que aparecen regularidades entre conjuntos de números.

7.5. Utiliza las progresiones para resolver problemas en los que aparecen regularidades entre conjuntos de números pero, en este caso, a niveles de mayor dificultad.

BLOQUE III: GEOMETRÍA

Unidad 8: REPASO DE GEOMETRÍA. EL GLOBO TERRÁQUEO

8.1. A través del concepto de lugar geométrico es capaz de determinar figuras sencillas a partir de ciertas propiedades.

8.2. Conoce las rectas y puntos notables en un triángulo cualquiera y en un triángulo rectángulo y aplica el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas sencillos.

8.3. Sabe hallar el área de las figuras planas más usuales: triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide y trapecio; así como el área de un polígono regular. Conoce también el área de figuras circulares: círculo, sector circular, segmento circular y corona circular. Resuelve problemas sencillos utilizando los conceptos anteriores.

8.4. Aplica el conocimiento del área de figuras planas y el Teorema de Pitágoras al cálculo de áreas de figuras compuestas y a la resolución de problemas geométricos más complejos donde aparecen áreas de figuras planas.

8.5. Conoce los distintos elementos de un poliedro, los clasifica (en particular los poliedros regulares) y calcula el área del prisma y de la pirámide.

8.6. Conoce los cuerpos de revolución, en particular el cilindro, el cono, la esfera y las figuras esféricas, y calcula sus áreas. Calcula los volúmenes de los cuerpos geométricos anteriores. Resuelve problemas sencillos utilizando los conceptos anteriores.

8.7. Aplica el conocimiento del área y del volumen de un cuerpo geométrico al cálculo de áreas y volúmenes de figuras compuestas y a la resolución de problemas geométricos más complejos donde aparecen áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.

8.8. Distingue los elementos de la esfera terrestre, conoce las coordenadas geográficas (latitud y longitud) y las sitúa en un mapa.

8.9. Relaciona entre sí las coordenadas geográficas y las aplica a la resolución de problemas reales asociados al mundo físico.

Unidad 9: TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS

9.1. Identifica a la vista de transformaciones geométricas de la misma figura cuáles se corresponden con movimientos en el plano y, de éstos, cuáles son traslaciones, giros y simetrías.

9.2. A la inversa, dada una figura plana, es capaz de trasladarla en una determinada dirección y sentido, girarla con centro un punto y un número determinado de grados, y de obtener su figura simétrica respecto de un punto o de una recta.

9.3. Reconoce movimientos sencillos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.

9.4. Usa los movimientos del plano para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas y percibe con claridad los planos de simetría en los poliedros.

9.5. Usa el concepto de homotecia y de polígonos semejantes para realizar transformaciones de figuras planas.

9.6. Aplica el teorema de Tales a la resolución de problemas sencillos del medio físico e interpreta mapas utilizando las escalas.

9.7. Resuelve problemas del mundo físico utilizando semejanzas y escalas.

BLOQUE IV: FUNCIONES Y GRÁFICAS

Unidad 10: FUNCIONES Y GRÁFICAS

10.1. Analiza y describe cualitativamente gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.

10.2. Conoce el concepto de función y su gráfica, sus formas de expresión, así como sus características más relevantes: dominio, continuidad, puntos de corte con los ejes, monotonía, extremos y simetrías, y los identifica en la gráfica de una función.

10.3. Analiza y compara situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas, gráficas y enunciados.

10.4. Formula conjeturas sobre el comportamiento de un fenómeno que represente una gráfica y cuál podría ser su expresión algebraica.

10.5. Identifica los distintos elementos de la función lineal y afín, representa mediante tabla de valores y utiliza estas funciones para estudiar situaciones provenientes de los distintos ámbitos del conocimiento y de la vida cotidiana en casos sencillos.

10.6. Utiliza las aplicaciones de los modelos lineales en problemas a un nivel más complejo.

10.7. Reconoce las distintas formas de representar una recta (mediante tabla o mediante su expresión algebraica), halla la ecuación de la recta que pasa por dos puntos y distingue a la vista de sus ecuaciones si dos rectas son parales o secantes.

10.8. Aplica la ecuación de la recta a la resolución de problemas relacionados con sistemas de ecuaciones lineales y de otros problemas más complejos de la naturaleza y de la vida cotidiana.

BLOQUE V: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Unidad 11: ESTADÍSTICA

11.1. Entiende la conveniencia de extraer muestras de una población y el método de selección aleatoria como el más idóneo para el estudio de una determinada variable estadística de la población, ya sea esta cualitativa o cuantitativa, discreta o continua.

11.2. Determina, clasifica y agrupa los datos de variables estadísticas discreta o continuas sencillas (con pocos intervalos y de la misma amplitud), los tabula y utiliza gráficos estadísticos para representarlos.

11.3. Halla las frecuencias absoluta, relativa y acumulada, e interpreta los resultados mediante las medidas de centralización.

11.4. Calcula los cuartiles de una variable estadística discreta y los interpreta, así como las medidas de dispersión de una variable estadística discreta o continua en casos concretos y reales de la vida cotidiana.

Unidad 12: PROBABILIDAD

12.1. Entiende el concepto de experimento aleatorio frente a experimento determinista, el concepto de suceso y de espacio muestral y usa los diagramas de árbol para determinar los sucesos elementales de un experimento aleatorio.

12.2. Realiza operaciones básicas con sucesos y aplica las operaciones básicas con los mismos a casos sencillos.

12.3. Halla la probabilidad de un suceso utilizando la regla de Laplace en el caso de experimentos aleatorios sencillos.

12.4. Formula y comprueba conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y calcula la probabilidad mediante simulación o experimentación concluyendo en la ley de los grandes números.

12.5. Utiliza las propiedades de la probabilidad para resolver problemas y tomar decisiones fundamentales en diferentes contextos, incluso para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.

ANEXO II: Indicadores de la competencia NO matemática en Matemáticas 3º ESO

EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS NO MATEMÁTICAS (20% de la nota de la evaluación)

COMPETENCIAS (Decreto 69/2007)		INDICADORES	instrumento de evaluación	NOTA (0 a 4)	PESO DE LA NOTA	MEDIA (20% de la nota de la evaluación)
1	Competencia en comunicación lingüística	1.1: ¿En los exámenes, cuaderno, etc. escribe con corrección, cuidando la **ortografía, caligrafía y sintaxis**?	media de la nota obtenida en este apartado en los exámenes de la evaluación		5%	
		1.2: ¿En los exámenes, cuaderno, etc. cuida la corrección en el uso del **lenguaje matemático**?	media de la nota obtenida en este apartado en los exámenes de la evaluación		5%	
		1.3: ¿Se expresa **oralmente** con corrección en la pizarra, al exponer dudas, al responder a alguna cuestión planteada en clase, etc.?	nota subjetiva del profesor		1%	
3	Competencia en el conocimiento y la interacción con el medio físico	3.1: ¿Percibe la **presencia y utilidad de las Matemáticas** en determinados problemas en los que está presente **la naturaleza**, y los resuelve adecuadamente?	posible(s) pregunta(s) de examen		1%	
4	Tratamiento de la información y competencia digital	4.1: ¿Emplea adecuadamente la **calculadora?**	nota subjetiva del profesor		5%	
		4.2: ¿Utiliza a un nivel básico (en el aula Althia) algún **programa de tipo matemático** (Derive, Excel, Cabri, Geogebra, etc.)?	nota subjetiva del profesor		1%	
5	Competencia social y ciudadana	5.1: ¿Es responsable a la hora de realizar las **tareas diarias** y los trabajos?	media de todas las notas de clase a lo largo de la evaluación		50%	
		5.2: ¿Cuida la **limpieza y el orden** en el planteamiento en los exámenes, cuaderno, etc.?	media de la nota obtenida en este apartado en los exámenes de la evaluación		5%	
		5.3: **Trae diariamente el material** (fichas de trabajo, cuaderno, calculadora, formulario, etc.) a clase.	nota subjetiva del profesor		5%	
		5.4: ¿**Asiste regularmente** a clase de Matemáticas (salvo causa justificada)?	nota subjetiva del profesor		5%	
		5.5: ¿Es regularmente **puntual** al llegar a clase de Matemáticas?	nota subjetiva del profesor		5%	
6	Competencia cultural y artística	6.1: ¿En determinados problemas de Geometría percibe la **presencia y utilidad de las Matemáticas** en ciertas manifestaciones del **arte,** y los enfoca adecuadamente?	posible(s) pregunta(s) de examen		1%	
7	Competencia para aprender a aprender	7.1: ¿Lleva al día el **formulario matemático** y lo trae a clase?	nota subjetiva del profesor		5%	
8	Autonomía e iniciativa personal	8.1: ¿Se esfuerza a la hora de abordar el análisis y resolución, **de forma autónoma y personal**, de determinados enunciados y problemas de cierta complejidad?	nota subjetiva del profesor		1%	
9	Competencia emocional	9.1: ¿Expresa con **educación y corrección** en las formas sus ideas y opiniones, y escucha de igual modo las del profesor y el resto de compañeros?	nota subjetiva del profesor		5%	

Σ = 100%

0: en absoluto
1: de forma insuficiente
2: " " suficiente
3: bien
4: perfectamente

ANEXO III: NORMAS del AULA de MATEMÁTICAS

1. Los alumnos se sentarán en el aula en sitio fijo durante todo el curso, y se responsabilizarán de la limpieza e integridad de su puesto. Este sitio fijo será asignado por el profesor durante los primeros días del curso, y sólo podrá ser modificado por éste. El profesor apuntará el puesto fijo de sus alumnos y alumnas en la hoja de control a tal efecto, y colocará ésta en el corcho del aula.
2. Los alumnos están obligados a mantener esos puestos fijos también en las guardias.
3. El alumno tiene la obligación de comunicar al profesor, al comenzar la clase, cualquier incidencia, anomalía, desperfecto, etc. en su puesto. En caso contrario, el alumno pasará a ser el responsable de ello.
4. Los alumnos y el profesor velarán por la limpieza constante y diaria del aula, la ausencia de papeles en el suelo, la utilización de la papelera, etc. El profesor, cada cierto tiempo, se encargará de que cada alumno limpie su mesa.
5. Queda terminantemente prohibido consumir alimentos o bebidas de cualquier tipo en el aula.
6. El alumno deberá llegar puntualmente a clase, y no dejar de trabajar hasta que ésta finalice en su integridad. No podrá levantarse para salir de clase antes de tiempo.
7. Los alumnos deberán atender en clase y guardar silencio durante la explicación del profesor, traer el material necesario, y no perturbar el normal funcionamiento de la clase molestando a los compañeros y/o al profesor.
8. El alumno participará activamente en clase, preguntando dudas, colaborando en trabajos en equipo, etc. No podrá negarse a salir a la pizarra o a hacer las actividades que indique el profesor.
9. Durante la clase las ventanas del aula sólo podrán permanecer abiertas con permiso del profesor.
10. El alumno, caso de portar un móvil o similar, deberá tenerlo apagado durante toda la clase y sin mostrarlo. En caso contrario, podrá ser confiscado por el profesor.
11. Al finalizar la clase el profesor se cerciorará, con ayuda de los alumnos, de que el aula queda en orden: sillas y mesas bien colocadas, ventanas cerradas, luces apagadas, y la puerta cerrada. Si se trata de la última hora de utilización del aula ese día (no necesariamente la sexta hora; consultar cuadrante situado en la puerta del aula), habrá que bajar además las persianas y colocar cada silla encima de la correspondiente mesa.

- -

Cumplimentar esta parte, cortar por la línea de puntos y entregar al profesor:

D./Dª ______________________________________ , padre/madre del alumno ______________________________ ,

del curso 3º ESO ____ , me doy por enterado de los criterios de calificación de la materia de Matemáticas de 3º de ESO.

Firmado:

FICHA 1: Concepto de nº entero, múltiplo y divisor, nº primo

Concepto de nº entero (ℤ):

1. Escribir los ℤ del 7 al 23:

2. Representar en la recta real los siguientes ℤ: 5, -4, 2, 0, -1, 1

A la vista de lo anterior, ordenarlos de menor a mayor:

3. Ordenar de menor a mayor los siguientes ℤ: -34, 23, 7, 100, -33, 0, 24, -2, 14, -1, 132, -1000

4. Escribir los ℤ del -8 al 9:

5. Definir el opuesto de un número entero. Dar dos ejemplos.

Escribir los opuestos de los siguientes ℤ (véase el primer ejemplo):

a) 7 → -(+7)=-7

b) -7 →

c) 143 →

d) -25 →

e) 0 →

f) -1 →

g) 45 →

h) 2 →

i) -57 →

6. Definir el valor absoluto de un entero. Indicar dos ejemplos.

Indicar el valor absoluto de los siguientes Z:

a) |5|=

b) |-3|=

c) |57|=

d) |-23|=

e) |0|=

f) |-1|=

g) |-114|=

h) |12|=

i) |-37|=

j) |5-2|=

k) |1-3|=

l) |-4-3|=

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 10: 12 a 17 (n^{os} enteros, representación gráfica, valor absoluto, opuesto)*

Múltiplos y divisores. N^{os} primos y compuestos:

7. Descomponer en factores primos:

a) 65 **b)** 90 **c)** 125

d) 492 **e)** 671 **f)** 1135

g) 1080 **h)** 441 **i)** 4950

8. Algunas descomposiciones se pueden hacer por tanteo. Véase el primer ejemplo:

a) $\boxed{900=9\cdot 100=9\cdot 10\cdot 10=3^2\cdot 2\cdot 5\cdot 2\cdot 5=2^2\cdot 3^2\cdot 5^2}$

b) 99 = *(Soluc: $3^2\cdot 11$)*

c) 1000 = *(Soluc: $2^3\cdot 5^3$)*

d) 500 = *(Soluc: $2^2\cdot 5^3$)*

e) 160 = *(Soluc: $2^5\cdot 5$)*

f) 98 = *(Soluc: $2\cdot 7^2$)*

g) 250 = *(Soluc: $2\cdot 5^3$)*

h) 146 =

i) 130 =

j) 380 = *(Soluc: $2^2\cdot 5\cdot 19$)*

k) 360 = *(Soluc: $2^3\cdot 3^2\cdot 5$)*

9. Hallar los seis primeros múltiplos de los siguientes números:

a) 6 →

b) 15 →

c) 120 →

d) 500 →

10. Hallar todos los divisores de los siguientes números:

a) 12

b) 36

c) 75

d) 23

11. Definir número primo, e indicar tres ejemplos.

Definir número compuesto, e indicar tres ejemplos.

Averiguar, razonadamente, si los siguientes números son primos o compuestos en caso de ser compuestos, indicar su factorización (Obsérvese el $1^{\underline{er}}$ ejemplo):

a) 91 → Como $\sqrt{91} \simeq 9,..$, basta con ensayar posibles divisores primos menores de 9:

91 NO es divisible por 2

91 NO es divisible por 3

91 NO es divisible por 5

91 SÍ es divisible por 7 $\Rightarrow$ $\boxed{91 = 7 \cdot 13 \text{ es COMPUESTO}}$

b) 51

c) 79

d) 59

e) 87

f) 12523

g) 11523

h) 143 *(Soluc: Compuesto)*

i) 151 *(Soluc: Primo)*

j) 187 *(Soluc: Compuesto)*

12. Construir, razonadamente, la criba de Eratóstenes para los primeros 100 números naturales, indicando además la factorización de aquellos que sean compuestos (Obsérvense algunos ejemplos):

1= nº especial
2=
3=
4=
5=
6=
7=
8=
9=
10=
11= PRIMO
12=
13=
14=
15=
16=
17=
18= $2·3^2$
19=
20=
21=
22=
23=
24=
25=
26=
27=
28=
29=
30= 2·3·5
31=
32=
33=
34=
35=
36=
37=
38=
39=
40=
41=
42=
43=
44=
45=
46=
47=
48=
49=
50=
51=
52=
53=
54=
55=
56=
57=
58=
59=
60=
61=
62=
63=
64=
65=
66=
67=
68=
69=
70=
71=
72=
73=
74=
75=
76=
77=
78=
79=
80=
81=
82=
83=
84=
85=
86=
87=
88=
89=
90=
91= 7·13
92=
93=
94=
95=
96=
97=
98=
99=
100=

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 8: 1 a 6 (múltiplos, divisores, n$^{\underline{os}}$ primos)*

FICHA 2: MCD y MCM de enteros

1. Definir MCD de dos o más enteros, e indicar cuál es la forma práctica de calcularlo.

Escribir todos los divisores de 36 y 24, y señalar cuál es el mayor de ellos común a ambos.

Calcular, por el método práctico, el MCD de 36 y 24, y comprobar que se obtiene idéntico resultado.

2. Definir MCM de dos o más enteros, e indicar cuál es la forma práctica de calcularlo.

Escribir los diez primeros múltiplos de 20 y 50, y señalar cuál es el menor de ellos común a ambos.

Calcular, por el método práctico, el MCM de 20 y 50, y comprobar que se obtiene idéntico resultado.

3. Obtener, **por el método práctico**, el MCD y MCM de los siguientes grupos de números; en el caso de una pareja, comprueba con la fórmula $\boxed{\text{MCM}(a,b)\cdot\text{MCD}(a,b)=a\cdot b}$ (Fíjate en el 1er ejemplo):

a) 12 y 225

12	2
6	2
3	3
1	

225	5
45	5
9	3
3	3
1	

$$\left.\begin{array}{l} 225=3^2\cdot5^2 \\ 12=2^2\cdot3 \end{array}\right\}\boxed{\text{MCD}(12,225)=3}$$

comunes al menor exponente

$$\left.\begin{array}{l} 12=2^2\cdot3 \\ 225=3^2\cdot5^2 \end{array}\right\}\boxed{\text{MCM}(12,225)=2^2\cdot3^2\cdot5^2=900}$$

comunes y no comunes al mayor exponente

Comprobación: $\text{MCD}(12,225)\cdot\text{MCM}(12,225)=3\cdot900=2700=12\cdot225$

¿Qué utilidad tiene la fórmula anterior en la práctica?

b) 8 y 12

c) 8 y 3

d) 8 y 36

e) 75 y 45 *(Soluc: MCM=225; MCD=15)*

f) 30 y 63 *(Soluc: MCM=630; MCD=3)*

g) 12, 18 y 15 *(Soluc: MCM=180; MCD=3)*

h) 54 y 36 *(Soluc: MCM=108; MCD=18)*

i) 12, 15 y 40 *(Soluc: MCM=120; MCD=1)*

j) 84 y 120 *(Soluc: MCM=840; MCD=12)*

k) 150 y 225 *(Soluc: MCM=450; MCD=75)*

l) 120, 180 y 300 *(Soluc: MCM=1800; MCD=60)*

m) 24 y 83 *(Soluc: MCM=1992; MCD=1)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 9: 7, 8, 9 (cálculo MCD y MCM)*

4. Un alumno contesta en un examen que MCD(12,30)=36 y MCM(12,30)=6. Sin calcular nada previamente, razonar que ello no puede ser posible.

FICHA 3: Operaciones básicas con enteros

Operaciones con enteros: Sumas y restas:

1. Simplificar (véase el primer ejemplo):

a) $-(-14)=\boxed{14}$

b) $-(-5)=$

c) $-(+5)=$

d) $-(-2)=$

e) $+(-8)=$

f) $+(+6)=$

g) $-(-43)=$

h) $+(-1)=$

i) $-(+1)=$

2. Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda, cuando proceda, simplificar signos primero):

a) $5+15=$

b) $-5+9=$

c) $-17+12=$

d) $-2-15=$

e) $-23+38=$

f) $-18-7=$

g) $-5+20=$

h) $40-(-5)=$

i) $-2-(-1)=$

j) $12+(-3)=$

k) $-7-(-5)=$

l) $32+(-6)=$

m) $|3-7|=$

n) $|-1+6|=$

o) $|-2-5|=$

3. Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda simplificar signos primero; véase el ejemplo):

a) $1+8-7=$

b) $-5-(-7)+12=-5+7+12=\boxed{14}$

c) $8+13-(-1)=$

d) $-(-4)-7+(-3)=$

e) $12-(-2)-11=$

f) $-3+9-(-2)=$

g) $-5+2-(-3)=$

h) $4-(-10)-(-5)=$

i) $-2+(-1)+14=$

j) $1-(-2)+(-3)=$

k) $|2-3+6|=$

l) $|-3+2-1|=$

m) $3-|5-2|=$

4. Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda simplificar signos primero):

a) $11-8+14-7=$

b) $-15-(-2)+1-2=$

c) $18+3-(-2)-5=$

d) $-(-14)\ -(-7)+(-13)+2=$

e) $1-2-(-2)-1=$

f) $-13+19-2+7=$

g) $-15-(-2)-(-3)+1=$

h) $14-(-11)-(-15)-8=$

i) $-12+(-11)-14+3=$

j) $10-(-12)-(-3)-(-5)=$

5. **Cálculo mental:** Efectuar, directamente, las siguientes sumas y restas encadenadas:

a) 18+6–4+2+1=

b) 12–8–7+5–1=

c) 21+13–8–2+5+6=

d) –23+21–12–5+1–3=

e) –7–4–12–8+4–9+1=

f) 45–20–15+2–7–9+4=

g) –1–2–3–4–5–6–7–8–9=

h) 1–2+3–4+5–6–7+8–9=

6. Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas efectuando primero el interior de los paréntesis, y **simplificando en todo momento** (véase el primer ejemplo):

a) $11-(8+14-7)=11-15=\boxed{-4}$

b) 10–(8–7)+(–9–3)=

c) 15–[7–(–3)]= *(Soluc: 5)*

d) (–8–2) –(6–3)= *(Soluc: -13)*

e) –2–[7–(–7)+(–1)]= *(Soluc: -15)*

f) [4–2+(–13)]–(8–3)= *(Soluc: -16)*

g) 12+(15–3)–(–1–18)= *(Soluc: 43)*

h) –4–[34–(–2)]–(–|–5|) = *(Soluc: -35)*

i) 9+3–{–[14–(–5)]–8}= *(Soluc: 39)*

j) –3–[|–2+5–4|–(–1–2)]= *(Soluc: -7)*

Operaciones con enteros: Productos y cocientes:

7. Multiplicar:

a) 2·(–4)=

b) (–3)·(–5)=

c) (–5)·5=

d) (–1)·(–2)=

e) 6·(–8)=

f) 3·(–6)=

g) (–7)·(–4)=

h) 3·(–1)=

i) (–4)·5·(–1)=

j) 3·(–2)·7=

k) (–4)·(–2)·(–3)=

l) (–1)·(–1)=

m) 3·4·(–6)=

n) 2·(–2)·(–2)=

o) 3·(–2)·(–1)·4=

8. Dividir:

a) $15:5=$
b) $(-12):4=$
c) $(-14):(-7)=$
d) $(-42):6=$
e) $21:(-3)=$
f) $(-18):(-3)=$
g) $(-63):9=$
h) $40:(-5)=$
i) $(-2):(-1)=$
j) $12:(-3)=$
k) $(-75):(-5)=$
l) $32:(-8)=$

9. Efectuar los siguientes productos y cocientes combinados:

a) $2\cdot 8:4=$
b) $(-15):5\cdot 12=$
c) $8:(-2)\cdot(-1)=$
d) $-(-14):(-7)\cdot(-3)=$
e) $12:\left[-(-2)\right]\cdot(-11)=$
f) $(-3)\cdot 9:(-3)=$
g) $(-75):5:(-3)=$
h) $64:(-8):\left[-(-4)\right]=$
i) $-4\cdot(-1):2=$
j) $21:(-7):(-3)=$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 11: 18 a 24 (sumas, restas, productos y cocientes básicos con n<u>os</u> enteros)*

FICHA 4: Operaciones combinadas con enteros. Jerarquía

1. Realizar las siguientes operaciones combinadas con números enteros, indicando todos los pasos:

a) $(-3+6+18):(-3)=$ *(Soluc: -7)*

b) $(-4)-(-6):(-3)=$ *(Soluc: -6)*

c) $5:(-5)-(-7)\cdot 2=$ *(Soluc: 13)*

d) $(-11)-3\cdot(-4):(-6)-(-9)=$ *(Soluc: -4)*

e) $[2-(-5)-3]\cdot(-2)=$ *(Soluc: -8)*

f) $[6-(-1)-(-13)]:(-5)=$ *(Soluc: -4)*

g) $[(-7+5-2)-(6-8)+5]:(-3)=$ *(Soluc: -1)*

h) $[(-5)\cdot(-3)\cdot 4+12]:[-12-(-3)]=$

(Soluc: -8)

i) $-4+6\cdot(-2+5):(-9)+2\cdot 3=$

(Soluc: 0)

j) $-18-[4+(-6)]:2+5=$

(Soluc: -12)

k) $\{[-4+6\cdot(-2+5)]:(-7)+2\}\cdot 3=$

(Soluc: 0)

l) $18:[6-3\cdot(-4:2+1)]-3=$

(Soluc: -1)

m) $(-5)-(-9)-4\cdot(-3):(-2):(-6)=$

(Soluc: 5)

n) $3-6:2\cdot(-3):[-2+(-1)]=$

(Soluc: 0)

o) $\left[(-4+6:3+1)\cdot(6-4:2)+8\right]:(-2)=$

(Soluc: -2)

p) $2+4:2-3\cdot(-5)+6-3:(5-2\cdot 3)=$

(Soluc: 28)

q) $(-2)\cdot\left[8-6\cdot(-3+12:2):(-3)+1\right]+(-3)=$

(Soluc: -33)

r) $\left|-5+2\right|-8:\left[-2+3\cdot(-3+1)\right]+1+6:(-2)=$

(Soluc: 2)

s) $25:\left[-7-(-2)\right]-(-5)\cdot 4\cdot\left|-2\right|=$

(Soluc: 35)

t) $-32:(-8)-(-3)\cdot(-2)-81:(-9)=$

(Soluc: 7)

u) $14-4\cdot\left[4-12:(-2):3\right]+\left[-1-(-2)\right]:(-1)=$

(Soluc: -11)

v) $\left|2-14\right|-8:(-2)\cdot\left[(9-13)-(-9-13):2\right]=$

(Soluc: 40)

w) $-30:15\cdot 2-\left[7+12:(2-14)\right]:\left|-1-5\right|=$

(Soluc: -5)

x) $20-16:\left[(-2+7)-(-3-8)\right]\cdot\left|4:2+2\cdot(-3)\right|=$

(Soluc: 16)

y) $(-18-15):33-30:\left[(11-13)-(16-15:5)\right]=$

(Soluc: 1)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 12: 25 a 29 (operaciones combinadas con* $n^{\underline{os}}$ *enteros)*

2. Ana tiene ahorrados 30 €. Un fin de semana sale al cine con unos amigos y se gasta 7 €, le compra un regalo que le cuesta 12 € a una amiga y paga el billete de tren, que le supone 3 €. Si al llegar a casa su padre le da sus 15 € semanales, ¿cuánto le queda finalmente? (Plantear la solución como una única operación con enteros) *(Soluc: 23 €)*

3. Tres barcos zarpan del mismo puerto: el primero cada 5 días, el segundo cada 9 días y el tercero cada 15 días. Si coincidieron un determinado día, ¿cuándo volverán a coincidir? *(Soluc: a los 45 días)*

4. Se desea cubrir con baldosas **cuadradas** el suelo de una habitación que mide 330 cm de ancho por 390 cm de largo. Se quiere realizar el trabajo utilizando baldosas lo más grandes posibles y sin cortar ninguna. **a)** ¿Cuál debe ser el tamaño de las baldosas? **b)** ¿Cuántas baldosas se necesitan? *(Soluc: 30 x 30 cm; 143 baldosas)*

5. Un rollo de cable mide más de 150 metros y menos de 200 metros. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 metros y también en trozos de 9 metros? (No vale resolverlo por tanteo)

6. Se desea envasar 125 botes de conserva de tomate y 175 botes de conserva de pimiento en cajas del mismo número de botes, y sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántos botes irán en cada caja?

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 9: 10 y 11 (problemas planteamiento MCD y MCM)*

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

	Ejemplos	
Si tienen el **mismo signo**, se suman y el signo del resultado es el común.	7 + 9 = 16	–7 – 9 = –16
Si el signo es **distinto**, se restan y se escribe el signo del mayor.	7 – 9 = –2	–7 + 9 = 2

1 Calcula las siguientes sumas y restas(indica algunos pasos)

a 8 – 3 =

b –5 + 7 =

c –8 + 3 =

d 5 – 7 =

e 9 – 4 – 2 =

f 9 + 4 – 2 =

(Sol: -6) **g** 6 – 10 + 3 – 5 =

(Sol: 8) **h** 6 + 10 – 3 – 5 =

(Sol: -14) **i** –6 – 10 – 3 + 5 =

(Sol:8) **j** 8 – 12 + 10 – 4 + 13 – 7 =

(Sol:-12) **k** –8 – 12 + 10 + 4 – 13 + 7 =

(Sol: -8) **l** –8 + 12 – 10 + 4 – 13 + 7 =

m –3 + 8 =

n 7 – 5 =

ñ 3 – 8 =

o –7 + 5 =

p 9 – 4 + 2 = (Sol: 7)

q –9 + 4 – 2 = (Sol: -7)

r 6 – 10 – 3 + 5 = (Sol: -2)

s –6 + 10 – 3 + 5 = (Sol: 6)

t –6 – 10 + 3 – 5 = (Sol:-18)

u 8 + 12 – 10 – 4 + 13 + 7 = (Sol: 26)

v –8 + 12 + 10 – 4 – 13 + 7 = (Sol: 4)

w 8 – 12 – 10 + 4 + 13 – 7= (Sol: -4)

6 Efectúa las siguientes sumas y restas con números enteros(indica algunos pasos)

a 6 + (–3) =

b 6 – (–3) =

c 6 – (+3) =

(Sol: -11) **d** –9 – 4 + 2 =

(Sol: 14) **e** 6 + 10 + 3 – 5 =

(Sol: 14) **f** (7 – 3) + 6 – (–4) =

(Sol: -4) **g** 7 – 9 + 6 + (–8) =

h (–6) + 3 =

i (–6) + (–3) =

j (–6) – (–3) =

k –9 – 4 – 2 =

l –6 + 10 + 3 – 5 = (Sol: 2)

m (5 – 2) – (–2) + 6 = (Sol: 11)

n 3 – 4 + (–5) + 7 = (Sol: 1)

7 Resuelve las siguientes operaciones(indica algunos pasos)

a (–4) · (–2) · 5 =

b 3 · (–7) · (–8) =

c 5 · 6 + 8 =

d 5 · (–6) – 8 =

e (–5) · (–6) + 8 =

f (–2) · 8 + (–3) =

(Sol: 43) **g** 9 – 7 · 2 + 8 · 6 =

Sol: -29) **h** 2 – 4 + 6 · 3 – 9 · 5 =

Sol: 19) **i** 8 + 12 – 10 – 4 + 13 =

j 4 · (–2) · (–5) =

k (–3) · 7 · 8 =

l 5 + 6 · 8 =

m 5 – (–6) · 8 =

n (–5) + (–6) · 8 = (Sol: -53)

ñ (–14 + 5) · (–2) + 13 = (Sol: 31)

o 4 + 8 · 2 + 5 · 3 = (Sol: 35)

p 9 · (–3) – 7 · 4 – (–6) = (Sol -49)

q (–8) · 35 – [(–7) · (2 – 3)] = (Sol: -287)

r –8 – 12 +10 + 4 – 13 – 7 = (Sol: -26)

s (–2) – (–5) · (–7) + 10 = (Sol: -27)

t (4 – 2 · 3) – 2 + (5 – 7) = (Sol: -6)

u 12 + (–4) · 5 – $\boxed{8 – (–2)}$ = (Sol: -18)

SUMAS Y RESTAS COMBINADAS

Para realizar sumas y restas combinadas, primero suprimimos los paréntesis innecesarios de la siguiente manera:

- Si no hay signo delante del paréntesis se deja igual.
- Si delante del paréntesis está el signo + se deja el mismo signo.
- Si delante del paréntesis está el signo − se cambia el signo por su opuesto.

$$(+5) + (-2) - (-5) + (+7) - (+3) = +5 - 2 + 5 + 7 - 3$$

Finalmente, operamos como en el caso de sumas encadenadas:

$$+5 - 2 + 5 + 7 - 3 = +17 - 5 = +12$$

102 Resuelve(indica algunos pasos):

a) (+2) − (−3) + (−5) − (+4) = + 2 + 3 − 5 − 4 = −4

b) (+5) + (−8) − (−2) − (+1) = (Sol: −2)

c) (+1) − (−3) − (+5) − (+7) = (Sol: −8)

d) (−4) + (+2) − (−3) + (−5) = (Sol: −4)

e) (−6) − (−6) + (+9) − (−3) = (Sol: 12)

f) (−1) − (−2) − (+6) + (−2) = (Sol: −7)

103 Ana tiene 30 € ahorrados. Un fin de semana sale al cine con unos amigos y se gasta 7 €, le compra un regalo a una amiga que le cuesta 12 € y paga el billete de tren, de ida y vuelta, que le supone 3 €. Si al llegar a casa su padre le da sus 15 € semanales, ¿cuánto le queda finalmente? (Sol: 23 €)

104 Operа(indica algunos pasos):

a) 5 + 1 − 3 − 2 = (Sol: 1)

b) −7 + 3 − 1 + 2 = (Sol: −3)

c) +8 − 2 − 5 + 2 = (Sol: 3)

d) 1 − 5 + 2 + 3 − 4 = (Sol: −3)

e) −4 + 3 − 6 + 1 − 2 + 5 = (Sol: −3)

f) 3 − 5 + 6 − 8 + 6 − 4 = (Sol: −2)

g) 8 − 2 − 4 + 7 − 2 + 1 = (Sol: 8)

h) + 2 − 5 + 3 − 1 − 3 = (Sol: −4)

105 Calcula(indica algunos pasos):

a) (−3) − (−6) + (−2) − (−7) = −3 + 6 − 2 + 7 = 8

b) (+2) + (−10) − (−3) + (−5) = (Sol: −10)

c) (−5) − (+3) + (−4) − (+9) = (Sol: −21)

d) (+1) − (+1) − (+5) + (−10) = (Sol: −15)

e) (−8) + (−7) − (+3) − (−2) = (Sol: −16)

106 Opera(indica algunos pasos)

a) (–10) – (–10) + (+5) – (+15) = (Sol: -10)

b) (+7) – (+9) + (–3) – (–2) = (Sol: -3)

c) (–7) – (+5) – (–3) – (–9) = (Sol: 0)

d) (–1) – (–2) + (+6) – (+7) = (Sol: 0)

e) (–4) – (–4) + (–9) – (–1) = (Sol: -8)

107 En la tabla se reflejan las temperaturas máximas y mínimas absolutas:

Comunidad autónoma	Mínima °C	Máxima °C	Variación °C
Andalucía	–3	41	41 – (–3) = 44
Aragón	–16	37	
Asturias	–2	30	
Baleares	–1	36	
Canarias	–4	36	
Cantabria	–1	32	
Castilla y León	–11	36	
Castilla-La Mancha	–15	40	
Cataluña	–6	31	
C. Valenciana	1	37	
Extremadura	–2	39	
Galicia	–7	38	
Madrid	–7	39	
Murcia	0	38	
Navarra	–3	36	
País Vasco	–4	35	
La Rioja	–10	35	

Calcula cuál ha sido la variación de temperatura en cada Comunidad autónoma.
¿En qué Comunidad dicha variación ha sido mayor?

¿Y menor?

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Regla de los signos

(+) · (+) = (+)	(–) · (+) = (–)	(+) : (+) = (+)	(–) : (+) = (–)
(–) · (–) = (+)	(+) · (–) = (–)	(–) : (–) = (+)	(+) : (–) = (–)

108 Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) (–2) · (–3) =

b) (–5) · (+6) =

c) (+5) · (+4) =

d) (+8) · (–2) =

e) (+2) · (–6) =

f) (–2) · (+6) =

g) (–4) · (–3) =

h) (+3) · (+5) =

109 Realiza las siguientes divisiones:

a) (–15) : (–3) =

b) (–20) : (+4) =

c) (+12) : (–6) =

d) (+45) : (–9) =

e) (+60) : (–6) =

f) (+75) : (–5) =

g) (–24) : (–6) =

h) (+30) : (–10) =

Las multiplicaciones y divisiones encadenadas se calculan dos a dos de izquierda a derecha:

$$\underbrace{(-2)\cdot(-3)}\cdot(+5)\cdot(-1) = \underbrace{(+6)\cdot(+5)}\cdot(-1) = (+30)\cdot(-1) = (-30)$$

110 Realiza las siguientes multiplicaciones como en el ejemplo:

a) (–5) · (–2) · (+1) =

b) (+3) · (–2) · (–10) =

c) (+4) · (–5) · (+2) =

d) (–9) · (+2) · (+3) =

e) (–5) · (–1) · (+7) =

f) (–6) · (–6) · (–6) =

g) (+9) · (+1) · (–5) =

h) (+2) · (–3) · (–5) =

111 Opera:

(Sol: -20) a) (–60) : (–6) · (–2) =

(Sol: 4) b) (+20) · (–2) : (–10) =

(Sol: -60) c) (+100) : (+5) · (–3) =

(Sol: -15) d) (–45) : (–9) · (–3) =

e) (–120) : (–12) · (–2) = (Sol: -20)

f) (+5) · (–2) : (–10) = (Sol: 1)

g) (+50) : (–5) · (+6) = (Sol: -60)

h) (–30) : (+3) · (–4) · = (Sol: 40)

OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS

Sumas y restas con paréntesis

- Si el paréntesis viene precedido por el signo $+$, se suprime manteniendo los sumandos del interior con sus signos.
- Si el paréntesis viene precedido por el signo $-$, al suprimirlo se transforman en sus opuestos los signos de los sumandos del interior.

Signo $-$ → Signos opuestos

$$-4 - (5 - 7) + (-2 + 3) = -4 - 5 + 7 - 2 + 3 = -11 + 10 = -1$$

Signo $+$ → Mismos signos

Jerarquía en las operaciones

$[(-5) \cdot 3] : [10 : (-2)] + (-6)$

$-15 \quad : \quad (-5) \quad + (-6)$

$3 \quad + (-6)$

-3

1.º Resolvemos los corchetes y paréntesis.

2.º Realizamos las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen.

3.º Efectuamos las sumas y restas en el mismo orden.

25 Realiza estas operaciones.

a) $6 + (-4 + 2) - (-3 - 1)$

b) $7 - (4 - 3) + (-1 - 2)$

c) $3 + (2 - 3) - (1 - 5 - 7)$

d) $-8 + (1 + 4) + (-7 - 9)$

e) $10 - (8 - 7) + (-9 - 3)$

f) $1 - (2 - 3) + (-4 - 5)$

g) $-1 - (-1 + 2 - 5 + 4)$

h) $3 + (5 - 9) - (7 - 5 - 7)$

26 Halla el valor de estas expresiones.

a) $8 + 7 - 6 + 5 - 11 + 2$

b) $(-12) \cdot 7 : 3$

c) $9 - 12 : 4$

d) $100 - 22 \cdot 5$

e) $(-26) : 2 - 6 : 3 + 4$

f) $15 \cdot (-9) - 7 \cdot (-6) : 2$

27 Haz estas operaciones.

a) $(-4) - (-6) : (+3)$

b) $(+5) : (-5) - (-7) \cdot (+2)$

c) $(-11) - (+3) \cdot (-4) : (-6) - (-9)$

d) $(-18) - [(+4) + (-6)] : (+2) + (+5)$

e) $(-5) - (-9) - (+4) \cdot (-3) : (-2) : (-6)$

f) $(+3) - (+6) : (+2) \cdot (-3) : [(-2) + (-1)]$

28 Calcula.

a) $(3 + 2) \cdot (3 - 1 + 4) - 2 \cdot (2 \cdot 3)$

b) $[(15 - 16 + 2) \cdot (-1) + 9] \cdot 7$

c) $2 \cdot [-2 - 2 - (2 - 2 - 2)]$

d) $[2 + 3 - (6 + 5)] - [(4 \cdot 2) \cdot (-3 \cdot 6) + 1]$

29 Completa los huecos para que se cumplan las igualdades.

a) $(-6) \cdot [(-1) + \square] = -18$

b) $8 \cdot [4 - \square] = 32$

c) $3 - [\square \cdot 5] = 18$

d) $1 + [3 : \square] = -2$

OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

En operaciones combinadas se opera de izquierda a derecha en el siguiente orden:

1. El interior de los paréntesis $5 \cdot (4 - 3 + 7) - 3 =$
2. Los productos y divisiones $= 5 \cdot 8 - 3 =$
3. Las sumas y restas $= 40 - 3 = 37$

---

1 Calcula:

a) $2 - 4 + 6 : 3 + 1 + 4 \cdot 5 - 6 =$ (Sol: 15)

b) $6 : 2 - 2 + 4 \cdot 2 - 2 \cdot 3 =$ (Sol: 3)

c) $9 : 3 - 2 + 2 - 1 + 4 \cdot 2 - 3 =$ (Sol: 7)

d) $5 \cdot 2 - 6 + 3 - 1 + 3 \cdot 2 - 10 : 2 =$ (Sol: 7)

e) $7 - 5 + 2 \cdot 3 - 4 : 2 + 8 : 4 =$ (Sol: 8)

f) $2 \cdot 3 - 5 + 4 - 2 + 6 : 3 - 2 =$ (Sol: 3)

2 Efectúa las siguientes operaciones, en el orden adecuado:

a) $(4 + 6) : 5 =$ (Sol: 2)

b) $4 \cdot (6 - 2) - 2 =$ (Sol: 14)

c) $4 + 2 \cdot (6 - 2) =$ (Sol: 12)

d) $(10 - 6) : 2 - 1 =$ (Sol: 1)

e) $10 : (2 + 3 + 5) =$ (Sol: 1)

f) $6 : 2 + 4 \cdot (3 - 2) =$ (Sol: 7)

g) $8 - (3 + 1) \cdot 2 =$ (Sol: 0)

h) $2 \cdot (8 - 3) - 2 \cdot 3 =$ (Sol: 4)

3 Calcula teniendo en cuenta la prioridad de las operaciones:

a) $(5 - 1 + 2) \cdot 3 - (1 \cdot 2) + 4 = 6 \cdot 3 - 2 + 4 =$ (Sol: 20)

b) $(9 - 3) : 3 + 4 \cdot (7 - 2 + 5) - (15 - 8 + 1) =$ (Sol: 34)

c) $4 \cdot (4 - 3 + 2) : 2 + 12 : (2 + 5 - 4) =$ (Sol: 10)

d) $(5 - 4 + 3) : 2 + 2 \cdot (5 - 4 + 3) - (6 + 2) =$ (Sol: 2)

e) $[2 + (1 + 5) : 3] : 4 - 1 + (9 + 11) \cdot 2 =$ (Sol: 40)

f) $(2 + 10 - 6) \cdot (20 - 7 - 11) - (3 + 5) : (7 - 3) + 2 \cdot 10 =$ (Sol: 30)

NÚMEROS ENTEROS

El número **opuesto** de un número es el mismo número cambiado de signo.

$-5 \xrightarrow{\text{Opuesto}} +5 \qquad 3 \xrightarrow{\text{Opuesto}} -3$

El **valor absoluto** de un número es el mismo número sin signo.

$|-5| = 5 \qquad |+5| = 5$

Un número entero es mayor que otro si se encuentra más a la derecha en la recta numérica.

Representa en la recta los números enteros −2, 0 +2, +5 y −7 y ordénalos de mayor a menor.

$+5 > +2 > 0 > -2 > -7$

4 Represente en la recta y ordena de menor a mayor los siguientes números:

$-2, +3, -5, +1, +8, -1, -4, +4, 0$

5 Coloca el signo >, < ó = según corresponda:

a) -5 ☐ -3 b) $+1$ ☐ -3 c) $+3$ ☐ -5 d) $|+2|$ ☐ $|-2|$ e) $|-2|$ ☐ -5

6 Completa la siguiente tabla:

	+3	−1	0	−10
Opuesto				
Valor absoluto				
Anterior				
Siguiente				

7 ¿Verdadero o falso?

a) $-1 > -9$ ☐ c) $|-2| < |-3|$ ☐ d) $-5 > |-4|$ ☐ e) $+2 < |-2|$ ☐

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Suma de números enteros

- Números del mismo signo:

  (+6) + (+2) = +6 + 2 = + 8

  (–1) + (–7) = –1 – 7 = –8

- Números de distinto signo:

  (+6) + (–2) = +6 – 2 = 4 por ser |6| > |–2|

  (+2) + (–6) = +2 – 6 = –4 por ser |–6| > |2|

Resta de números enteros

1. Se cambia la resta por una suma.
2. Se cambia el segundo número por su opuesto.
3. Se resuelve la suma.

(+5) – (–3) = (+5) + (+3) = (+8)

8 Realiza las siguientes sumas:

a) (–2) + (–3) =

b) (+3) + (+3) =

c) (–4) + (+1) =

d) (+5) + (–4) =

e) (+4) + (–6) =

f) (–2) + (–2) =

g) (–3) + (+5) =

h) (+1) + (–5) =

9 Opera:

a) (–2) – (–5) =

b) (–1) – (–4) =

c) (+6) – (+2) =

d) (–1) – (+2) =

e) (+2) – (–3) =

f) (–5) – (–2) =

g) (+2) – (–8) =

h) (–2) – (+10) =

10 Resuelve como en el ejemplo:

a) 3 + 1 – 1 – 2 = +4 – 3 = +1

b) –7 + 3 – 1 + 2 =

c) +8 – 2 – 5 + 2 =

d) +2 – 5 + 3 – 1 =

e) –4 + 3 – 6 + 1 – 2 =

f) 8 – 2 – 4 + 5 – 2 =

11 Opera:

a) 5 – 6 + 2 – 8 + 4 – 1 =

b) + 9 – 3 – 2 + 7 + 8 – 10 =

c) +3 – 6 + 5 – 2 + 4 – 5 =

d) +10 – 8 + 4 – 7 – 1 + 6 =

e) –4 + 3 – 7 + 5 – 3 + 2 – 6 =

f) +8 – 5 + 2 – 1 + 5 – 3 =

Para multiplicar o dividir dos números enteros multiplicamos o dividimos los valores absolutos de los números y ponemos el signo correspondiente según la regla de los signos:

Regla de los signos			
(+) · (+) = (+)	(–) · (+) = (–)	(+) : (+) = (+)	(–) : (+) = (–)
(–) · (–) = (+)	(+) · (–) = (–)	(–) : (–) = (+)	(+) : (–) = (–)

Para realizar varias multiplicaciones y divisiones encadenadas las calcularemos dos a dos de izquierda a derecha:

(–2) · (–3) · (+5) · (–1) = (+6) · (+5) · (–1) = (+30) · (–1) = (–30)

12 Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) (–5) · (–10) =

b) (–3) · (+2) =

c) (+2) · (–4) =

d) (–8) · (–1) =

e) (+3) · (–6) =

f) (–5) · (+6) =

g) (–8) · (–2) =

h) (+2) · (–5) =

13 Realiza las siguientes divisiones:

a) (+80) : (–8) =

b) (–30) : (+3) =

c) (–12) : (–4) =

d) (–12) : (+6) =

e) (–60) : (–4) =

f) (+28) : (–2) =

g) (–20) : (+5) =

h) (+15) : (–15) =

14 Opera:

a) (–15) · (–2) : (–3) =

b) (–40) : (+4) · (+2) =

c) (+45) : (–9) · (–2) =

d) (–2) · (+2) · (–6) : (–3) =

e) (+3) · (–20) : (+60) · (–6) =

f) (+4) · (–5) : (+2) : (–5) =

g) (–44) : (–2) : (–11) · (+2) · (–2) =

h) (+5) · (–5) · (+10) : (–2) · (–3) =

i) (+25) : (–5) · (–3) · (–4) =

FICHA 1: Fracciones equivalentes. Fracción irreducible. Comparación de fracciones

NOTA: *En cada uno de los ejercicios de esta ficha puede ser útil comprobar el resultado con la calculadora.*

1. Comprobar si son equivalentes las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{30}{45}$ *(Sol: SÍ)*

b) $\frac{25}{16}$ y $\frac{5}{4}$ *(Sol: NO)*

c) $\frac{7}{5}$ y $\frac{84}{60}$ *(Sol: SÍ)*

d) $-\frac{2}{5}$ y $\frac{26}{65}$ *(Sol: NO)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 18: 2; pág. 31: 44 a 47*

2. Hallar, por amplificación y simplificación, sendas fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{25}{16}$

c) $\frac{24}{36}$

d) $-\frac{5}{8}$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 19: 5; pág. 31: 48*

3. Hallar las fracciones de denominador 100 que sean equivalentes a las fracciones siguientes:

a) $\frac{13}{25}$

b) $\frac{39}{50}$

c) $\frac{11}{20}$

4. Completar, razonadamente, los términos que faltan: $\frac{5}{7}=\frac{15}{\quad}=\frac{\quad}{84}$

5. Calcular la fracción irreducible de cada una de estas fracciones:

a) $\frac{18}{90}$ *(Sol: 1/5)*

b) $-\frac{252}{108}$ *(Sol: -7/3)*

c) $\frac{25}{16}$ *(Sol: Irreducible)*

d) $\frac{51}{17}$ *(Sol: 39*

e) $\frac{296}{999}$ *(Sol: 8/27)*

f) $\frac{37}{999}$ *(Sol: 1/27)*

g) $\frac{1404}{900}$ *(Sol: 39/25)*

h) $\frac{969}{361}$ *(Sol: 51/19)*

i) $\frac{252}{420}$ *(Sol: 3/5)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 19: 6; pág. 31: 50*

6. Estudiar si las siguientes fracciones son equivalentes: $\frac{3}{15}$, $\frac{12}{60}$, $\frac{6}{20}$ y $\frac{2}{10}$

7. ¿Qué fracción es menor, 3/4 o 4/5? Razonar la respuesta.

8. Ordenar de menor a mayor los siguientes números, pasándolos previamente a común denominador:

a) $\frac{1}{2}\quad\frac{3}{4}\quad\frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{2}\quad\frac{3}{5}\quad\frac{7}{15}$

c) $\frac{1}{5}\quad\frac{3}{4}\quad-\frac{2}{7}\quad\frac{9}{8}\quad\frac{6}{5}\quad\frac{5}{6}$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 20: 9 y 10; pág. 31: 53*

9. Hallar una fracción comprendida entre las dos siguientes. Comprobar el resultado con la calculadora:

a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{3}$

c) $\frac{5}{4}$ y $\frac{4}{3}$

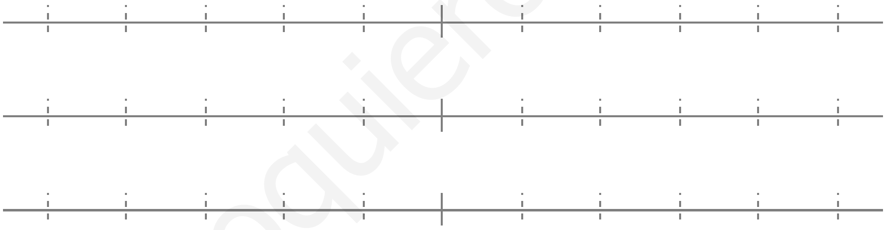
☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 31: 55*

10. Sin necesidad de operar, ordenar **razonadamente** de menor a mayor: $-\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{5}$

11. Dadas las fracciones $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$ y $\frac{5}{2}$, se pide:

a) Ordenarlas de menor a mayor, pasándolas previamente a denominador común:

b) Representarlas en la recta real:

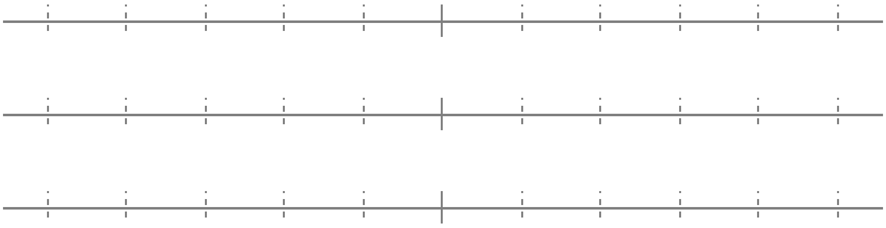


12. Ídem con $\frac{5}{3}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{12}{5}$ y $-\frac{2}{15}$

a)

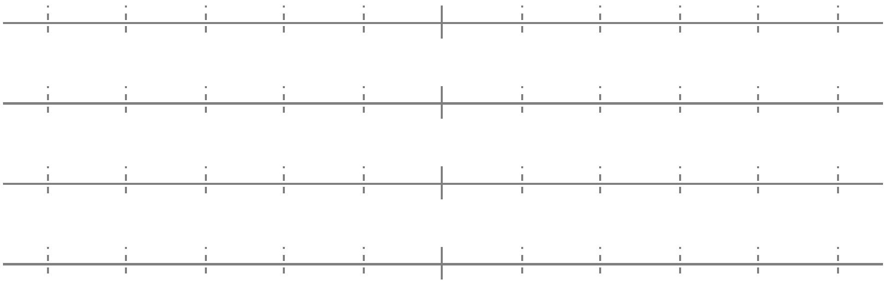
(Sol: -2/15<5/3<12/5<15/4)

b)



13. **a)** Representar en la recta real los siguientes números racionales:

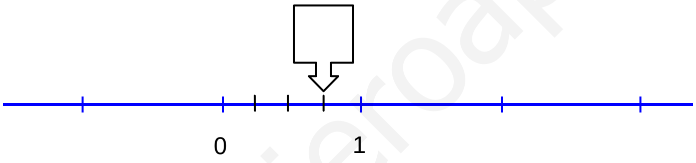
$$\frac{2}{3} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{16}{3} \quad -\frac{5}{7} \quad -\frac{18}{5} \quad 3 \quad \frac{5}{4} \quad -\frac{9}{2}$$

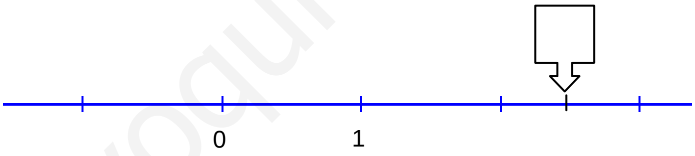


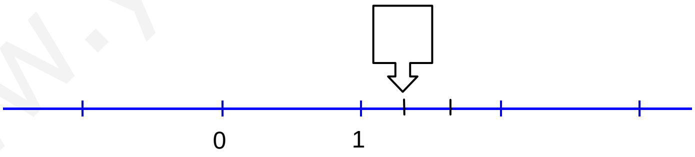
b) A la vista de lo anterior, ordenarlos de menor a mayor.

c) Utilizar la calculadora para comprobar el resultado anterior.

14. **a)** Indicar, en cada recuadro, la fracción (irreducible) representada:







b) Hallar sus correspondientes expresiones decimales (indicar las divisiones), y decir el tipo de decimal obtenido en cada caso:

c) Obtener, **razonadamente**, una fracción equivalente a la primera, pero de numerador 18:

d) Hallar un número entero y **todas** las fracciones (irreducibles) intermedias entre las dos últimas:

15. Dadas las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{2}$

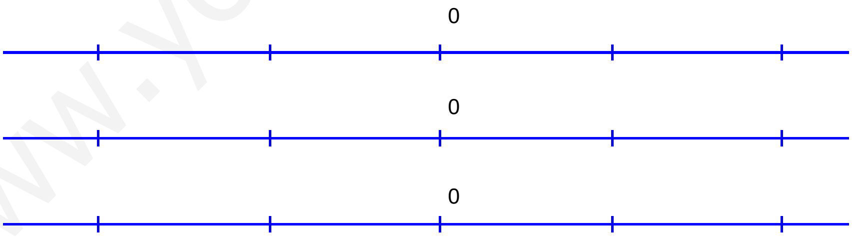
a) Ordenarlas de menor a mayor, previo paso a común denominador:

(Sol: 1/2<5/6)

b) Utilizar lo anterior para hallar, **razonadamente**, una fracción intermedia, **irreducible**.

(Sol: 2/3)

c) Representar en la recta real las dos fracciones del enunciado y la obtenida en el apartado b, y comprobar la validez de los resultados anteriores, dando una **explicación razonada**.



☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 30: 42 y 43*

CURIOSIDAD MATEMÁTICA: *El matemático italiano Leonardo de Pisa (1ª mitad s. XIII), más conocido como* ***Fibonacci****, fue el primero en utilizar la notación actual para fracciones, es decir, dos números superpuestos con una barra horizontal entre medias.*

FICHA 2: Sumas y restas de fracciones

1. Calcular las siguientes sumas y restas sencillas, **simplificando en todo momento** (Fíjate en los ejemplos):

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\boxed{\frac{4}{5}}$

b) $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=$

c) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=$

d) $\frac{7}{5}-\frac{2}{5}=$

e) $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{4+9}{6}=\boxed{\frac{13}{6}}$

f) $\frac{2}{5}+\frac{3}{2}=$

g) $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=$

h) $\frac{7}{3}-\frac{2}{5}=\frac{35-6}{15}=\boxed{\frac{29}{15}}$

i) $\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=$

j) $\frac{4}{3}+\frac{1}{2}=$

k) $\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=$

l) $\frac{2}{3}-\frac{3}{2}=$ *(Sol: -5/6)*

m) $\frac{1}{5}+\frac{5}{2}=$ *(Sol: 27/10)*

n) $\frac{1}{4}-\frac{2}{7}=$ *(Sol: -1/28)*

o) $\frac{7}{3}-\frac{3}{2}=$ *(Sol: 5/6)*

p) $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=$ *(Sol: 9/10)*

q) $\frac{8}{5}-\frac{7}{2}=$ *(Sol: -19/10)*

r) $\frac{4}{3}+\frac{1}{8}=$ *(Sol: 35/24)*

s) $2+\frac{1}{3}=\frac{6+1}{3}=\boxed{\frac{7}{3}}$

t) $1+\frac{7}{5}=$ *(Sol: 12/5)*

u) $3-\frac{2}{3}=$ *(Sol: 7/3)*

v) $\frac{5}{3}+2=$ *(Sol: 11/3)*

w) $\frac{1}{3}-3=$ *(Sol: -8/3)*

x) $-\frac{2}{3}-\frac{4}{5}=$ *(Sol: -22/15)*

y) $\frac{6}{3}+\frac{3}{2}=$ *(Sol: 7/2)*

z) $-\frac{9}{4}-\frac{1}{2}=$ *(Sol: -11/4)*

α) $-\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=$ *(Sol: -14/15)*

β) $3-\frac{2}{5}=$ *(Sol: 13/5)*

γ) $\frac{10}{9}+\frac{49}{45}=$ *(Sol: 11/5)*

δ) $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}=$

(Sol: 2/5)

ε) $\frac{3}{8}-\frac{31}{63}=$

(Sol: -59/504)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 21: 12*

2. Calcular las siguientes sumas y restas encadenadas, **simplificando en todo momento** (Fíjate en el ejemplo):

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{18+20+15}{30}=\boxed{\frac{53}{30}}$

b) $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=$

(Sol: 29/12)

c) $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=$

(Sol: 53/30)

d) $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}-\frac{5}{2}=$

(Sol: -5/3)

e) $1+\frac{1}{3}+\frac{5}{2}=$

(Sol: 23/6)

f) $\frac{7}{3}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=$

(Sol: 46/15)

g) $\frac{8}{5}+\frac{2}{3}+2=$

(Sol: 64/15)

h) $\frac{7}{2}+1+\frac{1}{3}=$

(Sol: 29/6)

i) $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=$

(Sol: 23/12)

j) $\frac{3}{2}-\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=$

(Sol: 7/12)

k) $-\frac{3}{2}-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=$

(Sol: -13/12)

l) $\frac{2}{7}+\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=$

(Sol: 89/42)

m) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=$

(Sol: 2/3)

n) $2+\frac{1}{3}-\frac{4}{5}=$

(Sol: 23/15)

o) $1+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=$

(Sol: 2)

p) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{1}{6}=$

(Sol: 17/30)

q) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{3}{5}+\frac{7}{3}=$

(Sol: 191/60)

r) $\frac{1}{5}+\frac{1}{29}+\frac{1}{145}=$

(Sol: 7/29)

s) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{50}=$

(Sol: 23/25)

t) $\frac{25}{9}-\frac{6}{81}+\frac{4}{3}-\frac{1}{27}=$

(Sol: 4)

u) $\frac{25}{4}-\frac{6}{16}+\frac{1}{8}=$

(Sol: 6)

v) $\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{87}+\frac{1}{232}=$

(Sol: 7/29)

☞ *Ejercicios libro: pág. 21: 14 y 15; pág. 32: 56 a 60*

3. Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas alternando en cada apartado los dos métodos posibles: **quitando paréntesis**, o **efectuando el interior de los paréntesis** (Fíjate en los ejemplos):

a) $\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}-\frac{3}{5}-\frac{2}{3}=\frac{15-18-20}{30}=\boxed{\frac{-23}{30}}$ ← Quitando paréntesis

b) $\frac{7}{4}-\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}-\frac{8-3}{6}=\frac{7}{4}-\frac{5}{6}=\frac{42-20}{24}=\frac{22}{24}=\boxed{\frac{11}{12}}$ ← Efectuando el interior de los paréntesis

c) $\frac{2}{5}-\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right)=$

(Sol: 37/30)

d) $\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)=$

(Sol: 23/24)

e) $\frac{5}{2}-\left(1+\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)=$

(Sol: 59/30)

f) $\frac{2}{3}+\left(2+\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)=$

(Sol: 233/60)

g) $1-\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{3}\right)+\frac{3}{4}=$

(Sol: 67/36)

h) $\frac{1}{2}-\left[\frac{5}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)\right]=$

(Sol: -37/15)

i) $1-\left[\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{3}\right)+\frac{3}{2}\right]=$

(Sol: -19/42)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 22: 17*

FICHA 3: Productos y cocientes de fracciones

1. Calcular los siguientes productos, **simplificando en todo momento (no al final)** (Fíjate en los ejemplos):

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{2}=\frac{3\cdot7}{5\cdot2}=\boxed{\frac{21}{10}}$

b) $\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5\cdot2}{4\cdot3}=\frac{5\cdot\cancel{2}}{2\cdot\cancel{2}\cdot3}=\boxed{\frac{5}{6}}$

c) $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=$ *(Sol: 5/8)*

d) $\frac{7}{5}\cdot\frac{2}{5}=$ *(Sol: 14/25)*

e) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=$ *(Sol: 1)*

f) $\frac{23}{5}\cdot\frac{3}{23}=$ *(Sol: 3/5)*

g) $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=$ *(Sol: 3/8)*

h) $\frac{7}{8}\cdot\frac{2}{14}=$ *(Sol: 1/8)*

i) $\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)=$ *(Sol: -4/15)*

j) $\frac{10}{3}\cdot\left(-\frac{11}{2}\right)=$ *(Sol: -55/3)*

k) $\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{7}{12}\right)=$ *(Sol: 7/8)*

l) $16\cdot\frac{13}{8}=$ *(Sol: 26)*

m) $\frac{15}{14}\cdot\frac{21}{5}=$ *(Sol: 9/2)*

n) $44\cdot\frac{7}{11}=$ *(Sol: 28)*

o) $\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{7\cdot6}{3\cdot5\cdot4}=\frac{7\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}}{\cancel{3}\cdot5\cdot\cancel{2}\cdot2}=\boxed{\frac{7}{10}}$

p) $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{8}=$ *(Sol: 7/40)*

q) $\frac{2}{9}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2}=$ *(Sol: 5/12)*

r) $\frac{4}{3}\cdot\frac{8}{5}\cdot\frac{1}{3}=$ *(Sol: 32/45)*

s) $\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{12}{5}\right)\cdot\frac{7}{3}=$ *(Sol: -28/15)*

t) $\frac{1}{8}\cdot4\cdot\frac{7}{5}=$ *(Sol: 7/10)*

u) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{7}{5}\cdot\left(-\frac{25}{21}\right)=$ *(Sol: 10/9)*

v) $\frac{5}{3}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{5}{4}=$ *(Sol: 175/24)*

w) $3\cdot\frac{1}{27}\cdot\frac{6}{5}=$ *(Sol: 2/15)*

x) $\frac{6}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{4}{13}\right)=$ *(Sol: 12/13)*

y) $\frac{9}{4}\cdot\frac{-1}{2}\cdot\frac{8}{3}=$ *(Sol: -3)*

z) $\frac{-4}{9}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{-7}{6}=$ *(Sol: 14/45)*

α) $\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=$ *(Sol: -7/12)*

β) $\frac{3}{7}\cdot 8\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{14}{9}\right)=$ *(Sol: -16/5)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 21: 13; pág. 32: 62 y 63*

2. Calcular los siguientes cocientes, **simplificando en todo momento (no al final)** (Fíjate en los ejemplos):

a) $\frac{4}{3}:\frac{5}{2}=\frac{4\cdot 2}{3\cdot 5}=\boxed{\frac{8}{15}}$

b) $\frac{5}{4}:\frac{7}{2}=\frac{5\cdot 2}{4\cdot 7}=\frac{5\cdot\cancel{2}}{2\cdot\cancel{2}\cdot 7}=\boxed{\frac{5}{14}}$

c) $\frac{5}{6}:\frac{3}{4}=$ *(Sol: 10/9)*

d) $\frac{7}{5}:\frac{5}{2}=$ *(Sol: 14/25)*

e) $\frac{7}{5}:\frac{2}{5}=$ *(Sol: 7/2)*

f) $\frac{100}{3}:\frac{50}{7}=$ *(Sol: 14/3)*

g) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=$ *(Sol: 3/2)*

h) $\frac{7}{8}:\frac{2}{14}=$ *(Sol: 49/8)*

i) $\frac{4}{3}:\left(-\frac{1}{5}\right)=$ *(Sol: -20/3)*

j) $\frac{10}{3}:\left(-\frac{11}{2}\right)=$ *(Sol: -20/33)*

k) $\left(-\frac{3}{2}\right):\left(-\frac{7}{12}\right)=$ *(Sol: 18/7)*

l) $25:\frac{5}{4}=$ *(Sol: 20)*

m) $\frac{15}{14}:\frac{21}{5}=$ *(Sol: 25/98)*

n) $90:\frac{9}{7}=$ *(Sol: 70)*

o) $\frac{7}{3}:14=$ *(Sol: 1/6)*

p) $-\frac{2}{5}:\frac{7}{8}=$ *(Sol: -16/35)*

q) $\frac{5}{4}:\frac{3}{2}=$ *(Sol: 5/6)*

r) $\frac{4}{3}:\frac{-8}{5}=$ *(Sol: -5/6)*

s) $\frac{-1}{3}:\frac{7}{3}=$ *(Sol: -1/7)*

t) $\frac{-1}{8}:\frac{-7}{5}=$ *(Sol: 5/56)*

u) $\left(-\frac{2}{3}\right):\left(-\frac{10}{21}\right)=$ *(Sol: 7/5)*

v) $\frac{5}{3}:\frac{5}{4}=$ *(Sol: 4/3)*

w) $3:\frac{6}{5}=$ *(Sol: 5/2)*

x) $\left(-\frac{1}{2}\right):\left(-\frac{1}{3}\right)=$ *(Sol: 3/2)*

y) $\frac{9}{4}:\frac{-1}{2}=$ *(Sol: -9/2)*

z) $\frac{-4}{9}:(-2)=$ *(Sol: 2/9)*

α) $\frac{4}{3}:1=$

β) $1:\frac{3}{4}=$

γ) $1:\frac{12}{18}=$ *(Sol: 3/2)*

δ) $1:\left(-\frac{4}{5}\right)=$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 22: 16; pág. 32: 64 y 65*

3. Calcular los siguientes productos y cocientes encadenados, **simplificando en todo momento** (Fíjate en los ejemplos):

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}:\frac{7}{2}=\frac{\cancel{3}\cdot 2\cdot 2}{5\cdot\cancel{3}\cdot 7}=\boxed{\frac{4}{35}}$

b) $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=$ *(Sol: 4)*

c) $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}:\frac{3}{2}=$ *(Sol: 2/15)*

d) $\frac{1}{6}:\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 5}{6\cdot 2\cdot 2}=\frac{\cancel{3}\cdot 5}{\cancel{3}\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\boxed{\frac{5}{8}}$

e) $1:\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}=$ *(Sol: 15/2)*

f) $\frac{7}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right):\frac{2}{5}=$ *(Sol: -35/18)*

g) $\frac{8}{5}\cdot\frac{2}{3}:2=$ *(Sol: 8/15)*

h) $\frac{7}{2}:12\cdot\frac{1}{3}=$ *(Sol: 7/72)*

i) $\frac{5}{6}:\frac{3}{4}:\frac{1}{3}=$ *(Sol: 10/3)*

j) $\frac{3}{2}:\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=$ *(Sol: 4)*

k) $\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right):\frac{2}{3}=$ *(Sol: 9/16)*

l) $\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}:\frac{2}{3}\right)=$

m) $\left(-\frac{3}{2}\right):\left(-\frac{1}{4}\right):\frac{2}{3}=$ *(Sol: 9)*

n) $\left(-\frac{3}{2}\right):\left[\left(-\frac{1}{4}\right):\frac{2}{3}\right]=$ *(Sol: 4)*

4. Calcular las siguientes cantidades:

a) La mitad de 300 m^3

b) Un tercio de 90 kg

c) Dos tercios de 90 kg

d) 1/5 de 1000 €

e) 4/5 de 1000 €

f) La mitad de la mitad de una docena

g) La tercera parte de la mitad de los días del mes de septiembre

h) El 5% del 20% de una cantidad

(Sol: equivale al 10%)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 18: 1; pág. 30: 40*

5. Calcular la cantidad de procedencia (problema inverso del anterior), y comprobar el resultado:

a) La mitad de una determinada edad son 20 años. Hallar dicha edad.

b) La tercera parte de la capacidad de un depósito son 150 m^3. Hallar la capacidad del depósito.

c) Los 2/5 de una determinada compra son 6 €. ¿A cuánto ascendió la cuenta?

d) El 10% de una cantidad son 15 €. ¿De qué cantidad se trata?

e) Los 3/8 de una población son 6000 habitantes. ¿Cuántos habitantes tiene en total?

f) El 15 % de un artículo suponen 9 €. ¿Cuál es su precio?

FICHA 4: Operaciones combinadas con fracciones

1. Efectuar las siguientes **operaciones combinadas**, simplificando siempre en todos los pasos, y respetando la jerarquía:

a) $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)=$ *(Sol: 13/12)*

b) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=$ *(Sol: 17/12)*

c) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{14}{5}=$ *(Sol: 47/10)*

d) $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=$ *(Sol: 41/30)*

e) $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=$ *(Sol: 9/10)*

f) $\frac{2}{5}:\frac{1}{2}-\frac{4}{3}:\frac{1}{6}=$ *(Sol: -36/5)*

g) $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)=$ *(Sol: 47/72)*

h) $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=$ *(Sol: 29/24)*

i) $\frac{17}{15}\cdot\frac{1}{5}+\frac{4}{3}=$ *(Sol: 39/25)*

j) $\frac{5}{2}-1:\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}=$ *(Sol: 1/10)*

k) $\frac{2}{3}-\left(2:\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)=$ *(Sol: -7/3)*

l) $1-\frac{3}{4}:\frac{2}{9}-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=$ *(Sol: -49/24)*

m) $4\cdot\frac{343}{64}+3:\frac{16}{49}-\frac{45}{4}\cdot\frac{7}{4}+\frac{17}{16}=$

(Sol: 12)

n) $1-\left[\frac{3}{4}:\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{3}\right]=$

(Sol: 85/12)

o) $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)=$

(Sol: 5/3)

p) $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}-\frac{4}{5}=$

(Sol: -22/15)

q) $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)=$

(Sol: 14/15)

r) $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}+1\right):\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{3}\right)=$

(Sol: -2/13)

s) $\frac{2}{3}-\left(\frac{3}{2}+1:\frac{1}{4}\right)-\frac{4}{3}=$

(Sol: -37/6)

t) $\frac{2}{3}-\left[\frac{3}{2}+1:\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{3}\right)\right]=$

(Sol: 7/78)

u) $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{3}\right)-\frac{3}{2}=$

(Sol: -317/210)

v) $\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{6}{5}\right)-\left(\frac{3}{2}+3\right)=$

(Sol: -11/5)

w) $\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{3}-\frac{5}{3}:\left(2-\frac{1}{5}\right)+1=$

(Sol: 38/27)

x) $\left(\frac{2}{5}-3+\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}=$

(Sol: -19/5)

y) $-4:\frac{64}{125}+3\cdot\frac{25}{16}+\frac{45}{4}\cdot\frac{5}{4}+\frac{17}{16}=$

(Sol: 12)

z) $8\cdot\frac{65}{23}-7\cdot\frac{25}{23}=$

(Sol: 15)

α) $\frac{2}{3}:\left[\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\right)+5\right]=$

(Sol: 12/89)

β) $4-\frac{3}{8}\cdot\frac{6}{5}+\frac{4}{3}-\frac{2}{3}:4=$

(Sol: 283/60)

γ) $4-\frac{3}{8}\cdot\left(\frac{6}{5}+\frac{4}{3}-\frac{2}{3}:4\right)=$

(Sol: 249/80)

δ) $1:\left[\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{2}\right]=$

(Sol: -14)

ε) $\frac{1}{35}:\frac{1}{35}-\frac{1}{7}:\frac{1}{35}=$

(Sol: -4)

ζ) $\left[5+\frac{5}{6}:\left(\frac{7}{5}-\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{4}\right)\right]\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)=$

(Sol: 4/3)

η) $\frac{1}{35}:\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-1\right)\right]=$

(Sol: 2/3)

θ) $\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}:\left(1+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6}\right)-1$

(Sol: -31/33)

ι) $6:\frac{23}{65}-11\cdot\frac{25}{23}=$

(Sol: 5)

κ) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left[\frac{5}{2}-\left(2+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{7}\right)\right]\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=$

(Sol: 1/2)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 22: 18; pág. 32: 67 y 68*

2. Operar las siguientes **fracciones de términos racionales**, **simplificando en todo momento** los pasos intermedios y el resultado (véase el primer ejemplo):

a) $$\frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{11}{10}}{\frac{1}{6}}=\frac{11\cdot 6}{10}=\frac{11\cdot\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 5}=\boxed{\frac{33}{5}}$$

b) $$\frac{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: 25/4)

c) $$\frac{\frac{5}{12}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}:\frac{5}{6}}=$$

(Soluc: 5/36)

d) $$\frac{\frac{2}{5}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}}=$$

(Soluc: 7/24)

e) $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}}{\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right):\frac{1}{6}}=$$

(Soluc: 1/16)

f) $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{5}:\frac{2}{3}-4}{\left(3+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: -39/17)

g) $$\frac{\left(2+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{2}{3}\right)}{1+\frac{5}{4}:\frac{3}{12}}=$$

(Soluc: 35/27)

h) $$\frac{\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\,\frac{25}{6}-2:\frac{4}{9}}{\frac{4}{9}\left(\frac{1}{5}-2\right)-\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: 27/17)

i) $$\frac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}-3}{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)+3}=$$

(Soluc: -73/98)

j) $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{112}+\frac{1}{224}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{112}}=$$

(Soluc: 1)

k) $$\frac{\left(2-\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right):\frac{31}{5}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}:\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

(Soluc: -1/2)

l) $$\frac{\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}+3:\frac{6}{5}\right)-\frac{7}{20}}{\left(3+\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{10}\right):\frac{6}{5}-\frac{4}{5}}=$$

(Soluc: 20/11)

m) $$\frac{\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{6}:\frac{7}{4}\right)\cdot 5}{\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{7}{3}-\frac{9}{2}:\frac{4}{7}\right)}=$$

(Soluc: -2600/931)

n) $$\frac{\frac{1}{3}:\left(\frac{7}{4}-\frac{5}{3}\right):3+\frac{1}{8}}{\left(\frac{1}{3}:\frac{7}{4}-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{3}+\frac{1}{8}}=$$

(Soluc: -245/51)

o) $$\frac{\frac{20}{7}\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\right)}{-7:\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right)}=$$

(Soluc: 1/15)

p) $$\frac{\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}+2\right)\cdot\frac{2}{5}-\frac{9}{5}}{\frac{1}{3}:\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}\right)+\frac{2}{3}}=$$ *(Soluc: -9/20)*

q) $$\frac{\left(3-\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right):\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\left(\frac{1}{8}-\frac{19}{12}\right)}=$$

(Soluc: -5/8)

r) $$\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{5}:\frac{1}{10}\right)-\left(-2+\frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{3}{5}:\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\right):\left(-2-\frac{3}{5}\right)}=$$

(Soluc: -52/29)

s) $$\frac{1+\frac{1+\frac{1}{2}}{2}}{1-\frac{1-\frac{1}{3}}{3}}=$$ *(Soluc: 9/4)*

t) $$\frac{\left(\frac{2}{5}:3+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}-\frac{2}{7}}{\frac{2}{5}\cdot 3-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{2}{7}}=$$

(Soluc: -47/606)

u) $$\frac{\frac{3}{5}:\left(1-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{4}\right)+3}{\left[\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{3}\right)+\frac{5}{2}\right]:\frac{1}{2}}=$$

(Soluc: 1323/3665)

v) $$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{2}:\frac{1}{4}+5}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{2}:\frac{1}{4}+5\right)}=$$

(Soluc: -31/9)

w) $$\frac{\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}+2\right)\cdot\frac{2}{5}-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}:\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}\right)+\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: 81/50)

x) $$\frac{\frac{2}{5}-\frac{6}{3}+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{5}-\frac{6}{4}}-\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{6}{5}}=$$

(Soluc: 893/1512)

y) $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{2+\frac{5}{2}-\frac{1}{6}}\cdot\frac{2}{1-\frac{3}{2-\frac{1}{4}}}=$$

(Soluc: -49/130)

z) $$\frac{\frac{5}{3}+\frac{3}{4}:1-\frac{5}{4}+\frac{17}{3}}{\frac{15}{3}+\frac{2}{5}}=$$

(Soluc: 205/162)

α) $$\frac{\left[-3+\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{27}\right)\right]:\frac{3}{2}}{\left(\frac{2}{5}-3:\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{8}{27}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)}=$$

(Soluc: 59/32)

β) $$\frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)}=$$

(Soluc: 55/152)

γ) $$\frac{\frac{5}{3}-\left[\frac{2}{3}:\frac{2}{5}-\left(3+\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\frac{3}{11}}{\frac{14}{3}-\frac{13}{3}:\left(\frac{2}{5}-3\right)+\frac{1}{2}}=$$

(Soluc: 13/41)

FICHA 5: Expresión decimal de una fracción

1. Pasar a forma decimal las siguientes fracciones, efectuando la división a mano (**sin calculadora**), e indicar qué tipo de decimal se obtiene:

a) $\frac{5}{3}$ *(Soluc: Periódico puro)*

b) $\frac{7}{6}$ *(Soluc: Periódico mixto)*

c) $-\frac{9}{5}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

d) $\frac{17}{6}$ *(Soluc: Periódico mixto)*

e) $\frac{51}{3}$ *(Soluc: Entero)*

f) $-\frac{84}{210}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

g) $\frac{111}{240}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

h) $\frac{3}{20}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

i) $\frac{5}{12}$ *(Soluc: Periódico mixto)*

j) $\frac{51}{50}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

k) $\frac{25}{18}$ *(Soluc: Periódico mixto)*

l) $\frac{1}{11}$ *(Soluc: Periódico puro)*

m) $\frac{8}{3}$ *(Soluc: Periódico puro)*

n) $\frac{3}{8}$ *(Soluc: Decimal exacto)*

o) $\frac{4}{15}$ *(Soluc: Periódico mixto)*

2. Ídem (en el cuaderno):

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{7}{50}$ $\frac{23}{12}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{23}{18}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{7}{35}$ $\frac{16}{9}$ *(Soluc: E, E, E, P, P, P, E, P, P, E, P)*

b) $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{23}{20}$ $\frac{13}{25}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{23}{9}$ $\frac{132}{21}$ $\frac{7}{6}$ *(Soluc: E, E, E, E, P, P, P, P, P)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 33: 73*

REGLA PRÁCTICA PARA AVERIGUAR SI UNA FRACCIÓN <u>IRREDUCIBLE</u> CONDUCE A UN DECIMAL EXACTO O PERIÓDICO (sin necesidad de efectuar la división): "Si los únicos divisores primos del denominador de una fracción **irreducible** de n^{os} enteros son el 2 y/o el 5, entonces su expresión decimal será exacta; en caso contrario, será periódica"

3. CÁLCULO MENTAL: Conociendo el valor de las principales fracciones propias:

$\frac{1}{2}=$ $\frac{1}{3}=$ $\frac{1}{4}=$ $\frac{1}{5}=$ $\frac{2}{3}=$ $\frac{3}{4}=$ $\frac{2}{5}=$

hallar mentalmente, por descomposición fraccionaria o decimal, el valor decimal de las siguientes fracciones impropias (dos decimales bien aproximados; véanse los ejemplos):

a) $\frac{16}{3}=\frac{15}{3}+\frac{1}{3}=5+\frac{1}{3}=5+0,\widehat{3}=\boxed{5,33}$

b) $\frac{9}{4}=$

c) $\frac{4}{3}=$

d) $\frac{4,5}{2}=\frac{4+0,5}{2}=\frac{4}{2}+\frac{0,5}{2}=2+0,25=\boxed{2,25}$

e) $\frac{3,75}{3}=$

f) $7\cdot\frac{1}{5}=$

FICHA 6: Expresión fraccionaria de un decimal (Fracción generatriz)

1. Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales. Comprobar el resultado haciendo la división a mano (sin calculadora):

a) 0,25 *(Soluc: 1/4)*

b) $0,\overset{\frown}{6}$ *(Soluc: 2/3)*

c) $0,2\overset{\frown}{3}$ *(Soluc: 7/30)*

d) 0,12 *(Soluc: 3/25)*

e) $0,1\overset{\frown}{2}$ *(Soluc: 11/90)*

f) $0,12\overset{\frown}{35}$ *(Soluc: 1223/9900)*

g) 1,125 *(Soluc: 9/8)*

h) $0,\overset{\frown}{126}$ *(Soluc: 14/111)*

i) $0,34\overset{\frown}{5}$ *(Soluc: 311/900)*

j) $1,1\overset{\frown}{8}$ *(Soluc: 107/90)*

k) $1,2\overset{\frown}{3}$ *(Soluc: 37/30)*

l) 25,372 *(Soluc: 6343/250)*

m) $12,\overset{\frown}{20}$ *(Soluc: 1208/99)*

n) $5{,}13\overset{\frown}{5}$ *(Soluc: 2311/450)*

o) $12{,}13\overset{\frown}{40}$ *(Soluc: 120127/9900)*

p) $24{,}12\overset{\frown}{1}$ *(Soluc: 21709/900)*

q) $0{,}0\overset{\frown}{12}$

r) $0{,}\overset{\frown}{012}$

s) $3{,}\overset{\frown}{09}$ *(Soluc: 34/11)*

t) $1{,}5\overset{\frown}{6}$ *(Soluc: 47/30)*

u) $2{,}56$ *(Soluc: 64/25)*

v) $1{,}012$ *(Soluc: 253/250)*

w) $1{,}0\overset{\frown}{12}$ *(Soluc: 167/165)*

x) $1{,}\overset{\frown}{012}$ *(Soluc: 337/333)*

y) $2{,}\overset{\frown}{21}$

z) $2{,}0\overset{\frown}{3}$

α) $20,5$

β) $1,\overset{\frown}{12}$ *(Soluc: 37/33)*

γ) $1,1\overset{\frown}{2}$ *(Soluc: 101/90)*

δ) $1,12$ *(Soluc: 28/25)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 18: 4; pág. 25: 27; pág. 26: 30; pág. 33: 74 a 76*

2. Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas:

1º Operando directamente en forma decimal (puede usarse en ciertos casos la calculadora).

2º Pasando previamente a fracción generatriz y operando a continuación las fracciones resultantes (Véase el primer ejemplo).

a) $0,\widehat{3}+0,\widehat{6}=\frac{3}{9}+\frac{6}{9}=\frac{9}{9}=1$

$\left(\textit{Soluc}:1\right)$

b) $0,3-0,\overset{\frown}{15}=$

$\left(\textit{Soluc}: 49/330=0,1\overset{\frown}{48}\right)$

c) $0,\widehat{4}\cdot 0,1=$

$\left(\textit{Soluc}: 2/45=0,0\widehat{4}\right)$

d) $3,\widehat{1}+2,0\widehat{3}=$

$\left(\textit{Soluc}: 463/90=5,1\widehat{4}\right)$

e) $4\cdot 2,\widehat{5}=$

$\left(\textit{Soluc}: 92/9=10,\widehat{2}\right)$

f) $4,\overset{\frown}{89}-3,\overset{\frown}{78}=$

(Soluc : 10 / 9 = $1,\overset{\frown}{1}$)

g) $8-2,\overset{\frown}{7}=$

(Soluc : 47 / 9 = $5,\overset{\frown}{2}$)

h) $1,5\cdot 3,\overset{\frown}{3}=$

(Soluc : 5)

i) $1,25-1,1\overset{\frown}{6}+1,\overset{\frown}{1}=$

(Soluc : 43 / 36 = $1,19\overset{\frown}{4}$)

3. Ídem (más complicados; en el cuaderno):

a) $2,\overset{\frown}{7}\cdot 1,8+2,\overset{\frown}{26}:0,1\overset{\frown}{13}=$ *(Soluc: 25)*

b) $1,9\overset{\frown}{2}+0,25(0,2\overset{\frown}{5}+0,\overset{\frown}{5})=$ *(Soluc: 17/8=2,125)*

c) $\sqrt{2,\overset{\frown}{7}}=$ *(Soluc: 5/3=$1,\overset{\frown}{6}$)*

d) $0,8\overset{\frown}{3}-0,8:0,\overset{\frown}{6}=$ *(Soluc: -11/30=$0,3\overset{\frown}{6}$)*

e) $4,08\overset{\frown}{3}\cdot 11,\overset{\frown}{1}-0,1\overset{\frown}{5}:0,3=$ *(Soluc: 1211/27=$44,\overset{\frown}{851}$)*

f) $0,\overset{\frown}{6}+1,3\overset{\frown}{8}\cdot 0,72=$ *(Soluc: 5/3=$1,\overset{\frown}{6}$)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 26: 31; pág. 33: 77*

FICHA 7: 21 Problemas de planteamiento de fracciones

NOTA: *En los siguientes problemas se recomienda indicar claramente todos los pasos del planteamiento. Puede ser también útil realizar algún dibujo o esquema aclaratorio previo. Una vez hecho cada ejercicio,* *verifica que el resultado obtenido cumple las condiciones del enunciado.*

1. Una caja contiene 60 bombones. Eva se comió 1/5 de los bombones y Ana la mitad. ¿Cuántos bombones quedan? ¿Qué fracción de bombones se han comido? *(Soluc: Quedan 18 bombones; se han comido 7/10)*

2. Roberto sale de casa con 50 € para realizar la compra. En la carnicería gasta las 2/5 partes de esa cantidad. Destina después la 1/3 parte de lo que le queda en la frutería. Finalmente, por el camino pierde la mitad de las vueltas. ¿Con cuánto dinero regresará a casa? Indicar ordenadamente todos los pasos. *(Soluc: Le quedan 10 €)*

3. María tenía 360 cromos. Cuando sale de casa le sorprende una tormenta y se le estropean 2/5 de los cromos. Al día siguiente pierde 1/4 de los restantes jugando con los amigos. ¿Cuántos cromos le quedarán? ¿Qué fracción del total de cromos le quedan? Indicar, razonadamente, todos los pasos.

(Soluc: Le quedan 162 cromos; le quedan 9/20)

4. Tres amigos se reparten 90 € que han ganado en un sorteo de la siguiente manera: Antonio se queda con la quinta parte, Juan con la tercera parte de lo que recibe Antonio, y Sebastián con la mitad de lo que recibe Juan.

a) ¿Qué fracción representa lo que obtiene cada uno?

b) ¿Cuánto dinero se queda cada amigo?

c) ¿Cuánto dinero dejan en el bote? *(Soluc: Dejan 63 €)*

5. Un depósito contiene 600 m^3 de agua. Para regar una finca se extraen el lunes los 2/5 del depósito y el martes 1/3 del agua <u>que quedaba</u>. ¿Qué cantidad de agua se sacó cada día? ¿Cuántos litros de agua quedarán el miércoles en el depósito? ¿Qué fracción del depósito quedará el miércoles?

(Soluc: Quedarán 240 l; 2/5)

6. Un agricultor tiene una finca de 25000 ha. Se reserva para él 1/5 de la superficie y el resto lo reparte entre sus dos hijos en partes iguales. Uno de los hijos vende 3/10 de lo recibido. Calcular las hectáreas que al final tienen el padre y cada hijo. *(Soluc: 5000 ha, 10000 ha y 7000 ha, respectivamente)*

7. Juan gasta los 3/5 del dinero que tenía y le sobran 30 euros. ¿Con cuánto dinero salió? ¿Cuánto dinero gastó? (Ayuda: Llamar x al dinero que tenía al principio) *(Soluc: 75 €; 45 €)*

8. De un depósito, primero se gasta la mitad del agua, y luego la cuarta parte de lo que quedaba. Al final, quedan 12 litros. Hallar, razonadamente, qué fracción del depósito queda. Hallar también la capacidad del depósito. (Ayuda: llamar x a la capacidad del depósito) *(Soluc: Quedan 3/8 del depósito; 32 l)*

9. Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado 1/3 del combustible <u>que llevábamos</u>.

a) ¿Qué fracción de la capacidad total del depósito quedó? (Se recomienda hacer un dibujo) *(Soluc: 1/3)*

b) Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito? *(Soluc: 60 l)*

c) Comprobar la validez del resultado anterior.

10. Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los 2/3 de los que quedaban. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? *(Soluc: 1/4)*

11. ¿Cuántas botellas de 3/4 de litro se pueden llenar con una garrafa de 30 litros? *(Soluc: 40 botellas)*

12. Un hortelano planta 1/4 de su huerta de tomates, 2/5 de alubias y el resto, que son 280 m^2, de patatas. ¿Qué fracción ha plantado de patatas? ¿Cuál es la superficie total de la huerta? *(Soluc: 7/20; 800 m^2)*

13. ¿Cuántos botellines de 2/5 necesitaremos para trasvasar 8 botellas de 3/4 de litro de bebida?

(Soluc: 15 botellines)

14. Aurora sale de casa con 30 euros. Se gasta un tercio en un libro y, después, 4/5 de lo que le quedaba en la comida. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa? ¿Qué fracción de la cantidad total representa?

(Soluc: 4 €; 2/15)

15. En un frasco de jarabe caben 3/8 de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe. *(Soluc: 12 frascos)*

16. 1/5 de los ingresos de una comunidad de vecinos se emplean en gasóleo, 1/3 en electricidad, 1/12 en la recogida de basuras, 1/4 en mantenimiento del edificio y el resto en limpieza.

a) ¿Cuánto se emplea en limpieza?

(Soluc: 2/15)

b) Si la comunidad dispone de 5 500 euros para cada una de esas actividades, ¿cuánto le corresponde a cada actividad?

(Soluc: 1100, 1844,33, 458,33 y 1375 € respectivamente)

17. Lanzamos una pelota al aire y cuando cae rebota hasta los 3/4 de la altura que ha caído; vuelve a rebotar y llega hasta los 2/3 de la anterior altura. Si la primera vez llegó a 6 metros de altura, ¿qué altura alcanza la pelota en el segundo bote? ¿Desde qué altura se lanzó al principio?

(Soluc: 4 m; 8 m)

18. Un padre deja en herencia a sus tres hijos una cantidad que deben repartir de la siguiente forma: al mayor le corresponderán los 2/3 de lo que !e toque al pequeño, y a! mediano le corresponderá 1/8 de lo que perciba el mayor. Si el pequeño recibe 25000 euros, ¿cuánto le corresponde a cada uno? ¿A cuánto ascendía la herencia? *(Soluc: 16666,67 € al mayor y 2083,33 € al mediano; 43750 € en total)*

19. Tenemos un bidón del que vaciamos 1/8 y luego 2/5 de lo que queda. ¿Qué fracción del barril ha quedado con agua? Si añadimos 2/3 del agua que había quedado, ¿cuánta agua tiene el barril ahora?

(Soluc: 21/40; 7/8)

20. Queremos hacer bocadillos para una fiesta, de forma que de cada barra hacemos cinco partes iguales. Si tenemos pensado hacer bocadillos para 83 personas, ¿cuántas barras tendremos que comprar? ¿Cuántos trozos sobrarán de la última barra?

21. Óscar ha gastado dos tercios de su dinero en un pantalón y un quinto de lo que le quedaba en un cinturón. ¿Qué fracción de dinero le queda? ¿Cuánto dinero le queda si inicialmente disponía de 300 euros? Razonar todos los cálculos (Puede ser útil un dibujo).

(Soluc: 4/15; 80 €)

22. En una evaluación de Matemáticas ha aprobado 3/4 de la clase. El resto se presenta a la recuperación, aprobando 1/3 de ellos. Al final del proceso son en total 20 los aprobados ¿Cuál es la proporción de aprobados? ¿Cuántos estudiantes forman la clase? *(Sol: Aprueban 5/6 de la clase; 24 estudiantes)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 33 y ss.: 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91 y 93*

SOLUCIONES EJERCICIOS LIBRO TEMA 1

Producto de fracciones: pág. 21 : ⑬ a) $\frac{28}{5}$ b) -22

pág. 32: (62) a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{20}{7}$ c) $\frac{35}{3}$ d) $\frac{28}{3}$

(63) a) $\frac{6}{5}$ b) $-\frac{7}{18}$ c) $\frac{9}{14}$ d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{162}{35}$ f) $\frac{9}{4}$

División de fracciones: pág. 22 : ⑯ a) $\frac{63}{20}$ b) $\frac{40}{33}$ c) $\frac{8}{7}$ d) $-\frac{9}{2}$

pág. 32: (64) a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{21}$ c) $\frac{21}{10}$ d) $-\frac{4}{9}$

(65) a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{64}{3}$ c) $\frac{11}{21}$ d) $-\frac{1}{4}$

Operaciones combinadas: pág. 22: ⑰ a) $\frac{76}{45}$ b) $\frac{349}{100}$

⑱ a) $\frac{357}{180}$ b) $\frac{-415}{216}$

pág. 32 : (67) a) $\frac{13}{60}$ b) $\frac{77}{60}$ c) $\frac{46}{105}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{529}{60}$ f) $\frac{499}{60}$ g) $\frac{1441}{540}$ h) $\frac{33}{15}$

(68) a) $\frac{49}{60}$ b) $-\frac{17}{90}$ c) $\frac{48}{7}$ d) $\frac{72}{13}$ e) $-\frac{19}{20}$ f) $\frac{17}{18}$ g) $\frac{37}{7}$ h) $\frac{33}{20}$

Fracción generatriz : pág. 25: ㉗ a) $\frac{177}{50}$ b) $\frac{987}{100}$ c) $\frac{1}{250.000}$ d) $\frac{99}{4}$ e) $\frac{-3501}{500}$ f) $\frac{8}{9}$ g) $\frac{7}{9}$ h) $\frac{5206}{999}$

i) $\frac{4120}{111}$ j) $\frac{-200}{99}$

pág. 26: ㉚ a) $\frac{146}{45}$ b) $\frac{1069}{90}$ c) $\frac{2933}{330}$

pág. 33: (74) a) $\frac{131}{25}$ b) $\frac{347}{200}$ c) $\frac{34}{9}$ d) $\frac{538}{99}$ e) $\frac{461}{90}$ f) $\frac{233}{990}$

(75) a) $-\frac{7}{1}$ b) $\frac{121}{20}$ c) $-\frac{91}{50.000}$ d) $\frac{29}{3}$ e) $\frac{403}{99}$ f) $-\frac{14399}{999}$

g) $\frac{859}{90}$ h) $\frac{52}{165}$ i) $\frac{61}{4950}$

(76) a) 1,125 b) $\frac{147}{20}$ c) $\frac{124}{9}$ d) $\frac{401}{45}$ e) 4,8 f) $0,\widehat{81}$ g) $\frac{139}{500}$ h) $\frac{37}{6}$

i) $\frac{613}{33}$ j) $\frac{2039}{900}$ k) $1,1\widehat{2}$ l) $\frac{2087}{2000}$ m) $\frac{1273}{999}$ n) $\frac{71}{225}$ ñ) $\frac{2}{165}$

Cálculo con fracción generatriz: pág. 26: ㉛ a) $\frac{655}{100} = 6,55$ b) $\frac{190}{90} = 2,\widehat{1}$

pág. 33 : (77) a) $\frac{47}{18}$ b) $\frac{1281}{990}$ c) $\frac{913}{825}$ d) $\frac{451}{372}$

Problemas de fracciones: pág. 33 y 55.: (79) a) 18 m b) 7 m c) 25 m (80) 4920 € (81) 10 € (82) 15 chicas

(83) 10 bombones (84) 344 alumnos (85) 1040 m (86) 35 Km ; 28 Km ; 42 Km

Suma y resta de números racionales

SUMA DE NÚMEROS RACIONALES

- Para sumar dos o más números racionales representados por fracciones de igual denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{1+3+5}{2}=\frac{9}{2}$

- Para sumar dos o más números racionales representados por fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador y después se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\underbrace{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}_{\text{m.c.m. }(4,5)=20}=\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{15+8}{20}=\frac{23}{20}$

① Calcula.

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{}{5}=$

b) $\frac{5}{8}+\frac{-3}{8}=\frac{5+(-3)}{}=$

c) $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=$

$\left(\frac{1}{4}\right)$ d) $\frac{-6}{7}+\frac{-4}{7}+\frac{8}{7}=$

② Calcula.

a) $\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=$

b) $\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=$

c) $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=$

d) $\frac{5}{2}+\frac{1}{3}+\frac{-7}{4}=$

$\left(\frac{7}{24}\right)$ e) $5+\frac{3}{11}=\frac{5}{1}+\frac{3}{11}=$ $\left(\frac{58}{11}\right)$

$\left(\frac{7}{10}\right)$ f) $\frac{4}{5}+7=$ $\left(\frac{39}{5}\right)$

$\left(\frac{41}{36}\right)$ g) $\frac{-1}{3}+2+\frac{5}{6}=$ $\left(\frac{5}{2}\right)$

$\left(\frac{13}{12}\right)$ h) $3+\frac{-4}{7}+\frac{1}{2}=$ $\left(\frac{41}{14}\right)$

RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

Para restar dos números racionales se suma al minuendo el opuesto del sustraendo. De esta forma, las restas se convierten en sumas.

Ejemplos: $\frac{7}{3}-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}+\frac{-2}{3}=\frac{7+(-2)}{3}=\frac{5}{3}$

$\frac{5}{6}-\frac{-1}{4}=\frac{5}{6}+\frac{1}{4}=\frac{10+3}{12}=\frac{13}{12}$

③ Calcula.

a) $\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=$

b) $\frac{7}{5}-\frac{4}{5}=$

(1) c) $\frac{8}{6}+\frac{-2}{6}-\frac{1}{6}=$ $\left(\frac{5}{6}\right)$

$\left(\frac{3}{5}\right)$ d) $\frac{10}{4}-\frac{5}{4}-\frac{-3}{4}=$ (2)

④ Calcula.

a) $\frac{-15}{8}-\frac{3}{2}=$

b) $\frac{-5}{4}-\frac{1}{6}=$

c) $\frac{2}{5}-\frac{-3}{10}=$

$\left(\frac{3}{8}\right)$ d) $\frac{1}{4}+\frac{3}{9}-\frac{-2}{3}=$ $\left(\frac{5}{4}\right)$

$\left(-\frac{17}{12}\right)$ e) $\frac{7}{5}-\frac{-2}{8}+\frac{4}{10}=$ $\left(\frac{41}{20}\right)$

$\left(\frac{7}{10}\right)$ f) $\frac{-5}{6}-\frac{3}{2}-\frac{1}{9}=$ $\left(-\frac{22}{9}\right)$

⑤ Calcula.

a) $7-\frac{2}{3}=$

b) $8-\frac{-9}{5}=$

$\left(\frac{19}{3}\right)$ c) $\frac{3}{8}+2-\frac{1}{6}=$ $\left(\frac{53}{24}\right)$

$\left(\frac{49}{5}\right)$ d) $\frac{1}{5}-\frac{-3}{4}+1=$ $\left(\frac{39}{20}\right)$

SUPRIMIR PARÉNTESIS EN SERIES DE SUMAS Y RESTAS COMBINADAS

- Para suprimir paréntesis con sumas y restas precedidos del signo más (+), se eliminan los paréntesis sin cambiar ningún signo de su interior. A continuación se realizan las sumas y restas en el orden en que aparecen.

  Ejemplo: $\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}-5\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-5=\frac{3+2-20}{4}=\frac{-15}{4}$

- Para suprimir paréntesis con sumas y restas precedidos del signo menos (–), se eliminan los paréntesis cambiando todos los signos de su interior. A continuación se realizan las sumas y restas en el orden en que aparecen.

  Ejemplo: $\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}-5\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+5=\frac{3-2+20}{4}=\frac{21}{4}$

1 Elimina los paréntesis y después calcula.

a) $2+\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{6}\right)-\frac{1}{4}=$ $\left(\frac{13}{4}\right)$

b) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{6}{5}-1\right)=$ $\left(\frac{23}{20}\right)$

c) $\frac{5}{8}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{2}-\frac{7}{6}\right)=$ $\left(-\frac{43}{24}\right)$

d) $\frac{2}{7}-\left(\frac{3}{2}+1-\frac{1}{4}\right)=$ $\left(-\frac{55}{28}\right)$

e) $\left(3+\frac{4}{9}\right)-\left(2+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)=$ $\left(\frac{35}{18}\right)$

F) $\frac{2}{5}+\left(4-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{3}{10}-2\right)=$ $\left(\frac{59}{10}\right)$

2 Calcular (sin quitar paréntesis), efectuando primero los paréntesis:

a) $\frac{-3}{4}+\left(\frac{-2}{6}-\frac{-1}{4}\right)=$ $\left(-\frac{5}{6}\right)$

b) $7-\left(\frac{-4}{3}+2-\frac{5}{6}\right)=$ $\left(\frac{43}{6}\right)$

c) $\frac{2}{5}+\left(\frac{-3}{2}+\frac{1}{4}\right)-\left(3-\frac{-7}{10}\right)=$ $\left(-\frac{91}{20}\right)$

d) $\frac{1}{3}-\left(\frac{4}{5}+\frac{-7}{6}\right)+(-2)=$ $\left(\frac{-13}{10}\right)$

3 Calcular por el método directo:

a) $\frac{2}{3}+\left[1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)\right]=\frac{2}{3}+\left[1-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right]=\frac{2}{3}+1-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\boxed{\frac{13}{12}}$

b) $2+\left(\frac{5}{2}-3\right)-\left[\frac{7}{10}-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)\right]=$ $\left(\frac{29}{20}\right)$

c) $\left[\frac{-3}{8}+\left(4-\frac{1}{2}\right)\right]-\left[\left(2-\frac{5}{4}\right)+\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{8}\right)\right]=$ (-1)

d) $\left(\frac{4}{3}-\frac{-1}{9}\right)+\left[2-\left(\frac{-5}{4}+\frac{2}{3}\right)\right]-\frac{7}{2}=$ $\left(\frac{19}{36}\right)$

Producto de números racionales

PRODUCTO DE NÚMEROS RACIONALES

El producto de dos o más números racionales representados por fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

Ejemplos: $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{4}=\frac{1\cdot 2\cdot 6}{3\cdot 5\cdot 4}=\frac{12}{60}$

$\frac{3}{7}\cdot\frac{-6}{2}=\frac{3\cdot(-6)}{7\cdot 2}=\frac{-18}{14}$

$\frac{4}{9}\cdot 3=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{1}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 1}=\frac{12}{9}$

1 Calcula.

a) $\frac{3}{12}\cdot\frac{5}{3}=$ $\left(\frac{5}{12}\right)$

b) $\frac{-6}{4}\cdot\frac{3}{5}=$ $\left(-\frac{9}{10}\right)$

c) $\frac{2}{8}\cdot(-7)=$ $\left(-\frac{7}{4}\right)$

d) $5\cdot\frac{-3}{8}=$ $\left(-\frac{15}{8}\right)$

e) $\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2}=$ $\left(\frac{1}{3}\right)$

f) $\frac{12}{5}\cdot\frac{-3}{7}\cdot\frac{1}{5}=$ $\left(-\frac{36}{175}\right)$

g) $\frac{9}{4}\cdot 2\cdot\frac{-5}{3}=$ $\left(-\frac{15}{2}\right)$

h) $\frac{2}{7}\cdot 3\cdot\frac{8}{6}=$ $\left(\frac{8}{7}\right)$

2 Primero, calcula los productos de fracciones. Después, completa las frases escribiendo «positivo» o «negativo», según convenga.

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{6}=$ $\left(\frac{1}{5}\right)$

b) $\frac{-1}{3}\cdot\frac{2}{8}=$ $\left(\frac{-1}{12}\right)$

c) $\frac{-5}{4}\cdot\frac{-2}{3}=$ $\left(\frac{5}{6}\right)$

- El signo del producto de dos números racionales positivos es ____________ .
- El signo del producto de dos números racionales con signo distinto es ____________ .
- El signo del producto de dos números racionales negativos es ____________ .

3 Calcula cada producto de números racionales.

a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{-7}{3}\cdot 4=\frac{3\cdot 2\cdot(-7)\cdot 4}{2\cdot 5\cdot 3}=\frac{-168}{30}=\frac{-28}{5}$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{-7}{3}\cdot 4=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot(-7)\cdot 4}{\cancel{2}\cdot 5\cdot\cancel{3}}=\frac{(-7)\cdot 4}{5}=\frac{-28}{5}$

b) $\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{-3}{7}=$ $\left(-\frac{3}{32}\right)$

c) $5\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{3}{5}=$ (-2)

4 Observa los ejemplos resueltos y calcula del mismo modo los restantes.
(Fíjate que cada factor se descompone en producto de factores primos.)

a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{5}{6}=\frac{3\cdot 4\cdot 5}{2\cdot 10\cdot 6}=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{3}}=\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{6}\cdot\frac{8}{3}\cdot\frac{3}{10}=$ $\left(\frac{14}{15}\right)$

c) $\frac{2}{15}\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{7}{3}=$ $\left(\frac{7}{10}\right)$

d) $\frac{4}{9}\cdot\frac{-3}{10}=\frac{4\cdot(-3)}{9\cdot 10}=\frac{\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{3}\cdot(-1)}{\cancel{3}\cdot 3\cdot\cancel{2}\cdot 5}=\frac{2\cdot(-1)}{3\cdot 5}=\frac{-2}{15}$

e) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{-6}{7}=$ $\left(\frac{-1}{14}\right)$

f) $\frac{-5}{4}\cdot\frac{-2}{6}\cdot\frac{12}{3}=$ $\left(\frac{5}{3}\right)$

División de números racionales

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Dados dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ (siendo b, c y d $\neq$ 0), el cociente $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ es igual a $\frac{a}{b}$ por el inverso de $\frac{c}{d}$ $\left(\frac{c}{d} \xrightarrow{\text{Inverso}} \frac{d}{c}\right)$.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

En la práctica, para dividir dos números racionales, se multiplican sus términos en cruz.

Ejemplos: $\frac{5}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{20}{6}$

$\frac{6}{10} : 5 = \frac{6}{10} : \frac{5}{1} = \frac{6 \cdot 1}{10 \cdot 5} = \frac{6}{50}$

① **Calcula.**

a) $\frac{5}{9} : \frac{4}{3} =$ $\left(\frac{5}{12}\right)$ c) $\frac{5}{8} : \frac{4}{9} =$ $\left(\frac{45}{32}\right)$

b) $\frac{6}{7} : \frac{-1}{4} =$ $\left(-\frac{24}{7}\right)$ d) $\frac{1}{6} : \frac{3}{10} =$ $\left(\frac{5}{9}\right)$

② **Observa el ejemplo resuelto y después haz del mismo modo los restantes.**

a) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 3} = \frac{4}{3}$

b) $\frac{7}{4} : \frac{1}{6} =$ $\left(\frac{21}{2}\right)$

c) $\frac{3}{2} : \frac{9}{12} =$ (2)

FRACCIONES DE TÉRMINOS RACIONALES ("CASTILLOS")

Para resolver una fracción de términos racionales se realizan los siguientes pasos:

1.° Se hacen separadamente las operaciones del numerador y del denominador.

2.° Se transforma la fracción de términos racionales en cociente de fracciones de términos enteros y se opera.

Ejemplo: $\dfrac{4 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}$

1.° Numerador: $4 + \frac{2}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{14}{3}$

Denominador: $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5 - 3}{6} = \frac{2}{6}$

2.° $\dfrac{4 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{14}{3}}{\frac{2}{6}} = \frac{14}{3} : \frac{2}{6} = \frac{14 \cdot 6}{3 \cdot 2} = \frac{84}{6} = 14$

③ **Calcula.**

a) $\dfrac{1 + \frac{1}{3}}{4} =$ $\left(\frac{1}{3}\right)$

b) $\dfrac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}} =$ $\left(\frac{25}{4}\right)$

c) $\dfrac{\frac{5}{12} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} : \frac{5}{6}} =$ $\left(\frac{5}{36}\right)$

Operaciones combinad
con números racionales

OPERACIONES COMBINADAS SIN PARÉNTESIS

Para hacer una serie de operaciones combinadas sin paréntesis se deben resolver primero los productos y divisiones y después las sumas y restas en el orden en que aparecen.

Ejemplos: $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{2}=\frac{3}{4}-\frac{2}{12}+\frac{5}{2}=\frac{9-2+30}{12}=\frac{37}{12}$

$\frac{11}{6}-2+\frac{1}{3}:\frac{2}{5}=\frac{11}{6}-2+\frac{5}{6}=\frac{11-12+5}{6}=\frac{4}{6}$

① Calcula.

a) $\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{4}-\frac{5}{6}=$ $\left(\frac{5}{6}\right)$

b) $3-\frac{5}{3}\cdot\frac{2}{3}-\frac{4}{2}=$ $\left(\frac{-1}{9}\right)$

c) $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{10}:\frac{2}{9}=$ $\left(\frac{59}{60}\right)$

d) $\frac{2}{6}-1:\frac{3}{5}+\frac{11}{2}=$ $\left(\frac{25}{6}\right)$

② Calcula.

a) $\frac{5}{3}+\frac{-1}{4}:\frac{3}{8}-\frac{-7}{6}=$ $\left(\frac{113}{30}\right)$

b) $\frac{7}{5}\cdot\frac{2}{3}-4:\frac{-12}{5}=$ $\left(\frac{13}{5}\right)$

c) $\frac{-4}{7}:\frac{1}{3}-2+\frac{-5}{2}\cdot\frac{3}{7}=$ $\left(-\frac{67}{14}\right)$

OPERACIONES COMBINADAS CON PARÉNTESIS

Para calcular una serie de operaciones combinadas con paréntesis, se realizan en primer lugar las operaciones que se encuentran dentro de los paréntesis y a continuación todas las demás operaciones, siguiendo el orden de operaciones combinadas sin paréntesis.

Ejemplo:

$\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{4}+\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{4}+\frac{5-4}{6}=\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{4}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12}+\frac{1}{6}=\frac{9}{12}$

③ Calcula.

a) $\left(3+\frac{1}{5}\right)-2+\frac{3}{2}:\frac{5}{4}=$ $\left(\frac{12}{5}\right)$

b) $\frac{4}{3}:\frac{2}{7}-\left(\frac{5}{9}-1\right)\cdot 2=$ $\left(\frac{50}{9}\right)$

c) $\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{-2}{6}\right)-\left(2+\frac{1}{5}\right)=$ $\left(-\frac{23}{15}\right)$

d) $\left(\frac{3}{7}+\frac{-1}{2}\right)\cdot\left(-4+\frac{4}{3}\right)+\frac{5}{6}=$ $\left(\frac{43}{42}\right)$

OPERACIONES CON FRACCIONES

(Soluc: 6/5) **1** $\frac{5}{6}-\left(\frac{4}{45}+\frac{1}{9}\right)+\frac{9}{10}-\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{15}\right)=$

(Soluc: 3/4) **2** $\frac{7}{15}+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)+\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{12}\right)=$

(Soluc: 23/8) **3** $\frac{7}{2}-1-\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{8}-\frac{3}{20}\right)+\frac{3}{4}-\left(\frac{7}{10}-\frac{3}{5}\right)=$

(Soluc: 1/4) **4** $1-\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\right]=$

(Soluc: 7/10) **5** $1-\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\left(\frac{1}{14}+\frac{2}{7}-\frac{2}{35}\right)\right]+\frac{3}{10}=$

(Soluc: 1/2) **6** $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left[\frac{5}{2}-\left(2+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{7}\right]\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=$

(Soluc: 7/3) **7** $\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{5}{3}-\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{8}{5}=$

(Soluc: 2) **8** $\left\{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\left(1+\frac{2}{3}\right)-\left[\frac{9}{8}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{6}{7}\right]\right\}\cdot\frac{16}{9}=$

(Soluc: 5/7) **9** $\frac{29}{7}-\left(2-\frac{4}{5}\right):\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)=$

(Soluc: 3/4) **10** $\frac{5}{6}-\frac{3}{7}:\frac{9}{14}+\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{9}\right):\frac{16}{45}-\frac{1}{24}=$

(Soluc: 5/2) **11**

$$\frac{\left(3-\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right):\frac{5}{4}-\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\left(\frac{19}{12}-\frac{1}{8}\right)}=$$

25 EJERCICIOS DE FRACCIONES

Resolver las siguientes operaciones con fracciones, **simplificando en todo momento** los pasos intermedios y el resultado:

1. $\frac{5}{4}-\frac{2}{4}=$ *(Soluc: 3/4)*

2. $\frac{5}{5}-\frac{4}{4}=$ *(Soluc: 0)*

3. $\frac{5}{5}-\frac{16}{4}=$ *(Soluc: -3)*

4. $-\frac{2}{3}-4=$ *(Soluc: -14/3)*

5. $\left(32+\frac{1}{2}-4\right)-\left(16-\frac{3}{2}-2\right)=$ *(Soluc: 16)*

6. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: 13/20)*

7. $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: 7/10)*

8. $1-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}=$ *(Soluc: 13/15)*

9. $\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{5}=$ *(Soluc: 1/15)*

10. $-\frac{2}{3}+\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}=$ *(Soluc: 0)*

11. $-2-\frac{1}{3}=$ *(Soluc: -7/3)*

12. $\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: -1)*

13. $-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: -8/15)*

14. $\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{2}{5}=$ *(Soluc: 1/3)*

15. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=$ *(Soluc: 19/30)*

16. $\left(-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}=$ *(Soluc: -34/75)*

17. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}-\frac{1}{12}+\frac{5}{4}\cdot\frac{8}{3}=$

(Soluc: 151/36)

18. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{3}-\frac{1}{12}+\frac{5}{4}\cdot\frac{8}{3}=$

(Soluc: 157/36)

19. $-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}-\frac{2}{14}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}=$

(Soluc: -1/14)

20. $-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{7}-\frac{2}{14}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}=$

(Soluc: 1/7)

21. $\frac{21}{2}-\frac{19}{2}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{8}\right)-\frac{9}{2}:\frac{3}{4}=$

(Soluc: -11/2)

22. $\frac{17}{9}-\frac{15}{5}+\frac{4}{3}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right)+\frac{14}{3}:\frac{16}{8}=$

(Soluc: 26/9)

23. $\frac{1}{3}+\frac{4}{3}:\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\cdot\frac{10}{9}+4\right)=$

(Soluc: 73/15)

24. $\frac{21}{2}-\frac{19}{2}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{8}\right)=$

(Soluc: 1/2)

25. $\dfrac{\left(\frac{3}{4}+2\right)\left(\frac{3}{4}-2\right)}{5}-\dfrac{\left(\frac{3}{2}-1\right)^2}{4}=$

(Soluc: -3/4)

16 EJERCICIOS DE FRACCIONES

Resolver las siguientes operaciones con fracciones, **simplificando en todo momento** los pasos intermedios y el resultado:

1. $\frac{2}{3}+\left[1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)\right]=$ *(Soluc: 13/12)*

2. $\frac{4}{5}-\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{7}+\frac{1}{5}\left(2+\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{3}+4:\frac{6}{5}=$

(Soluc: 13/10)

3. $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{10}\right)-\frac{5}{4}+\left(\frac{3}{5}:4\right)+\frac{12}{5}=$

(Soluc: 193/60)

4. $2+\frac{1}{5}:\left(2+\frac{7}{3}-\frac{2}{4}+\frac{5}{3}\right)=$

(Soluc: 112/55)

5. $\left(\frac{2}{7}-\frac{4}{5}+\frac{2}{8}\right)\cdot\frac{3}{2}-\frac{7}{5}:\frac{4}{7}=$

(Soluc: -797/280)

6. $\frac{17}{9}-\frac{15}{5}+\frac{4}{3}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right)+\frac{14}{3}:\frac{16}{8}=$

(Soluc: 26/9)

7. $\frac{21}{5}+\frac{15}{4}\cdot\frac{16}{3}-\frac{15}{30}+\frac{12}{4}:\frac{5}{4}+3=$

(Soluc: 291/10)

8. $\frac{2}{3}-\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{5}-\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{6}{5}-\frac{1}{2}\right)\right]-\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=$

(Soluc: -37/20)

9. $2-\left[\frac{4}{3}-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{3}\right]-\left(\frac{4}{3}+2\right)-\frac{1}{5}=$

(Soluc: -49/30)

10. $2+\left(\frac{5}{2}-3\right)-\left[\frac{7}{10}-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)\right]=$

(Soluc: 29/20)

11. $-\frac{3}{8}+\left(4-\frac{1}{2}\right)-\left[\left(2-\frac{5}{4}\right)+\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{8}\right)\right]=$

(Soluc: -1)

12. $\left(\frac{4}{3}-\frac{-1}{9}\right)+\left[2-\left(-\frac{5}{4}+\frac{2}{3}\right)\right]-\frac{7}{2}=$

(Soluc: 19/36)

13. $\left[\left(\frac{4}{6}+\frac{1/7}{2}\right):\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{12}\right)\right]\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{15}\right)=$

(Soluc: 31/165)

14. $\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)\cdot\left[\left(\frac{1}{3}-1\right)\cdot 3-\frac{1+2/5}{3}\right]=$

(Soluc: 259/225)

15. $\frac{4}{5}:\left[\frac{12}{16}\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)-\frac{3}{8}\right]-3\left[\frac{1}{6}:\left(1-\frac{2}{5}\right)\right]=$

(Soluc: 71/30)

16. $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}:\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{8}+1\right)=$

(Soluc: 23/26)

18 EJERCICIOS DE FRACCIONES

Resolver las siguientes fracciones de términos racionales, **simplificando en todo momento** los pasos intermedios y el resultado:

1. $$\frac{\frac{1}{3}:\left(2+\frac{2}{5}\cdot\frac{25}{8}\right)}{\left(-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}:2\right)\cdot\frac{25}{8}}=$$

(Soluc: -64/455)

2. $$\frac{\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\;\frac{25}{6}-2:\frac{4}{9}}{\frac{4}{9}\left(\frac{1}{5}-2\right)-\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: 27/17)

3. $$\frac{2-\frac{5}{3}:\left(1+\frac{1}{5}\right)-2}{2:\frac{5}{3}+1-\frac{1}{5}:2}=$$

(Soluc: -125/189)

4. $$\frac{\frac{3}{5}:\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{1}{5}:\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{9}\right)}{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}:\frac{2}{5}\;\frac{1}{5}\left(\frac{3}{5}+\frac{10}{9}\right)}=$$

(Soluc: 585/347)

5. $$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}=$$

(Soluc: 8/5)

6. $$\frac{\left[\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\right)\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right]\frac{2}{5}-3}{\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}:\frac{1}{3}\,\frac{2}{5}-3}=$$

(Soluc: 311/342)

7. $$3+\cfrac{2}{3+\cfrac{2}{3+\cfrac{2}{3}}}=$$

(Soluc: 139/39)

8. $$\frac{\frac{1}{2}\,\frac{8}{3}+\frac{3}{5}:\frac{9}{25}-1}{\frac{1}{2}\left(\frac{8}{3}+\frac{3}{5}\right):\frac{9}{25}+1}=$$

(Soluc: 1/2)

9. $$\frac{\frac{3}{5}:3-2\,\frac{3}{8}+\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{6}\right)-3}=$$

(Soluc: -21/380)

10. $$\frac{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\,\frac{8}{27}\right)\frac{2}{5}-3\right]:\frac{3}{2}}{\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\frac{8}{27}\left(\frac{2}{5}-3:\frac{3}{2}\right)}=$$

(Soluc: 59/32)

11. $$1+\cfrac{2}{3+\cfrac{4}{5+\cfrac{6}{7}}}=$$

(Soluc: 233/151)

12. $$\frac{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}-3\right)+\frac{29}{6}:5}{1+\cfrac{2}{3+\cfrac{4}{5}}:\left(2-\frac{28}{19}\right)}=$$

(Soluc: 1/2)

13. $$\frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{15}{8}\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}\left(-\frac{9}{10}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\frac{12}{5}\right)}=$$

(Soluc: -125/28)

14. $$\frac{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\left(2-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right):\frac{2}{5}-\frac{1}{5}}{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}:2-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}:\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{5}}=$$

(Soluc: 128/33)

15. $$\frac{\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{24}\right)-\left(\frac{2}{30}-\frac{1}{4}+\frac{3}{9}\right)}{\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{10}\right):\frac{5}{3}-\frac{4}{16}\left(3-\frac{5}{3}\right)}=$$

(Soluc: -11/13)

16. $$\frac{\left(\frac{1}{5}+2-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\frac{1}{3}:\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{2}}=$$

(Soluc: 325/21)

17. $$\frac{\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}+3:\frac{6}{5}\right)-\frac{7}{20}}{\left(3+\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{10}\right):\frac{6}{5}-\frac{4}{5}}=$$

(Soluc: 20/11)

18. $$\frac{\left(\frac{2}{3}+-4+\frac{1}{5}\right):\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}-\left(4+\frac{1}{5}:\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{3}}=$$

(Soluc: 131/23)

FICHA 1: Potencias de exponente IN

RECORDAR: $\boxed{a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ \ldots\ldots \ \cdot a \cdot a \quad \text{(n veces)}}$

Definición de potencia

1. Aplicar la definición para hallar, **sin calculadora**, el valor de las siguientes potencias:

a) $2^5 =$

b) $(-2)^5 =$

c) $3^4 =$

d) $(-3)^4 =$

e) $1^5 =$

f) $(-1)^5 =$

g) $(-1)^6 =$

h) $(-1)^{37} =$

i) $3^0 =$

j) $(-2)^2 =$

k) $(-5)^0 =$

l) $(-2)^4 =$

m) $-2^4 =$

n) $(-3)^3 =$

o) $-3^3 =$

p) $1^{34} =$

q) $(-1)^{56} =$

r) $(-1)^{57} =$

s) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

t) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

u) $9^2 =$

v) $(-9)^2 =$

w) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

x) $9^3 =$

y) $(-9)^3 =$

z) $0{,}4^2 =$

α) $60^2 =$

☞ *Ejercicios libro: pág. 50: 34, 35 y 40*

Consecuencias: $\boxed{(n^{o}\,\text{negativo})^{\text{par}} = \quad}$ $\boxed{(n^{o}\,\text{negativo})^{\text{impar}} = \quad}$

$\boxed{1^n = \quad}$ $\boxed{(-1)^{\text{par}} = \quad}$ $\boxed{(-1)^{\text{impar}} = \quad}$

(Completar estas fórmulas con ayuda del profesor y añadir al formulario)

2. **Utilizar la calculadora**, cuando proceda, para hallar el valor de las siguientes potencias:

a) $2^{12} =$

b) $(-2)^{12} =$

c) $3^7 =$

d) $(-3)^7 =$

e) $1^{73} =$

f) $(-1)^{15} =$

g) $35^0 =$

h) $(-2)^{10} =$

i) $-2^{10} =$

j) $(-3)^5 =$

k) $-3^5 =$

l) $\pi^2 =$

m) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 =$

n) $4^5 =$

o) $5^5 =$

p) $(-7)^3 =$

q) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 =$

☞ *Ejercicios libro: pág. 50: 37*

Operaciones con potencias de exponente IN:

RECORDAR:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n} \qquad a^0 = 1$$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

3. Simplificar, utilizando las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como potencia única** (no vale usar calculadora, salvo para comprobar, una vez finalizado todo el ejercicio, los resultados):

1) $2^7 \cdot 2^5 =$

2) $\frac{3^{10}}{3^8} =$

3) $\left(2^4\right)^5 =$

4) $2^3 \cdot 3^3 =$

5) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5 =$

6) $\left[\left(5^3\right)^2\right]^4 =$

7) $5^5 \cdot 7^5 =$

8) $\frac{8^5}{4^5} =$

9) $\frac{9^{14}}{3^{14}} =$

10) $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^3 =$

11) $\frac{3 \cdot 3^{31}}{9} =$ *(Sol: 3^{30})*

12) $\frac{14^6}{7^6} =$

13) $\frac{5^6 \cdot 5^7}{5^{11}} =$

14) $2^2 \cdot \left(2^3\right)^2 =$

15) $\frac{3^8}{\left(3^2\right)^2 \cdot 3} =$ *(Sol: 3^3)*

16) $\left(2^2\right)^4 \cdot a^2 \cdot \left(a^3\right)^2 =$ *(Sol: $(2a)^8$)*

17) $\left(2^5 \cdot 7^5\right)^0 =$

18) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^6 =$

19) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^9 =$

20) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{15}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{3}} =$

21) $2 \cdot 4^2 =$

(Sol: 2^5)

22) $(2 \cdot 4)^2 =$

23) $3 \cdot 27^5 =$

24) $125^2 \cdot 5 =$

25) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4}}{\frac{8}{27}} =$

(Sol: $(2/3)^3$)

26) $(-3)^2 \cdot (3 \cdot 9)^2 \cdot \dfrac{3^4}{3^2} =$

27) $ab^3 \cdot a^2b =$

28) $2xy^2 \cdot 3x^2y =$

29) $(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 4 =$

30) $\dfrac{18^3}{18^2 \cdot 3} =$

(Sol: 6)

31) $(2x)^2 =$

32) $(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) =$

(Sol: 28)

33) $\dfrac{2^8}{8^{10}} \cdot (-2)^6 \cdot (2 \cdot 4)^7 =$

(Sol: 2^5)

34) $\dfrac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\right]^{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{0}}{\left(\frac{9}{25}\right)^{3}} =$

(Sol: 1)

35) $10 - 2 \cdot (-3)^2 + 5 \cdot \left(-6 + 2^2\right)^2 =$

(Sol: 12)

36) $\dfrac{\left(\frac{2^{10}}{3^{11}} : \frac{2}{9}\right)^{3}}{\left[\left(-\frac{4}{9}\right)^{3}\right]^{4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{0}} =$

(Sol: $(2/3)^3$)

37) $4 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^2 - \frac{45}{4} \cdot \frac{7}{4} + \frac{17}{16} =$

(Sol: 12)

38) $4 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^3 + 3 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{45}{4} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{17}{16} =$

(Sol: 12)

39) $\dfrac{\left[(-2)^4\right]^6 : \left(2^2 \cdot 8\right)^4}{\left(\frac{4}{3}\right)^8 : \left(\frac{4}{3}\right)^6 \cdot (-1)^8} =$

(Sol: 3^2)

40) $\dfrac{\left[(-3)^3\right]^2 \cdot \left[3 \cdot (-9)\right]^6}{81^5} =$

(Sol: 3^4)

41) $\left[9 - \sqrt{25} \cdot (-2)^3\right] : \left[(-3-1)^2 - 9\right] =$

(Sol: 7)

42) $\left[\sqrt{3-2} + 5 \cdot 2^2 + (-3)^3 + (-4)^0\right] : (1+4)^1 =$

(Sol: -1)

43) $\left(6 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2\right) : \left(3 - \sqrt{81}\right)^2 =$

(Sol: 1)

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 51: 47 y 49****;* ***pág. 52: 58 y 59***

FICHA 2: Potencias de exponente Z

RECORDAR:

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad a^{-1}=\frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n} \qquad \frac{1}{a^{-n}}=a^n$$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

1. Teniendo en cuenta las fórmulas anteriores, operar las siguientes potencias de exponente entero (**sin usar calculadora**), dejando el **resultado en forma entera o fraccionaria**:

a) $2^{-1}=$

b) $2^{-2}=$

c) $3^{-1}=$

d) $2^{-5}=$

e) $3^{-2}=$

f) $(-3)^{-2}=$

g) $(-2)^{-4}=$

h) $(-2)^{-5}=$

i) $(-4)^{-1}=$

j) $-3^{-2}=$

k) $(-3)^{-2}=$

l) $-2^{-1}=$

m) $-5^{-3}=$

n) $1^{-4}=$

o) $1^{-10}=$

p) $(-1)^{-4}=$

q) $(-1)^{-7}=$

r) $(-1)^{-23}=$

s) $-1^{-7}=$

t) $x^{-3}=$

u) $(-a)^{-4}=$

v) $10^{-3}=$

w) $(-9)^{-2}=$

x) $0{,}1^{-1}=$

y) $5^{-3}=$

z) $x^{-2}=$

α) $x^{-1}=$

2. Completar, con la ayuda del profesor, las siguientes tablas que resumen todos los **casos de cálculo con potencias**:

		EXPONENTE	
		POSITIVO	**NEGATIVO**
BASE ENTERA	**POSITIVA**	$2^3=$	$2^{-3}=$
	NEGATIVA	$(-2)^3=$	$(-2)^{-3}=$

		EXPONENTE	
		POSITIVO	**NEGATIVO**
BASE FRACCIONARIA	**POSITIVA**	$\left(\frac{2}{3}\right)^3=$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$
	NEGATIVA	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3=$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

Añadir ambas tablas al formulario matemático.

3. Teniendo en cuenta las tablas anteriores, calcular las siguientes potencias de base fraccionaria, dejando el **resultado en forma racional**:

a) $\left(\frac{5}{3}\right)^{3} =$

b) $\left(\frac{9}{4}\right)^{2} =$

c) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{2} =$

d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{3} =$

e) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} =$

f) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{-2} =$

g) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} =$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} =$

i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2} =$

j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

k) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

l) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$

m) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2} =$

n) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

o) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{3} =$

p) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} =$

q) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2} =$

r) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} =$

s) $\left(\frac{4}{7}\right)^{3} =$

t) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} =$

u) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{2} =$

v) $\left(\frac{5}{3}\right)^{0} =$

w) $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} =$

x) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{-1} =$

y) $\left(-\frac{7}{2}\right)^{3} =$

z) $\left(-\frac{9}{2}\right)^{-3} =$

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 39: 4; pág. 50: 44***

4. Calcular el valor de las siguientes potencias de exponente entero, y **comprobar el resultado con la calculadora**:

a) $2^{-2} =$

b) $10^{-1} =$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

d) $0{,}1^{-1} =$ *(Sol: 10)*

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} =$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-7} =$ *(Sol: -128)*

g) $100^{-2} =$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} =$ *(Sol: 9/4)*

i) $0{,}2^{-3} =$ *(Sol: 125)*

j) $\frac{1}{3^{-1}} =$ *(Sol: 3)*

j) $1{,}3^{-2} =$ *(Sol: 100/169)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 50: 45***

FICHA 3: Operaciones con potencias de exponente Z (I)

RECORDAR:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad a^0 = 1$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

CONSEJO: «Para dividir dos potencias de la misma base se recomienda restar el mayor menos el menor exponente, dejando la potencia donde estaba el mayor exponente» (De esta forma evitamos exponentes negativos)

Ejemplos:

$$\frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4 = 16 \qquad \frac{3^3}{3^5} = \frac{1}{3^{5-3}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \qquad \frac{5^2}{5^{-1}} = 5^{2-(-1)} = 5^3 = 125 \qquad \frac{2^{-1}}{2} = \frac{1}{2^{1-(-1)}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \qquad \frac{7^{-2}}{7^{-5}} =$$

1. Simplificar, mediante las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como potencia de exponente positivo** y base lo más simple posible (no vale usar calculadora):

a) $2^{-2} \cdot 2^5 =$

b) $2^{-4} \cdot 2^2 =$

c) $3^{-1} \cdot 3^{-3} =$

d) $\frac{2^5}{2^3} =$

e) $\frac{2^3}{2^5} =$

f) $\frac{2^4}{2^{-1}} =$

g) $\frac{2^{-2}}{2^3} =$

h) $\frac{5^0}{5^3} =$

i) $\frac{6^{-4}}{3^{-4}} =$

j) $\frac{4^0}{4^{-3}} =$ *(Sol: 2^6)*

k) $\left(7^{-2}\right)^3 =$

l) $\frac{3^2}{3^{-2}} =$

m) $\left(2^2\right)^{-3} =$

n) $\left(3^{-2}\right)^{-2}=$

o) $\left(6^{0}\right)^{3}=$

p) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{3}=$

q) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{2}=$ *(Sol: 2^4)*

r) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=$

s) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4}=$ *(Sol: 5^6)*

t) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{4}}=$

u) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}=$

v) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}=$ *(Sol: 2)*

w) $\dfrac{\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}}=$ *(Sol: 2/5)*

x) $a^{8}\cdot\left(a^{3}\right)^{-2}=$ *(Sol: a^2)*

y) $\dfrac{5^{3}}{\left(5^{-2}\right)^{3}\cdot 5}=$ *(Sol: 5^8)*

z) $2^{2}\cdot 2^{2}=$

α) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}=$ *(Sol: $(2/3)^5$)*

β) $\dfrac{3^{10}}{9^{7}}=$ *(Sol: $1/3^4$)*

γ) $7^{8}:\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{2}\right]^{-3}=$ *(Sol: 7^2)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 41: 10; pág. 51: 55***

2. Simplificar, mediante las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como entero o fracción** (excepto si resulta muy elevado, en cuyo caso se puede dejar como potencia); no vale usar calculadora, salvo para comprobar resultados:

a) $\left(2^{3}\right)^{-2}=$ *(Soluc: 1/64)*

b) $\left(2^{-3}\right)^{-2}=$ *(Soluc: 64)*

c) $2^{5}\cdot 4^{3}=$ *(Soluc: 2048)*

d) $\left[(-2)^{3}\right]^{-2}=$ *(Soluc: 1/64)*

e) $\left[(-2)^{-3}\right]^{-2}=$ *(Soluc: 64)*

f) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{2}\right]^{3} =$ *(Soluc: 1/15625)*

g) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^{2} =$ *(Soluc: 256/81)*

h) $\left[\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} =$ *(Soluc: 25/9)*

i) $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^{-2}\right]^{3} =$ *(Soluc: 117.649/4096)*

j) $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^{2}\right]^{-1} =$ *(Soluc: 81/4)*

k) $\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2}\right)^{5} =$ *(Soluc: 1/1024)*

l) $8^{2}\cdot 4^{4} =$ *(Soluc: 16384)*

m) $\left(3^{-5}\cdot 9^{3}\right)^{-2} =$ *(Soluc: 1/9)*

n) $\frac{4^{4}}{8^{2}} =$ *(Soluc: 4)*

o) $\left[\frac{(-27)^{2}}{9^{3}}\right]^{-2} =$ *(Soluc: 1)*

p) $\frac{18^{6}}{9^{6}} =$ *(Soluc: 64)*

q) $25^{4}\cdot 5^{3} =$ *(Soluc: 5^{11})*

r) $\left[\frac{9^{2}}{(-3)^{2}}\right]^{-1} =$ *(Soluc: 1/9)*

s) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ *(Soluc: 64/243)*

t) $\frac{3^{2}}{\left(3^{2}\right)^{-3}\cdot 3^{4}} =$ *(Soluc: 81)*

u) $\frac{\left(2^{5}\cdot 2^{-2}\right)^{3}}{2^{-3}} =$ *(Soluc: 4096)*

v) $\frac{(-4)^{-3}}{4^{-2}} =$ *(Soluc: -1/4)*

3. Ídem:

a) $\frac{2^{17}}{2^{15}}=$ *(Soluc: 4)*

b) $\frac{5^{5}}{5^{7}}=$ *(Soluc: 1/25)*

c) $\frac{2^{2}}{2^{-3}}=$ *(Soluc: 32)*

d) $\frac{3^{-2}}{3^{3}}=$ *(Soluc: 1/243)*

e) $\frac{7^{-1}}{7^{-2}}=$ *(Soluc: 7)*

f) $\frac{7^{-2}}{7^{-1}}=$ *(Soluc: 1/7)*

g) $\frac{2^{87}}{2^{84}}=$ *(Soluc: 8)*

h) $\frac{2^{17}}{2^{-15}}=$ *(Soluc: 2^{32})*

i) $\frac{2^{-4}}{2^{2}}=$ *(Soluc: 1/64)*

j) $\frac{5^{3}}{5^{-2}}=$ *(Soluc: 3125)*

k) $\frac{2^{7}\cdot 2^{-2}}{2^{3}}=$ *(Soluc: 4)*

l) $\frac{3^{5}\cdot 3^{-3}}{9}=$ *(Soluc: 1)*

m) $\frac{5^{3}\cdot 5^{-4}}{5^{2}}=$ *(Soluc: 1/125)*

n) $\frac{27}{3^{4}\cdot 3^{-6}}=$ *(Soluc: 243)*

o) $\frac{2^{-2}\cdot 2^{4}}{2^{-1}\cdot 2^{-3}}=$ *(Soluc: 64)*

p) $\frac{7^{3}\cdot 7^{-3}}{7^{-1}\cdot 7^{-2}}=$ *(Soluc: 343)*

q) $\frac{2^{7}\cdot 2^{5}\cdot 2^{3}\cdot 2^{0}}{2\cdot 2^{3}\cdot 2^{5}\cdot 2^{6}}=$ *(Soluc: 1)*

r) $\frac{3^{3}\cdot 3^{-2}\cdot 3^{4}}{3\cdot 3^{-3}\cdot 3^{-5}\cdot 3^{8}}=$ *(Soluc: 81)*

s) $\dfrac{2^3 \cdot 4^3 \cdot 2^{-1} \cdot 8}{2 \cdot 8^{-2} \cdot 8^0 \cdot 2^6} =$ *(Soluc: 1024)*

t) $\dfrac{2^5 \cdot 2^{-2} \cdot 9 \cdot 3^{-4}}{2^{-2} \cdot \left(2^2\right)^2 \cdot 3 \cdot 3^{-3}} =$ *(Soluc: 2)*

u) $\dfrac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^2 \cdot 5^{-1}}{2^{-1} \cdot 2^2 \cdot 5^{-2} \cdot 5^{-3}} =$ *(Soluc: 1.000.000)*

v) $\dfrac{2^3 \cdot 4^5 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 8^{30}}{16 \cdot 2^3 \cdot 32 \cdot 2^4} =$ *(Soluc: 2^{94})*

w) $\dfrac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27} =$

(Soluc: 243/5)

x) $\dfrac{12 \cdot 6^2 \cdot \left(2^{-2}\right)^2}{9 \cdot 3^{-1} \cdot 4^2} =$ *(Soluc: 9/16)*

y) $\dfrac{2^{-4} \cdot (-5)^2 \cdot 3^4 \cdot 32}{125 \cdot 27^2 \cdot 9^{-1}} =$

(Soluc: 2/5)

z) $\dfrac{(-3)^6 \cdot 3^{-1} \cdot 9^{-2}}{\left[\left(3^2\right)^3\right]^{-\mathbf{2}} \cdot 27 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}}$ *(Soluc: 3^8)*

α) $\dfrac{3^{-2} \cdot 7^2 \cdot 3 \cdot 7^{-4} \cdot 3^5}{7^3 \cdot 3^{-1} \cdot 7^{-5} \cdot 3^4} =$ *(Soluc: 3)*

β) $\dfrac{3^8 \cdot 7^{-1} \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 3^{-2}}{7^4 \cdot 5^{-1} \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 7^{-2}} =$ *(Soluc: 3)*

γ) $\dfrac{6 \cdot 12^3 \cdot 18^2 \cdot 3^2 \cdot 108^2}{27^2 \cdot 3^2 \cdot 16 \cdot 48 \cdot 36} =$

(Soluc: 1944)

δ) $\dfrac{15^2 \cdot 5^{-2} \cdot 5^3 \cdot 45^2}{\left(5^3\right)^2 \cdot 27 \cdot 3^{-2}} =$ *(Soluc: 243/5)*

ε) $\dfrac{\left\{\left[(-27)^2\right]^{-3}\right\}^{-2} \cdot 81^{-1}}{3^{-6} \cdot 3^0} =$ *(Soluc: 3^{38})*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 52: 60, 63, 64 y 65***

FICHA 4: Operaciones con potencias de exponente Z (II)

1. Simplificar, mediante las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como entero o fracción** (salvo si es muy elevado, en cuyo caso puede dejarse como potencia); no vale usar calculadora:

a) $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\right]^{-4}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}=$ *(Soluc: $2^8/5^{10}$)*

b) $\left(\frac{6}{5}\right)^{6}\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)^{-4}=$ *(Soluc: $3^{10}\cdot 2^2/5^{10}$)*

c) $\frac{2^{-3}\cdot(-2)^{4}\cdot(-4)^{-1}}{-2}=$ *(Soluc: 1/4)*

d) $(-1)^3+(-1)^2+(-1)=$ *(Soluc: -1)*

e) $2\cdot(-1)^3-4\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)=$ *(Soluc: -8)*

f) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}}{2^{-1}}=$ *(Soluc: 1)*

g) $2\cdot(-2)^4+3\cdot(-2)^3-4\cdot(-2)^2-3\cdot(-2)=$ *(Soluc: -2)*

h) $\frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3}}{\left(\frac{25}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot 2^{-7}}=$

(Soluc: 3/10)

i) $\frac{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}\right]^{-3}}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-8}\right]^{-2}}=$ *(Soluc: $(2/3)^{15}$)*

j) $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}:\left(\frac{1}{5}\right)^{-9}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-10}:\frac{1}{5}}=$ *(Soluc: $1/5^{12}$)*

k) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{3}=$ *(Soluc: -9)*

l) $\left[\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\frac{1}{8}\cdot(-2)\right]^{-4}=$ *(Soluc: 10000/81)*

m) $\frac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{-2}}{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}}=$ *(Soluc: 3/5)*

n) $$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\right]^{2}}=$$ *(Soluc: 6561/256)*

o) $$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}=$$ *(Soluc: -900)*

p) $$\left[\frac{15}{7}\cdot\left(\frac{21}{5}\right)^{2}\cdot(-1)\cdot\frac{2}{3}\right]^{3}=$$ $\left(Soluc:-\frac{3^6\cdot 7^3\cdot 2^3}{5^3}\right)$

q) $$\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{5}}{\left(\frac{2}{7}\right)^{4}}=$$ *(Soluc:8/343)*

r) $a^2\cdot a^{-2}\cdot a^3=$ *(Soluc: a^3)*

s) $a^2\cdot a^{-2}+a^3=$ *(Soluc: a^3)*

t) $$\frac{\left(2^{-5}\right)^{0}}{2^{-3}}=$$ *(Soluc: 8)*

u) $$\frac{2^{3}}{(5\cdot 2)^{-5}}=$$ *(Soluc:800000)*

v) $$\frac{2^{-1}\cdot(2^{3})^{5}\cdot 4\cdot 5^{3}}{100\cdot 2^{-2}\cdot 8}=$$ *(Soluc: $5\cdot 2^{13}$)*

w) $$\frac{2^{3}\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot(-3)^{2}}{6^{2}\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}=$$ *(Soluc: 9/4)*

x) $$\frac{6^{4}\cdot 9^{2}\cdot 2^{-4}\cdot 3^{-5}\cdot 2^{-1}}{18^{3}\cdot 2^{-5}\cdot 3^{6}\cdot\left(3^{3}\right)^{-3}}=$$ *(Soluc: 2)*

y) $$\frac{4^{4}\cdot 8^{-1}\cdot 16^{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot 8^{6}}=$$ *(Soluc: 1/4)*

z) $$\frac{\dfrac{\left(5^{2}\cdot 5^{3}\cdot 5^{-4}\right)^{2}}{\left(5^{-2}\cdot 5^{-3}\cdot 5^{4}\right)^{3}}}{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{2}:\left(\frac{1}{5}\right)^{4}\right]^{4}}=$$ *(Soluc: 1/125)*

α) $$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}}{\left(\frac{5}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\cdot 8\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\cdot 3^{-2}}=$$ *(Soluc: 2/15)*

β) $\dfrac{\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-2}\cdot\left(\dfrac{4}{9}\right)^{-1}}{(-2)^{6}\cdot\left(2^{-5}\cdot 4\right)^{2}\cdot 36}=$ *(Soluc: 1/81)*

γ) $\dfrac{\left(2^{-4}\cdot 4^{3}\right)^{2}\cdot 5\cdot 5^{0}}{100^{2}\cdot\left(5^{2}\right)^{-3}}=$ *(Soluc: 125)*

δ) $\left(\dfrac{8}{9}\right)^{-2}\cdot\left[\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3}\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1}\cdot 9=$ *(Soluc: 2/3)*

ε) $\dfrac{\left(\dfrac{3}{2}\right)^{0}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}}{\left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2}\right]^{3}\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{4}}=$ *(Soluc: 27/8)*

ζ) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-8}}{\left[\left(4^{2}\right)^{-3}\right]^{2}\cdot 64^{3}}=$ *(Soluc: 2^{14})*

η) $\dfrac{\left(-\dfrac{9}{25}\right)^{4}\cdot 1^{-5}}{\left[\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-4}\cdot\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-1}}=$ *(Soluc: 5/3)*

θ) $\left(\dfrac{3}{25}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-3}\cdot\left(-\dfrac{9}{2}\right)^{-4}\cdot(-25)^{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-5}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{0}=$

(Soluc: 8/27)

2. **TEORÍA**: ¿Qué potencia es mayor: $(-0{,}8)^{2}$, $(-0{,}8)^{3}$ o $(-0{,}8)^{4}$? Clasificarlas de menor a mayor.

3. **TEORÍA**: Demostrar que $a^{-3}+(-a)^{-3}=0$ ¿Cuánto valdrá $a^{-4}+(-a)^{-4}$?

4. **TEORÍA**: Demostrar que $\left(\frac{1}{a}\right)^{-5}+\left(-\frac{1}{a}\right)^{-5}=0$ ¿Cuánto valdrá $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}+\left(-\frac{1}{a}\right)^{-4}$?

5. **TEORÍA**: ¿V o F? Razonar la respuesta:

a) $2^{-3}=-6$

b) $2^7+3^7=5^7$

c) $2^3+2^4=2^7$

d) $-3^2=(-3)^2$

e) $(-3)^3=-3^3$

f) $(2x)^3=2x^3$

g) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3=4^3$

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 50: 41; pág. 52: 57***

CURIOSIDAD MATEMÁTICA: *La notación actual con exponentes para indicar las potencias se debe al matemático y filósofo francés René Descartes (1596-1650). Hasta entonces, por ejemplo, para designar un cubo se escribía x x x, lo cual resultaba, obviamente, muy poco práctico.*

FICHA 5: Notación científica

1. Pasar a notación estándar los siguientes números expresados en notación científica:

a) $3\cdot 10^{8}=$

b) $4\cdot 10^{-6}=$

c) $2,5\cdot 10^{5}=$

d) $7,5\cdot 10^{-4}=$

e) $1,84\cdot 10^{3}=$

f) $1\cdot 10^{-7}=$

g) $-6,343\cdot 10^{8}=$

h) $1,903\cdot 10^{-2}=$

i) $1,23\cdot 10^{10}=$

j) $1,04\cdot 10^{-9}=$

k) $5,3502\cdot 10^{12}=$

l) $7,5\cdot 10^{1}=$

m) $6,3\cdot 10^{0}=$

n) $1,0003\cdot 10^{-1}=$

o) $1\cdot 10^{-1}=$

p) $1,235\cdot 10^{5}=$

q) $1\cdot 10^{12}=$

r) $1,6\cdot 10^{-6}=$

s) $-3,4545\cdot 10^{8}=$

2. Pasar a notación científica los siguientes números:

a) 300.000.000=

b) 456=

c) 0,5=

d) 0,0000000065=

e) 18.400.000.000=

f) 0,000001=

g) –78986,34=

h) 0,0000093=

i) 1.230.000.000.000=

j) 14 billones €=

k) 150 millones $=

l) 7,3=

m) 73=

n) 0,00010001=

o) 10=

p) 1=

q) 0,011001=

r) 16.730.000=

s) –345,45=

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 42: 13 y 15*** *(pasar a notación científica)*
pág. 42: 14; pág. 52: 68 *(pasar a notación estándar)*

3. Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas (y comprobar que se obtiene el mismo resultado):

- Sin calculadora, aplicando sólo las propiedades de las potencias.
- Utilizando la calculadora científica.

a) $2,5\cdot 10^{7}+3,6\cdot 10^{7}=$

b) $4,6\cdot 10^{-8}+5,4\cdot 10^{-8}=$

c) $1,5\cdot 10^{6}+2,4\cdot 10^{5}=$

d) $2,3\cdot 10^{9}+3,25\cdot 10^{12}=$

e) $3,2\cdot 10^{8}-1,1\cdot 10^{8}=$

f) $4,25\cdot 10^{7}-2,14\cdot 10^{5}=$

g) $7,28\cdot 10^{-3}-5,12\cdot 10^{-3}=$

h) $(2\cdot10^{9})\cdot(3,5\cdot10^{7})=$

i) $\frac{8,4\cdot10^{9}}{2\cdot10^{7}}=$

j) $\frac{\left(3,2\cdot10^{-3}\right)\cdot\left(4\cdot10^{5}\right)}{2\cdot10^{-8}}=$

k) $(2\cdot10^{5})^{2}=$

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 43: 17; pág. 53: 70***

4. La estrella más cercana a nuestro sistema solar es α-Centauri, que está a una distancia de tan sólo 4,3 años luz. Expresar, en km, esta distancia en notación científica. (Dato: velocidad de la luz: 300.000 km/s) ¿Cuánto tardaría en llegar una nave espacial viajando a 10 km/s? *(Soluc: $4,068\cdot10^{13}$ km)*

5. Calcular el volumen aproximado (en m^3) de la Tierra, tomando como valor medio de su radio 6378 km, dando el resultado en notación científica con dos cifras decimales. $\left(\text{Volumen de la esfera}: \frac{4}{3}\pi r^{3}\right)$ *(Sol: $1,15\cdot10^{21}$ m^3)*

6. En una balanza de precisión pesamos cien granos de arroz, obteniendo un valor de 0,0000277 kg. ¿Cuántos granos hay en 1000 toneladas de arroz? Utilícese notación científica. *(Soluc: $3,61\cdot10^{12}$ gr)*

7. La luz del sol tarda 8 minutos y 20 segundos en llegar a la Tierra. Calcular la distancia Tierra-Sol.
(Soluc: $1,5\cdot10^{8}$ km)

8. Rellenar la siguiente tabla para una calculadora de 10 dígitos en notación entera y 10+2 dígitos en notación científica:

	SIN NOTACIÓN CIENTÍFICA	**CON NOTACIÓN CIENTÍFICA**
Nº MÁXIMO que puede representar		
Nº MÍNIMO (positivo) que puede representar		

SOLUCIONES TEMA 2 LIBRO "POTENCIAS"

Potencias de exponente IN: pág. 50: ㉞ a) $2^4=16$ b) $(-5)^6=15625$ c) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3=-\frac{8}{125}$

㉟ a) 81 b) $-\frac{1}{128}$ c) 15625 d) $\frac{100}{9}$ e) 15,625 f) 27,9841

㊵ a) 4 b) −27 c) −64 d) 8

㊲ a) 64 b) 1296 c) 1728 d) 0,000244140625 e) 5,0625
f) 0,027 g) 0,49 h) 0,000000004096 i) 9,2170395205042176
j) −32 k) 1296 l) −1728

pág. 51: ㊼ a) $2^8=256$ b) $2^2=4$ c) $3^{13}=1594323$ d) $(-4)^{15}=-1073741824$
e) $(-4)^3=-64$ f) 1

㊾ a) 3^6 b) $(-2)^{15}$ c) $(-7)^6=7^6$ d) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{1}{81}$ f) 5^8 g) 6^8

pág. 52: (58) a) 2^{12} b) 3^6 c) -6^{12} d) $\left(\frac{1}{3}\right)^8$ e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{15}$ f) 5^8

(59) a) $(-3)^{13}=-1594323$ b) $5^4=625$

Potencias de exponente Z: pág. 39: ④ a) 1/343 b) 7 c) 1/7 d) 1/25 e) 1 f) −1/5 g) 625/4096
h) 8/5 i) 5/8 j) −3125/32768 k) 1 l) −5/8

pág. 50: ㊹ a) 1/8 b) 1/1,69 c) 4 d) 1/16 e) 1/9 f) −125/27
g) 1/126,506008 h) 1/16 i) 36

㊺ a) 0,0004164931 b) −0,00006103515625 c) 41649,312786339
d) 0,19753086419753 e) 2790816,47233653 f) −0,064

Pa a potencia única: pág. 41: ⑩ a) 5^{10} b) 9^4 c) $(5/6)^4$ d) $(3/5)^8$ e) 2^6
f) 2^6 g) $(4/3)^6$ h) 1

pág. 51: (55) a) 2^5 b) 2^{-10} c) $(-3)^{-3}$ d) $(-3)^3$ e) $(1/3)^9$ f) 1
g) 3^3 h) $(-5)^{11}$ i) $(-6)^{-35}$

pág. 52: (60) a) 4 b) 1 c) −32 d) -2^{-6} e) 2^{-7} f) 1 g) -3^8 h) 2^{-8}

(63) a) 5^{10} b) 2^{20} c) $2^{12}\cdot3^8$ d) 2^{19} e) $-2^{11}\cdot3^{13}$ f) $-3^{12}\cdot7^7$
g) $3^6\cdot2^{23}$ h) $(-2)^{19}\cdot3^3$

(64) a) 5^{18} b) 3^{-32} c) 2^{41} d) 6^{42} e) 3^{66} f) 4^{-21}

(65) a) $5^{12}\cdot2^{108}$ b) $-3^{12}\cdot5^{-3}$ c) $2^{-7}\cdot3^{-39}$ d) −6

Potencias de exponente ℕ (REPASO 2º ESO)

POTENCIAS

- Todo producto de factores iguales se puede escribir en forma de potencia. El factor que se repite se llama base y el número de veces que se repite se llama exponente.

Ejemplo: $6 \times 6 \times 6 \times 6 = \underset{\text{Base}}{6}^{4 \leftarrow \text{Exponente}}$

- Casos particulares de potencias:

Un número elevado al exponente 1 es igual al mismo número. $2^1 = 2$; $3^1 = 3$.
Un número elevado al exponente 0 es igual a uno. $4^0 = 1$; $5^0 = 1$.

1 Completa el cuadro.

Potencia	3^2	4^3	5^4	6^5	8^7	9^{10}	10^{11}	15^{20}
Base								
Exponente								

2 Escribe en forma de potencia los siguientes productos. Fíjate en el ejemplo:

$8 \times 8 \times 8 = 8^3$
$7 \times 7 \times 7 \times 7 =$
$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$
$15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 =$
$8 \times 8 \times 7 \times 7 \times 7 =$
$5 \times 5 \times 5 \times 6 \times 6 =$
$7 \times 7 \times 9 \times 9 \times 9 =$
$10 \times 10 \times 10 \times 8 \times 8 \times 8 =$

3 Halla el valor de las siguientes potencias.

$7^1 =$
$8^0 =$
$9^2 =$
$8^3 =$
$11^0 =$
$25^1 =$
$2^2 \times 3^3 =$
$2^3 \times 3^2 =$
$4^2 \times 5^2 =$
$4^2 \times 5^2 \times 3^0 =$
$5^3 \times 2^2 \times 3^3 =$
$6^2 \times 3^3 \times 7^0 =$

POTENCIAS DE BASE 10

- Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades indica el exponente.

Ejemplos: $10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$

- Los números de muchas cifras que acaban en ceros tienen una escritura más cómoda utilizando potencias de base 10.

Ejemplos: $120.000.000 = 12 \times 10.000.000 = 12 \times 10^7$
$200.000.000 = 2 \times 100.000.000 = 2 \times 10^8$

1 Calcula.

$10^4 = 10.000$
$10^6 =$
$10^7 =$
$10^8 =$
$10^9 =$
$10^{10} =$
$10^{11} =$
$10^{12} =$

2 Escribe, utilizando potencias de base 10, los siguientes números. Fíjate en el ejemplo:

$3.000 = 3 \cdot 1000 = \boxed{3 \cdot 10^3}$
$40.000 =$
$600.000 =$
$7.000.000 =$
$80.000.000 =$
$130.000.000 =$
$200.000.000 =$
$320.000.000 =$
$1.000.000.000 =$
$2.000.000.000 =$

3 En la siguiente tabla aparece la distancia media en kilómetros de algunos planetas al Sol. Escribe esas distancias utilizando potencias de base 10.

	Tierra	Urano	Neptuno	Plutón
Distancia media al Sol (km)	149.500.000	2.873.000.000	4.498.000.000	5.910.000.000
Potencias de base 10				

PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El producto de dos o más potencias de igual base es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

Ejemplos: $2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$

$4^3 \times 4^2 \times 4^6 = 4^{3+2+6} = 4^{11}$

1 Escribe en forma de una sola potencia los siguientes productos. Después, calcula su valor. (utiliza calculadora, si es necesario). Fíjate en el ejemplo:

$2^2 \times 2^2 = 2^4 = \boxed{16}$

$2^2 \times 2^3 =$

$2^3 \times 2 =$

$2^4 \times 2 =$

$3^2 \times 3^2 =$

$3^3 \times 3 =$

$3^2 \times 3^3 =$

$3^3 \times 3^3 =$

$3^4 \times 3 =$

$4^3 \times 4^0 =$

$2^2 \times 2 \times 2^3 =$

$3 \times 3^2 \times 3 =$

$4^2 \times 4^2 \times 4 =$

$5 \times 5 \times 5^2 =$

$6^2 \times 6^2 \times 6 =$

$7^2 \times 7 \times 7 =$

$8^2 \times 8 \times 8^3 =$

$9^2 \times 9^2 \times 9 =$

$9 \times 9^2 \times 9^0 =$

$10 \times 10^0 \times 10^2 =$

2 Calcula y completa los exponentes que faltan.

$2^6 \times 2^{\square} = 2^8$

$2^3 \times 2^{\square} = 2^7$

$6^4 \times 6^{\square} = 6^{10}$

$7^3 \times 7^{\square} = 7^{11}$

$8^4 \times 8^{\square} = 8^{12}$

$9^5 \times 9^{\square} = 9^{13}$

$10^8 \times 10^{\square} = 10^{14}$

$11^9 \times 11^{\square} = 11^{15}$

$12^3 \times 12^4 \times 12^{\square} = 12^{10}$

$14^5 \times 14^6 \times 14^{\square} = 14^{18}$

$15^7 \times 15^2 \times 15^{\square} = 15^{13}$

$23^8 \times 23^9 \times 23^{\square} = 23^{20}$

$35^7 \times 35^6 \times 35^{\square} = 35^{24}$

$42^9 \times 42^5 \times 42^{\square} = 42^{19}$

$53^7 \times 53^4 \times 53^{\square} = 53^{22}$

$61^5 \times 61^2 \times 61^{\square} = 61^{19}$

$75^6 \times 75^2 \times 75^{\square} = 75^{20}$

$81^7 \times 81^2 \times 81^{\square} = 81^{15}$

COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El cociente de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la resta de los exponentes.

Ejemplos: $2^6 : 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

$4^8 : 4^2 = 4^{8-2} = 4^6$

1 Escribe en forma de una sola potencia los siguientes cocientes. Después, calcula su valor(mediante calculadora, si es necesario). Fíjate en el ejemplo:

$3^8 : 3^5 = 3^3 = \boxed{27}$

$5^4 : 5^3 =$

$6^9 : 6^7 =$

$7^{10} : 7^8 =$

$8^{12} : 8^{10} =$

$9^{13} : 9^{11} =$

$10^3 : 10 =$

$11^2 : 11^2 =$

$12^3 : 12 =$

$13^4 : 13^2 =$

$20^5 : 20^2 =$

$30^6 : 30^3 =$

$40^7 : 40^4 =$

$50^3 : 50^2 =$

$60^3 : 60^0 =$

$70^4 : 70^0 =$

$80^5 : 80 =$

$90^6 : 90^2 =$

$100^7 : 100 =$

$200^5 : 100^0 =$

2 Calcula y completa los exponentes que faltan.

$4^8 : 4^{\square} = 4^6$

$5^9 : 5^{\square} = 5^4$

$7^8 : 7^{\square} = 7^6$

$8^9 : 8^{\square} = 8^3$

$9^{10} : 9^{\square} = 9^7$

$10^{16} : 10^{\square} = 10^{10}$

$11^{15} : 11^{\square} = 11^4$

$12^{16} : 12^{\square} = 12^{12}$

$13^{12} : 13^{\square} = 13^9$

$35^{15} : 35^{\square} = 35^{12}$

$41^{20} : 41^{\square} = 41$

$50^{18} : 50^{\square} = 50^9$

$62^{17} : 62^{\square} = 62^4$

$75^{19} : 75^{\square} = 75^2$

$80^{21} : 80^{\square} = 80^{10}$

$82^{30} : 82^{\square} = 82^{21}$

$90^{45} : 90^{\square} = 90^{20}$

$95^{32} : 95^{\square} = 95^{17}$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

La potencia de una potencia es otra potencia de igual base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

Ejemplos: $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$

$(4^4)^3 = 4^{4\times 3} = 4^{12}$

1 Escribe en forma de una sola potencia. Fíjate en el 1er ejemplo :

$(3^2)^3 = \boxed{3^6}$

$(4^3)^2 =$

$(5^2)^2 =$

$(6^4)^3 =$

$(7^5)^2 =$

$(8^4)^5 =$

$(9^7)^3 =$

$(10^4)^2 =$

$(11^5)^6 =$

$(12^7)^9 =$

$(23^4)^5 =$

$(30^5)^6 =$

$(41^4)^7 =$

$(50^6)^4 =$

$(65^3)^5 =$

$(72^7)^3 =$

$(80^2)^4 =$

$(85^3)^2 =$

$(97^3)^4 =$

$(99^2)^6 =$

2 Calcula y completa los exponentes que faltan.

$(2^4)^{\square} = 2^8$

$(3^2)^{\square} = 3^6$

$(4^3)^{\square} = 4^{12}$

$(5^4)^{\square} = 5^{16}$

$(6^8)^{\square} = 6^{24}$

$(7^4)^{\square} = 7^{36}$

$(8^9)^{\square} = 8^{18}$

$(9^5)^{\square} = 9^{30}$

$(10^3)^{\square} = 10^{18}$

$(23^5)^{\square} = 23^{20}$

$(30^7)^{\square} = 30^{21}$

$(42^6)^{\square} = 42^{18}$

$(50^7)^{\square} = 50^{42}$

$(65^3)^{\square} = 65^{24}$

$(72^4)^{\square} = 72^{16}$

$(75^3)^{\square} = 75^{15}$

$(84^2)^{\square} = 84^{20}$

$(89^3)^{\square} = 89^{21}$

POTENCIA DE UN PRODUCTO

La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevado a dicha potencia.

Ejemplos: $(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$

$(4 \times 2 \times 5)^3 = 4^3 \times 2^3 \times 5^3$

1 Escribe el resultado como producto de potencias. Fíjate en el 1er ejemplo :

$(2 \times 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$

$(4 \times 2)^2 =$

$(3 \times 5)^4 =$

$(5 \times 7)^3 =$

$(8 \times 9)^5 =$

$(7 \times 10)^2 =$

$(2 \times 3 \times 4)^2 =$

$(4 \times 5 \times 6)^3 =$

$(6 \times 7 \times 8)^4 =$

$(8 \times 9 \times 10)^5 =$

$(10 \times 11 \times 12)^6 =$

$(13 \times 14 \times 15)^7 =$

2 Escribe en forma de una sola potencia. Fíjate en el 1er ejemplo :

$2^2 \times 3^2 \times 4^2 = (2 \times 3 \times 4)^2 = \boxed{24^2}$

$3^3 \times 4^3 \times 5^3 =$

$5^6 \times 7^6 \times 8^6 =$

$4^7 \times 9^7 \times 5^7 =$

$9^{10} \times 8^{10} \times 7^{10} =$

$11^7 \times 12^7 \times 13^7 =$

$14^8 \times 15^8 \times 16^8 =$

$21^7 \times 20^7 \times 19^7 =$

$32^9 \times 40^9 \times 53^9 =$

$43^8 \times 52^8 \times 62^8 =$

3 Completa los exponentes que faltan.

$2^3 \times 4^3 \times 5^{\square} = (2 \times 4 \times 5)^3$

$3^4 \times 5^{\square} \times 6^4 = (3 \times 5 \times 6)^4$

$5^{\square} \times 6^6 \times 8^6 = (5 \times 6 \times 8)^6$

$6^4 \times 3^{\square} \times 5^4 = (6 \times 3 \times 5)^4$

$7^{\square} \times 8^5 \times 9^5 = (7 \times 8 \times 9)^5$

$5^3 \times 9^3 \times 8^{\square} = (5 \times 9 \times 8)^3$

$6^{\square} \times 8^{\square} \times 9^3 = (6 \times 8 \times 9)^3$

$9^4 \times 10^{\square} \times 11^{\square} = (9 \times 10 \times 11)^4$

$12^{\square} \times 13^{\square} \times 14^{\square} = (12 \times 13 \times 14)^6$

$15^{\square} \times 12^{\square} \times 13^{\square} = (15 \times 12 \times 13)^7$

$21^{\square} \times 16^{\square} \times 30^{\square} = (21 \times 16 \times 30)^8$

$35^{\square} \times 26^{\square} \times 41^{\square} = (35 \times 26 \times 41)^9$

POTENCIAS DE EXPONENTE ENTERO

RECUERDA

- Cualquiera que sea $a \neq 0$, $a^0 = 1$.
- Si n es positivo, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \dfrac{b^n}{a^n}$.
- Las demás propiedades de las potencias son válidas para exponentes negativos.

Calcula y simplifica:

(Soluc: 4/9) **1** $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

2 $\left(\frac{3}{5}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

(Soluc: 1/9) **3** $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

4 $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$

(Soluc: $\frac{3^{10} \cdot 2^2}{5^{10}}$) **5** $\left(\frac{6}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{-10}{3}\right)^{-4}$

6 $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^{-2}$

7 $(2^3)^{-5}$

8 $(2^{-3})^{-5}$

(Solu: $-\frac{1}{2^{15}}$) **9** $[(-2)^3]^{-5}$

10 $[(-2)^{-3}]^{-5}$

11 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^2$

12 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{-2}$

(Solu: $\frac{2a^{13}}{27b^2}$) **13** $\frac{(6\,a^{-3}b^2)^{-3}}{(2\,ab)^{-4}}$

[Solu: $\left(\frac{2y^3}{x^4}\right)^8$]

14 $\left[\frac{(10\,x^{-3}yz)^{-4}}{(5\,xy^{-2}z)^{-4}}\right]^{-2}$

15 [Solu: $\left(\frac{2}{3}\right)^{15}$] $\frac{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}\right]^{-3}}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-8}\right]^{-2}}$

16 [Solu: $\left(\frac{1}{5}\right)^{12}$] $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}:\left(\frac{1}{5}\right)^{-9}}{\left(\frac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-10}:\left(\frac{1}{5}\right)}$

1 Aplica las propiedades de las potencias y calcula:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{9}{16}\right)$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{32}{243}\right)$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^3 =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{x^3}{y^3}\right)$

d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{5}{4}\right)$

e) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{-64}{27}\right)$

f) $\left(\frac{9}{26}\right)^2 =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{81}{676}\right)$

g) $\left(-\frac{1}{x}\right)^{-3} =$ $\left(\text{Soluc: } -x^3\right)$

h) $\left(3-\frac{4}{3}\right)^2 =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{25}{9}\right)$

2 Efectúa:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{3}{2}\right)$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$ $\left(\text{Soluc: } -9\right)$

c) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{7}\right)^{-4} =$ $\left(\text{Soluc: } \frac{2}{7}\right)$

d) $\frac{(-x^2y)^5 \cdot (-y^4)^{-3}}{(-y)^2 \cdot (-x)^3 \cdot (-y)^6} =$ $\left(\text{Soluc: } -\frac{x^7}{y^4}\right)$

e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{0}=$

(Soluc: 14)

f) $\dfrac{\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{3}-\frac{3^{-2}}{2}\cdot\frac{3}{2^{-2}}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}-\left(\frac{3}{2}\right)^{0}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{0}}=$

(Soluc: $-\frac{13}{2}$)

g) $\dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot(-2)^{-2}-3^{-3}\cdot(-2)^{3}}{\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}-5^{0}\cdot\left(1+2\cdot 3^{-1}\right)}=$

(Soluc: $-\frac{70}{171}$)

h) $\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot(-3)^{-3}-3^{-2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{3}{2^{-1}}-5\right)^{-2}-3^{0}\cdot 2^{-3}\cdot 3^{-1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)-1}=$

(Soluc: 24)

③ Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$ (Soluc: $\frac{9}{25}$)

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$ (Soluc: $\frac{8}{27}$)

c) $\left(-\frac{2}{x}\right)^3 =$ (Soluc: $-\frac{8}{x^3}$)

d) $-\left(\frac{1}{5}\right)^2 =$ (Soluc: $\frac{-1}{25}$)

e) $\left(-\frac{6}{7}\right)^{-2} =$ (Soluc: $\frac{49}{36}$)

f) $\left(-\frac{9}{6}\right)^{-5} =$ (Soluc: $-\frac{32}{243}$)

④ Aplica las propiedades de las potencias para operar y expresar los resultados en forma de potencia de exponente positivo:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot (5)^2 \cdot (5)^{-3} : \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$ (Soluc: 5^3)

b) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot (-5)\right]^3 =$ (Soluc: $\left(\frac{4}{15}\right)^3$)

c) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$ (Soluc: $-\frac{3}{2}$)

d) $\frac{a^{-1} \cdot b^{-17} \cdot c^6 \cdot d^{-12}}{a^{-3} \cdot b^6 \cdot c^{-6} \cdot d^{-12}} =$ (Soluc: $\frac{a^2 \cdot c^{12}}{b^{23}}$)

e) $\frac{\frac{x^2 \cdot (-y)}{z^{-1}} \cdot \frac{(-x \cdot y^2)^{-2}}{z \cdot x^{-3}}}{x \cdot y \cdot z^{-2}} =$ (Soluc: $-\left(\frac{xz}{y^2}\right)^2$)

⑤ Aplica las propiedades de las potencias y calcula:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2} =$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

(Soluc: 9)

c) $\left(-\frac{7}{4}\right)^{2} =$

d) $\left(1-\frac{1}{4}\right)^{-3} =$

$\left(\text{Soluc: } \frac{64}{27}\right)$

⑥ Efectúa:

a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)\right]^{2} =$

$\left(\text{Soluc: } \left(\frac{1}{15}\right)^{2}\right)$

b) $\left[\frac{x \cdot y^{2} \cdot z^{-1} \cdot (-xy^{3})^{-2}}{-xy^{2}} \cdot \frac{xy^{-1} \cdot z^{3} \cdot (-x)^{-2} \cdot x^{2}}{-x^{2} \cdot y^{-1} \cdot x \cdot z \cdot x^{-3}}\right]^{-1} =$

$\left(\text{Soluc: } \frac{xy^{6}}{z}\right)$

POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ veces}}$$

- Para $a > 0$ el resultado siempre es positivo.
- Si $a < 0$ y n es par, $(-a)^n = a^n$, el resultado es positivo.
- Si $a < 0$ y n es impar, $(-a)^n = -a^n$, el resultado es negativo.

15 Desarrolla como producto y calcula:

a) $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) =$

b) $(-10)^2 =$

c) $2^5 =$

d) $-7^2 =$

e) $(-1)^4 =$

f) $(-1)^5 =$

g) $(-10)^3 =$

h) $(10)^3 =$

16 Indica cuál será el signo del resultado en cada caso:

Potencia	$(-2)^4$	$(+4)^3$	$(-5)^2$	$(-6)^7$	$(-2)^5$	$(+3)^4$
Exponente						
Base						
Resultado						

17 Completa la tabla:

$(-5)^3$	$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$	-125
$(-1)^{10}$		
-2^4		
$(-3)^5$		
3^5		
2^4		
$(-2)^4$		
$(-4)^3$		
$(-7)^2$		
-8^2		

OPERACIONES CON POTENCIAS

Potencias de la misma base

- **Producto:** se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

- **Cociente:** se deja la misma base y se restan los exponentes.

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

- **Potencia de una potencia:** se eleva la base al producto de los exponentes.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

18 Expresa en forma de una única potencia:

a) $(-2)^8 : (-2)^3 =$

b) $1^1 \cdot 1^3 \cdot 1 =$

c) $(-3)^2 \cdot (-3)^0 =$

d) $(-9)^2 : (-9) =$

e) $6^4 : 6^4 =$

f) $10^3 \cdot 10^2 =$

g) $4^3 : 4^2 =$

h) $(-7)^4 \cdot (-7)^3 =$

19 Expresa en forma de una única potencia:

a) $(-5^2)^2 =$

b) $(7^2)^3 =$

c) $(-2^3)^5 =$

d) $(4^2)^0 =$

e) $(5^2)^5 =$

f) $(-4^4)^2 =$

g) $(-1^4)^3 =$

h) $(-9^3)^2 =$

20 Resuelve:

a) $(4^3 : 4^2)^2 =$

b) $(5^2 \cdot 5)^3 =$

c) $3^4 \cdot 3 \cdot 3^2 =$

d) $(5^3 \cdot 5)^0 =$

e) $2^3 + 2^3 =$

f) $(2 + 2)^3 =$

g) $(7^5 : 7^1)^2 =$

h) $8^5 : 8^3 \cdot 8^1 =$

21 Calcula:

a) $(-3)^2 + 5 \cdot [5 - 2 \cdot (6 : 3)^2 + 3 \cdot 2^2] = 9 + 5 \cdot [5 - 8 + 12] =$

b) $(8 : 4)^3 - 2^3 + (6 - 2^2) + 4^2 =$

c) $(5 \cdot 2)^2 - 5^3 + 2 \cdot [3 + (5 - 8)^2] =$

FICHA 1: Concepto de raíz n-ésima

RECORDAR:

- Definición de raíz n-ésima: $\sqrt[n]{a}=x \Leftrightarrow x^n=a$
- Caso particular de simplificación: $\sqrt[\cancel{n}]{x^{\cancel{n}}}=x$

(Añadir estas fórmulas al formulario, junto con la ***lista de los 20 primeros cuadrados perfectos*** *que indicará el profesor)*

1. Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no usar calculadora)**:

a) $\sqrt{9}=$

b) $\sqrt{25}=$

c) $\sqrt{49}=$

d) $\sqrt{100}=$

e) $\sqrt{1}=$

f) $\sqrt{0}=$

g) $\sqrt{\frac{1}{4}}=$

h) $\sqrt{\frac{1}{9}}=$

i) $\sqrt{\frac{4}{25}}=$

j) $\sqrt{\frac{16}{100}}=$

k) $\sqrt{-4}=$

l) $\sqrt{64}=$

m) $\sqrt{2^{14}}=$

n) $\sqrt{5^{10}}=$

o) $\sqrt{3^6}=$

p) $\sqrt{7^4}=$

q) $\sqrt{\frac{36}{25}}=$

r) $\sqrt{121}=$

s) $\sqrt{169}=$

t) $\sqrt{400}=$

u) $\sqrt{144}=$

v) $\sqrt{196}=$

w) $\sqrt{2500}=$

2. Calcular, o bien aplicando mentalmente la definición de raíz, o bien pasando previamente a fracción generatriz **(sin calculadora)**:

a) $\sqrt{0{,}25}=$

b) $\sqrt{0{,}49}=$

c) $\sqrt{0{,}09}=$

d) $\sqrt{0{,}0025}=$

e) $\sqrt{0{,}64}=$

f) $\sqrt{0{,}04}=$

g) $\sqrt{0{,}\widehat{1}}=$

h) $\sqrt{2{,}25}=$

i) $\sqrt{2{,}\overset{\frown}{7}}=$

j) $\sqrt{0{,}16}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

3. Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no vale calculadora)**:

a) $\sqrt[3]{8}=$

b) $\sqrt[3]{27}=$

c) $\sqrt[3]{64}=$

d) $\sqrt[3]{1000}=$

e) $\sqrt[3]{-1}=$

f) $\sqrt[3]{-125}=$

g) $\sqrt[3]{-27}=$

h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$

i) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=$

j) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=$

k) $\sqrt[3]{-1000}=$

l) $\sqrt[3]{-\frac{125}{8}}=$

m) $\sqrt[3]{-8}=$

n) $\sqrt[3]{2^{15}}=$

o) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=$

p) $\sqrt[3]{a^{9}}=$

q) $\sqrt[3]{-64}=$

r) $\sqrt[3]{125}=$

CONSECUENCIA:

Potencia de exponente fraccionario: $\sqrt[n]{x^m}=x^{m/n}$

4. Calcular, o bien aplicando mentalmente la definición de raíz, o bien pasando previamente a fracción generatriz **(sin calculadora)**:

a) $\sqrt[3]{0{,}001}=$

b) $\sqrt[3]{0{,}008}=$

c) $\sqrt[3]{-0{,}027}=$

d) $\sqrt[3]{0{,}125}=$

e) $\sqrt[3]{0{,}216}=$

f) $\sqrt[3]{-0{,}064}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

5. Calcular, **factorizando** previamente el radicando cuando sea necesario **(no vale calculadora)**:

a) $\sqrt{36}=$

b) $\sqrt[3]{729}=$

c) $\sqrt{729}=$

d) $\sqrt[4]{16}=$

e) $\sqrt[5]{-243}=$

f) $\sqrt{-8}=$

g) $\sqrt[3]{-8}=$

h) $\sqrt[6]{1}=$

i) $\sqrt[5]{-32}=$

j) $\sqrt[4]{81}=$

k) $\sqrt{5^2}=$

l) $\sqrt{\frac{25}{81}}=$

m) $\sqrt[6]{2^6}=$

n) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}=$

o) $\sqrt[5]{3^{15}}=$

p) $\sqrt[3]{0,064}=$

q) $\sqrt[4]{0,0001}=$

r) $\sqrt[6]{1\,000\,000}=$

s) $\sqrt[4]{1296}=$

t) $\sqrt{1296}=$

u) $\sqrt{14161}=$ $(Sol: 119)$

v) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=$

w) $\sqrt{0,\widehat{4}}=$ $(Sol:\ \pm 0,\widehat{6})$

x) $\sqrt[4]{-0,4}=$

y) $\sqrt{1764}=$

z) $\sqrt[3]{3^9}=$

α) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=$

β) $\sqrt{484}=$

γ) $\sqrt{1,\widehat{7}}=$ $(Sol:\ \pm 1,\widehat{3})$

δ) $\sqrt{5,\widehat{4}}=$ $(Sol:\ \pm 2,\widehat{3})$

ε) $\sqrt{900}=$ $(Sol:\ \pm 30)$

ζ) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}=$ $(Sol:\ \pm 1/2)$

η) $\sqrt[5]{5^{20}}=$ $(Sol: 119)$

θ) $\sqrt[3]{-1}=$ $(Sol: 119)$

ι) $\sqrt{31,36}=$ $(Sol:\ \pm 5,6)$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

6. **Utilizar la calculadora** para hallar, con cuatro cifras decimales bien aproximadas (véase el ejemplo):

a) $\sqrt[4]{8}\cong\pm1{,}6818$

b) $\sqrt[5]{9}$

c) $\sqrt[6]{25}$

d) $\sqrt[3]{10}$

e) $\sqrt[5]{-15}$

f) $\sqrt[6]{-40}$

g) $\sqrt[4]{2^3}$

h) $\sqrt[5]{3^2}$

i) $\sqrt[6]{5^2}$

j) $\sqrt[8]{256}$

k) $\sqrt[3]{64}$

l) $\sqrt{1315}$

7. **Acotar** los siguientes radicales entre dos enteros consecutivos, razonando el porqué (Véanse los dos primeros ejemplos; no vale usar calculadora, salvo para comprobar los resultados):

a) $1<\sqrt{3}<2$ pq $1^2=1$ y $2^2=4$

b) $\sqrt{13}\cong 3,\ldots$ pq $3^2=9$ y $4^2=16$

c) $<\sqrt{17}<$

d) $\sqrt{40}\cong$

e) $<\sqrt[3]{6}<$

f) $\sqrt[3]{100}\cong$

g) $<\sqrt{93}<$

h) $\sqrt[4]{57}\cong$

i) $<\sqrt[3]{-10}<$

FICHA 2: Radicales equivalentes. Simplificación de radicales

RECORDAR:

- Simplificación de radicales: $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n/p]{x^{m/p}}$
- Amplificación de radicales: $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n\cdot p]{x^{m\cdot p}}$
- Casos particulares de simplificación: $\sqrt[\cancel{n}]{x^{\cancel{n}}} = x$ $\qquad$ $\cancel{\left(\sqrt[n]{x}\right)^{n}} = x$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

1. Simplificar los siguientes radicales (y comprobar el resultado con la calculadora, cuando proceda); véase el primer ejemplo:

a) $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4/2]{3^{2/2}} = \boxed{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt[8]{5^4}$

c) $\sqrt[9]{27}$

d) $\sqrt[5]{1024}$

e) $\sqrt[6]{8}$

f) $\sqrt[9]{64}$

g) $\sqrt[8]{81}$

h) $\sqrt[12]{x^9}$

i) $\sqrt[12]{x^8}$

j) $\sqrt[5]{x^{10}}$

k) $\sqrt[8]{2^2 3^4}$

l) $\sqrt[9]{a^3b^6}$

m) $\sqrt[10]{a^4b^6}$

n) $\sqrt[6]{2^3\,3^9} =$

o) $\sqrt[6]{5^3}$

p) $\sqrt[15]{2^{12}}$

q) $\sqrt[10]{a^8}$

r) $\sqrt[12]{a^4b^8}$

s) $\sqrt[15]{243}$

t) $\sqrt[4]{81}$

u) $\sqrt[12]{64}$

v) $\sqrt[6]{2^{12}}$

w) $\sqrt[6]{512}$

x) $\sqrt[8]{16a^4b^8}$

y) $\sqrt{1444}$ $\qquad$ (*Sol : 38*)

z) $\sqrt{1600}$ $\qquad$ (*Sol : 40*)

α) $\sqrt[12]{256}$

β) $\sqrt{748}$ $\qquad$ (*Sol : 28*)

2. Estudiar si los siguientes radicales son equivalentes; comprobar después con la calculadora:

a) $\sqrt{2}\,,\ \sqrt[6]{8}\,,\ \sqrt[10]{32}$

b) $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{243}$

c) $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{9}$, $\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[8]{729}$

3. Indicar tres radicales equivalentes a $\sqrt{5}$ por amplificación, y comprobar con la calculadora.

4. Simplificar los siguientes radicales e indicar los que son equivalentes y los que son irreducibles:

$\sqrt[3]{5^2} =$

$\sqrt[9]{125} =$

$\sqrt[6]{625} =$

$\sqrt[3]{5} =$

(Sol: El 1º y el 4º son irreducibles; el 1º es equivalente al 3º, así como el 2º y 4º)

FICHA 3: Producto y cociente de radicales

RECORDAR:

- Propiedades de las raíces: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

  $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$

  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$

- Introducir/extraer factores: $x\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{x^n\cdot a}$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

1. **Multiplicar los siguientes radicales del mismo índice**, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\,\sqrt{32}=\sqrt{64}=\boxed{8}$

b) $\sqrt{2}\,\sqrt{15}=$

c) $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}=$

d) $\sqrt{3}\,\sqrt{27}=$

e) $\sqrt{3}\,\sqrt{4}=$

f) $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{5}=$

g) $\sqrt{32}\,\sqrt{8}=$ $(Sol:16)$

h) $\sqrt{13}\,\sqrt{13}=$

i) $\sqrt[3]{9}\,\sqrt[3]{81}=$ $(Sol:9)$

j) $\sqrt{2}\,\sqrt{8}\,\sqrt{16}=$ $(Sol:16)$

k) $\sqrt{12}\,\sqrt{3}=$ $(Sol:6)$

l) $2\sqrt{18}\cdot 3\sqrt{2}=$ $(Sol:36)$

m) $\sqrt{2x^3}\,\sqrt{2x}=$ $(Sol:2x^2)$

n) $\sqrt{12}\,\sqrt{6}\,\sqrt{18}$ $(Sol:36)$

o) $\left(2\sqrt{2}\right)^2 =$ (Sol: 8)

p) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 =$ (Sol: 45)

2.

Multiplicar los siguientes radicales de distinto índice, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\ \sqrt[4]{64} = \sqrt{2}\ \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2}\ \sqrt{2^3} = \sqrt{2^4} = 2^2 = \boxed{4}$

b) $\sqrt[6]{9}\ \sqrt[3]{9} =$ $(Sol: 3)$

c) $\sqrt[4]{x^{10}}\ \sqrt[6]{x^9} =$ $(Sol: x^4)$

d) $\sqrt[6]{7^{10}}\ \sqrt[3]{49} =$ $\left(Sol: \sqrt[3]{7^7}\right)$

e) $\sqrt[4]{1024}\ \sqrt[6]{8} =$ $(Sol: 8)$

f) $\sqrt[4]{4a^2}\ \sqrt{8a} =$ $(Sol: 4a)$

g) $\sqrt{3}\ \sqrt[6]{27} =$ $(Sol: 3)$

h) $\sqrt[6]{2^9}\ \sqrt[4]{1024} =$ $(Sol: 16)$

i) $\sqrt[4]{25}\ \sqrt{25}\ \sqrt{5} =$ $(Sol: 25)$

3.

Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = \boxed{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$ $(Sol: 2)$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}} =$

d) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} =$

e) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$ $(Sol: 3)$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ $(Sol: 2)$

g) $\sqrt{\dfrac{256}{729}} =$

h) $\dfrac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}} =$ $(Sol: \sqrt{3}/2)$

i) $\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}} =$

j) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{512}} =$

k) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{625}} =$

l) $\dfrac{\sqrt{2}\ \sqrt{8}}{\sqrt{32}} =$ $(Sol: 1/\sqrt{2})$

m) $\frac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=$ $(Sol: 1)$

n) $\frac{\sqrt{8a^3}}{\sqrt{2a}}=$ $(Sol: 2a)$

o) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(1+\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{7}{16}}-\frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{2}{3}+1\right)^2 =$

$(Sol: 2a)$

4. Dividir los siguientes radicales de distinto índice, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt[6]{8}}=\frac{\sqrt{2^7}}{\sqrt[6]{2^3}}=\frac{\sqrt{2^7}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2^6}=2^3=\boxed{8}$

b) $\frac{\sqrt[4]{64}}{\sqrt[6]{8}}=$ $(Sol: 2)$

c) $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[6]{81}}=$ $(Sol: \sqrt[3]{3})$

d) $\frac{\sqrt{5^5}}{\sqrt[4]{5^6}}=$ $(Sol: 5)$

e) $\frac{\sqrt[4]{a^{14}}}{\sqrt[6]{a^9}}=$ $(Sol: a^2)$

f) $\frac{\sqrt{7^3}}{\sqrt[4]{49}}=$ $(Sol: 7)$

g) $\frac{\sqrt[6]{x^{15}}}{\sqrt[10]{x^{15}}}=$ $(Sol: x)$

h) $\frac{\sqrt{a^3b^5}}{\sqrt{ab^3}}=$ $(Sol: ab)$

i) $\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{9}\,\sqrt{3}}=$ $(Sol: 1)$

j) $\frac{\sqrt[4]{4}\,\sqrt{2}}{\sqrt[6]{8}}=$ $(Sol: \sqrt{2})$

k) $\frac{\sqrt[4]{x^2}\cdot\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[6]{x^9}}=$ $(Sol: 1)$

l) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}}=$ $(Sol: 5)$

m) $\sqrt{36}\,\sqrt[3]{125}-\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{16}}=$ $(Sol: 59/2)$

FICHA 4: Potencia de un radical; radical de un radical; introducir/extraer factores

1. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2=\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2=\sqrt[3]{2^4}=\boxed{\sqrt[3]{16}}$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^4=$ $(Sol: 4)$

c) $\left(\sqrt{3x^3y}\right)^3=$

d) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2\ \sqrt[3]{2}=$ $(Sol: 2)$

e) $\dfrac{\left(\sqrt{5}\right)^5}{\sqrt{5^3}}=$ $(Sol: 5)$

f) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6=$ $(Sol: a^4)$

g) $\left(\sqrt[6]{ab^2}\right)^2=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{ab^2}\right)$

h) $\sqrt[8]{9}\ \left(\sqrt[4]{3}\right)^3=$ $(Sol: 3)$

i) $\dfrac{\sqrt[3]{25}\ \sqrt[6]{5^4}}{\sqrt[3]{5}}=$ $(Sol: 25)$

2. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}=$

c) $\sqrt{\sqrt[3]{25}}=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{5}\right)$

d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}=$

e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}=$ $(Sol: 2)$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}=$ $(Sol: 3)$

g) $\sqrt{\sqrt{12}}=$

h) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8 =$ $\quad (Sol : 2)$

i) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5x^7}} =$ $\quad (Sol : x)$

j) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{15}}} =$ $\quad \left(Sol : \sqrt[4]{x^5}\right)$

k) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7 =$ $\quad \left(Sol : \sqrt{2x}\right)$

l) $\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\right)^6} =$ $\quad (Sol : x)$

m) $\left(\sqrt{\sqrt[6]{32}}\right)^3 =$ $\quad \left(Sol : \sqrt[4]{32}\right)$

n) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{a^5}} \cdot \sqrt[4]{a^5}}{\left(\sqrt{a}\right)^3}$ $\quad (Sol : a)$

3. Introducir factores y simplificar (véase el primer ejemplo):

a) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2\,2} = \sqrt{2^3} = \boxed{\sqrt{8}}$

b) $2\sqrt{3} =$

c) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}} =$ $\quad \left(Sol : \sqrt{6}\right)$

d) $3\sqrt{2} =$

e) $3\sqrt{\dfrac{2}{27}} =$ $\quad \left(Sol : \sqrt{2/3}\right)$

f) $3\sqrt[3]{3} =$

g) $6\sqrt{\dfrac{5}{12}} =$ $\quad \left(Sol : \sqrt{15}\right)$

h) $3\sqrt[4]{5} =$

i) $ab\sqrt{\dfrac{c}{ab^3}}=$ $\left(Sol:\sqrt{\dfrac{ac}{b}}\right)$

j) $3\sqrt{7}=$

k) $2a\sqrt{\dfrac{3c}{2a}}=$ $\left(Sol:\sqrt{6ac}\right)$

l) $\sqrt{x\sqrt{x}}=$ $\left(Sol:\sqrt[4]{x^3}\right)$

m) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}=$ $\left(Sol:\sqrt[3]{4}\right)$

n) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt[4]{2}=$ $\left(Sol:2\right)$

4. Extraer factores y simplificar cuando proceda (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2^2\,2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{18}=$ $\left(Sol:3\sqrt{2}\right)$

c) $\sqrt{98}=$ $\left(Sol:7\sqrt{2}\right)$

d) $\sqrt{32}=$ $\left(Sol:4\sqrt{2}\right)$

e) $\sqrt{60}=$ $\left(Sol:2\sqrt{15}\right)$

f) $\sqrt{72}=$ $\left(Sol:6\sqrt{2}\right)$

g) $\sqrt{12}=$ $\left(Sol:2\sqrt{3}\right)$

h) $\sqrt{128}=$ $\left(Sol:8\sqrt{2}\right)$

i) $\sqrt{48}=$ $\left(Sol:4\sqrt{3}\right)$

j) $\sqrt{108}=$ $\left(Sol:6\sqrt{3}\right)$

k) $\sqrt{162}=$ $\left(Sol:9\sqrt{2}\right)$

l) $\sqrt{75}=$ $\left(Sol:5\sqrt{3}\right)$

m) $\sqrt{200}=$ $\left(Sol:10\sqrt{2}\right)$

n) $\sqrt{27}=$ $\left(Sol:3\sqrt{3}\right)$

o) $\sqrt[3]{3^4 5^5}=$ $\left(Sol:15\sqrt[3]{75}\right)$

p) $\sqrt[4]{80}=$ $\left(Sol:2\sqrt[4]{5}\right)$

q) $\sqrt[3]{2592}=$ $\left(Sol:6\sqrt[3]{12}\right)$

r) $\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10}=$ $\left(Sol:4\sqrt{2}\right)$

s) $\sqrt[3]{500}=$ $\left(Sol:5\sqrt[3]{4}\right)$

t) $\sqrt[3]{32x^4}=$ $\left(Sol:2x\sqrt[3]{4x}\right)$

u) $\sqrt{686}=$ $\left(Sol:7\sqrt{14}\right)$

v) $\sqrt{1936}=$ $\left(Sol:44\right)$

w) $\sqrt[3]{81a^3b^5c}=$

$\left(Sol:3ab\sqrt[3]{3b^2c}\right)$

x) $\sqrt[5]{64}=$ $\left(Sol:2\sqrt[5]{2}\right)$

y) $\sqrt[3]{16x^6} =$ $\left(Sol: 2x^2\sqrt[3]{2}\right)$

z) $\sqrt{\dfrac{28x^5}{75y^3}} =$ $\left(Sol: \dfrac{2x^2}{5y}\sqrt{\dfrac{7x}{3y}}\right)$

α) $\dfrac{11\sqrt{132}}{132} =$ $\left(Sol: \sqrt{33}/6\right)$

β) $\dfrac{\sqrt{396}}{66} =$ $\left(Sol: \sqrt{11}/11\right)$

γ) $\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}} =$ $\left(Sol: \dfrac{a}{2}\sqrt{3}\right)$

δ) $\dfrac{\sqrt{11}\sqrt{132}}{132} =$ $\left(Sol: \sqrt{3}/6\right)$

ε) $\sqrt{25+\dfrac{25}{4}} =$ $\left(Sol: 5\sqrt{5}/2\right)$

ζ) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{50} =$ $\left(Sol: 30\sqrt{2}\right)$

η) $5\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4}{81}} =$ $\left(Sol: \dfrac{5}{3}\sqrt[3]{2}\right)$

θ) $\sqrt[3]{384}$ $\left(Sol: 4\sqrt[3]{6}\right)$

5. Sumar los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a radicales semejantes (véase el primer ejemplo):

a) $$\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32} \underset{\text{FACTORIZAMOS RADICANDOS}}{=} \sqrt{2}+\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2 2}-\sqrt{2^5} \underset{\text{EXTRAEMOS FACTORES}}{=} \sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2^2\sqrt{2} = \sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2} \underset{\text{SUMAMOS RADICALES SEMEJANTES}}{=} \boxed{2\sqrt{2}}$$

b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80} =$ (Sol: $6\sqrt{5}$)

c) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486} =$ (Sol: $6\sqrt{6}$)

d) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12} =$ (Sol: $-6\sqrt{3}$)

e) $2\sqrt{8}+5\sqrt{72}-7\sqrt{18}-\sqrt{50}=$ *(Sol: $8\sqrt{2}$)*

f) $\sqrt{32}+2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-2\sqrt{12}=$ *(Sol: $3\sqrt{2}$ - $2\sqrt{3}$)*

g) $3\sqrt{24}-\frac{1}{3}\sqrt{54}+\sqrt{150}=$ *(Sol: $10\sqrt{6}$)*

h) $\sqrt[3]{54}-2\cdot\sqrt[3]{16}=$ *(Sol: $-\sqrt[3]{2}$)*

i) $5\sqrt{2}+4\sqrt{8}+3\sqrt{18}+2\sqrt{32}+\sqrt{50}=$ *(Sol: $35\sqrt{2}$)*

j) $2\sqrt{108}-\sqrt{75}-\sqrt{27}-\sqrt{12}-\sqrt{3}=$ *(Sol: $\sqrt{3}$)*

k) $\sqrt{128}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18}-3\sqrt{27}-\sqrt{2}=$ *(Sol: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$)*

FICHA 5: Clasificación de los números reales

1. Separar los siguientes números en racionales o irracionales, indicando, de la forma más conveniente en cada caso, el porqué (véase el primer ejemplo):

$\frac{1}{8} \in$ Q pq es un cociente de enteros

$\frac{\pi}{3}$

$\sqrt{5}$

2,666**...**

0

–3

$-\frac{25}{3}$

$\sqrt{13}$

0,1

$6,\overset{\frown}{4}$

534

1,414213**...**

1,414213

(Soluc: Q; I; I; Q; Q; Q; Q; I; Q; Q; Q; I; Q)

2. Indicar cuál es el menor conjunto numérico al que pertenecen los siguientes números (IN, Z, Q o I); en caso de ser Q o I, razonar el porqué:

$\frac{\pi}{2}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{4}$

0,0015

–10

$\frac{5}{6}$

$2,\overset{\frown}{3}$

2,020020002**...**

$\sqrt[4]{-16}$

3. Señalar cuáles de los siguientes números son racionales o irracionales, indicando el porqué:

3,629629629....

0,130129128...

5,216968888...

0,123456789...

7,129292929...

4,101001000...

(Soluc: Q; I; Q; I; Q; I)

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 44: 20; pág. 53: 72 y 74***

4. ¿V o F? Razonar la respuesta:

a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ *(Sol: F)*

b) $\sqrt{16+9}=\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$ *(Sol: F)*

c) $\sqrt{16\cdot 9}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}=4\cdot 3=12$ *(Sol: V)*

d) Todo número real es racional. *(Sol: F)*

e) Todo número natural es entero. *(Sol: V)*

f) Todo número entero es racional. *(Sol: V)*

g) Siempre que multiplicamos dos números racionales obtenemos otro racional. *(Sol: V)*

h) Siempre que multiplicamos dos números irracionales obtenemos otro irracional. *(Sol: F)*

5. Para cada uno de los siguientes números, indicar **razonadamente** si pertenecen a $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$:

$1{,}010010001...\in$

$1,010010001$

$1,0101010101...$

-101

$\frac{1}{11}$

$2,\widehat{3}\in$

$2,3$

$2,303303330...$

-23

$\sqrt{23}$

6. Completar la siguiente tabla (no vale repetir ejemplos):

Ejemplo:	**¿A qué conjunto pertenece?** **($\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$)**	**¿Por qué?**
$2,\widehat{6}$		
	$\in\mathbb{I}$	
		Porque es una fracción de enteros
$\sqrt{2}$		
	$\in\mathbb{Q}$	

FICHA 1: Monomios

1. Sumar monomios semejantes:

a) $3x^2 + 4x^2 - 5x^2 =$

b) $6x^3 - 2x^3 + 3x^3 =$

c) $x^5 + 4x^5 - 7x^5 =$

d) $-2x^4 + 6x^4 + 3x^4 - 5x^4 =$

e) $7x + 9x - 8x + x =$

f) $2y^2 + 5y^2 - 3y^2 =$

g) $3x^2y - 6x^2y + 5x^2y =$

h) $4xy^2 - xy^2 - 7xy^2 =$

i) $2a^6 - 3a^6 - 2a^6 + a^6 =$

j) $ab^3 + 3ab^3 - 5ab^3 + 6ab^3 - 4ab^3 =$ *(Sol: ab^3)*

k) $7xy^2z - 2xy^2z + xy^2z - 6xy^2z =$ *(Sol: 0)*

l) $-x^3 + 5x - 2x + 3x^3 + x + 2x^3 =$

m) $x^4 + x^2 - 3x^2 + 2x^4 - 5x^4 + 8x^2 =$

n) $3a^2b - 5ab^2 + a^2b + ab^2 =$

o) $\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x^2 =$

p) $12x^5 - x^5 - 4x^5 - 2x^5 - 3x^5 =$

q) $\frac{7}{4}x^5 + \frac{1}{4}x^5 =$

r) $x^2y^2 - 5x^2y^2 - (3x^2y^2 - 4x^2y^2) - 8x^2y^2 =$ *(Sol: $-11x^2y^2$)*

s) $x^2 + \frac{x^2}{3} =$

t) $x^2 + x^2 =$

u) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 =$

v) $-(ab^3 + a^3b) - 3a^3b + 5ab^3 - (a^3b - 2ab^3) =$ *(Sol: $6ab^3-5a^3b$)*

w) $7x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^2 =$ *(Sol: $15x^2/2$)*

x) $-x + x^2 + x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 2x + 3x^3 =$

y) $2a^2b+5a^2b-\frac{2}{3}a^2b-a^2b+\frac{a^2b}{2}=$ *(Sol: $35a^2b/6$)*

z) $-x^3+\frac{5x^3}{4}-\frac{2x^3}{3}+3x^3+\frac{x^3}{2}=$ *(Sol: $37x^3/12$)*

α) $7x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x^3+2x^2+\frac{3}{2}x^3=$ *(Sol: $6x^3+3x^2/2$)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 70: 36, 37 y 39; pág. 59: 6*** *(sumas y restas de monomios)*

2. Efectuar los siguientes **productos y cocientes de monomios**:

a) $3x^2\cdot 4x^3=$

b) $2x^3\cdot 4x^3\cdot 3x^3=$

c) $x^3\cdot x^3=$

d) $-2x^4\cdot 3x^3=$

e) $7x\cdot(-8x^2)=$

f) $(-3y^2)\cdot(-2y^3)=$

g) $3x^2y\cdot 6xy^3=$

h) $\frac{3}{4}x^2\cdot\frac{5}{2}x^3=$

i) $4a^3b^2\cdot a^2b\cdot 7ab=$

j) $-\frac{1}{2}a^3\cdot\frac{5}{3}a^4=$

k) $2a^6\cdot 3a^6\cdot 2a^6=$

l) $\frac{2}{5}x^3\cdot\left(-\frac{3}{2}x\right)=$

m) $ab^3\cdot(-3a^2b)\cdot 5a^3b=$

n) $x^2\cdot\frac{1}{3}x^5=$

o) $-ab^2c^3\cdot(-3a^2bc)\cdot 3abc=$

p) $(6x^4):(2x^2)=$

q) $\frac{12a^6}{3a^3}=$

r) $15x^4:(-3x)=$

s) $\frac{-14x^7}{7x^2} =$

t) $-8x^4 : (-4x^3) =$

u) $\frac{5x^7y^3}{x^2y} =$

v) $(-18x^4) : (6x^3) =$

w) $\frac{-12a^5b^4c^6}{2a^3b^2c} =$

x) $2x^4 \cdot 6x^3 : (4x^2) =$ *(Sol: $3x^5$)*

y) $\frac{3a^5b \cdot \left(-12a^4b^2\right)}{4a^3b^2} =$ *(Sol: $-9a^6b$)*

z) $27x^4 : (-9x^3) \cdot (-2x^2) =$ *(Sol: $6x^3$)*

α) $(2x)^2 =$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 70: 40 y 41*** *(· y :) y* ***38; pág. 59: 5*** *(+, -, · y :)*

3. Efectuar las siguientes **operaciones combinadas** con monomios:

a) $15x^5 - 3x^3 \cdot 4x^2 =$ *(Sol: $3x^5$)*

b) $2x^3 + 4x^3 \cdot 5x - 2x \cdot (-x^2) =$ *(Sol: $20x^4+4x^3$)*

c) $3a \cdot ab - 2a^2 \cdot (-4b) - 8 \cdot (2a^2b) =$ *(Sol: $-5a^2b$)*

d) $3x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot (-3x) - (4x^3 + x^2 - 2x \cdot x^2) =$
(Sol: $4x^3+6x^2$)

e) $-3xy^2 - (-4x \cdot 7y^2) + \left[8x^2y^3 : (2xy)\right] =$ *(Sol: $29xy^2$)*

f) $(-y^2) \cdot (-2y^2) - 5y \cdot (-2y^3) + 3y^3 \cdot (-4y) =$ *(Sol: 0)*

g) $(3x^3 \cdot 6x - 2x^2 \cdot x^2) : (4x^2 \cdot 3x^2 - 8x \cdot x^3) =$ *(Sol: 4)*

h) $3x^5 - \frac{4}{3}x^2 \cdot \frac{3}{2}x^3 =$ *(Sol: x^5)*

i) $4a^2b \cdot (-ab^2) \cdot 5ab - 8a^4b^4 =$ *(Sol:$-28a^4b^4$)*

j) $a^5 + \frac{5}{6}a^3 \cdot \frac{3}{5}a^2 =$ *(Sol: $3a^5/2$)*

k) $5x^6 - 2x^6 \cdot 3x^6 : (-2x^6) =$ *(Sol: $8x^6$)*

l) $\left(-\frac{7}{3}x^3\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right) + \frac{2}{3}x^4 =$ *(Sol: $2x^4$)*

m) $2ab \cdot (-a^3b) + \left[ab^2 \cdot (-3a^2b)\right] - 5a^3b \cdot ab + ab \cdot a^2b^2 =$ *(Sol: $-7a^4b^2-2a^3b^3$)*

n) $2x^2 \cdot \frac{1}{3}x^3 + \frac{21x^7}{3x^2} =$ *(Sol: $23x^5/3$)*

o) $-x^2y - \left(-3x^2 \cdot 7y\right) + \frac{16x^2y^3z}{4y^2z} =$ *(Sol: $24x^2yz$)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 70: 42; pág. 59: 7*** *(operaciones combinadas con monomios)*

FICHA 2: Valor numérico de un polinomio. Sumas y restas de polinomios.

1. Hallar el **valor numérico** de cada polinomio para el valor indicado de la indeterminada:

a) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = 2$ *(Sol: 7)*

b) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = -2$ *(Sol: 3)*

c) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = 3$ *(Sol: 17)*

d) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = -2$ *(Sol: 12)*

e) $P(x) = -x^2 - 3x + 4$, para $x = 4$ *(Sol: –24)*

f) $P(x) = -x^2 + 3x + 4$, para $x = -1$ *(Sol: 0)*

g) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, para $x = 0$ *(Sol: 1)*

h) $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$, para $x = -3$ *(Sol: –63)*

i) $P(x) = x^4 - 4x^2 - 1$, para $x = 2$ *(Sol: –1)*

j) $P(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 2$, para $x = -4$ *(Sol: 22)*

k) $P(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{4} + 10$, para $x = -2$ *(Sol: –1/6)*

l) $P(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$, para $x = 5$ *(Sol: 619/6)*

m) $P(x) = x^3 + \frac{x^2}{9} - \frac{x}{3} + 27$, para $x = -3$ *(Sol: 2)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 71: 47**; pág. 61: 13 (valor numérico de un P(x))*

2. a) Dado $P(x) = x^2 + 2x + k$, hallar el valor de **k** para que $P(2)=6$ *(Sol: K=–2)*

b) Dado $P(x) = x^2 – kx + 2$, hallar el valor de **k** para que $P(– 2)=8$ *(Sol: K=1)*

c) Dado $P(x) = kx^3 – x^2 + 5$, hallar el valor de **k** para que $P(– 1)=1$ *(Sol: K=3)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 71: 50** (Hallar k para un valor numérico dado); pág. 70: 45 (V o F)*

3. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 2x^3 – 3x^2 + 4x – 2$
$Q(x) = x^4 – x^3 + 3x^2 + 4$
$R(x) = 3x^2 – 5x + 5$
$S(x) = 3x – 2$

Hallar:

a) $P(x) + Q(x) =$ *(Sol: x^4+x^3+4x+2)*

b) $P(x) + R(x) =$ *(Sol: $2x^3–x+3$)*

c) $P(x) + S(x) =$ *(Sol: $2x^3–3x^2+7x–4$)*

d) $S(x) + P(x) =$ *(Sol: ídem)*

e) $P(x) + P(x) =$ *(Sol: $4x^3–6x^2+8x–4$)*

¿De qué otra forma se podría haber calculado?

f) $Q(x) – S(x) =$ *(Sol: $x^4–x^3+3x^2–3x+6$)*

g) $Q(x) + R(x) =$ *(Sol: $x^4–x^3+6x^2–5x+9$)*

h) $P(x) – R(x) =$ *(Sol: $2x^3–6x^2+9x–7$)*

i) $Q(x) + S(x) =$ *(Sol: $x^4–x^3+3x^2+3x+2$)*

j) $P(x) – S(x) =$ *(Sol: $2x^3–3x^2+x$)*

k) S(x) – P(x) = *(Sol: $-2x^3+3x^2-x$)*

l) P(x) – P(x) = *(Sol: 0)*

m) R(x) – S(x) = *(Sol: $3x^2-8x+7$)*

n) P(x) – Q(x) + R(x) = *(Sol: $-x^4+3x^3-3x^2-x-1$)*

o) $Q(x)-\left[R(x)+S(x)\right]=$ *(Sol: x^4-x^3+2x+1)*

p) $S(x)-\left[R(x)-Q(x)\right]$ *(Sol: x^4-x^3+8x-3)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 71: 51, 52 y 53****; pág. 62: 16*

FICHA 3: Productos de polinomios. Operaciones combinadas.

1. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $(-2x^3)\cdot\left(\frac{4}{5}x^2\right)\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)=$ $\left(\textit{Soluc}:-\frac{4}{5}x^6\right)$

b) $\left(-\frac{5}{7}x^7\right)\cdot\left(\frac{3}{5}x^2\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}x\right)=$ $\left(\textit{Soluc}:\frac{4}{7}x^{10}\right)$

c) $5x^3\cdot 3x^2y\cdot(-4xz^3)=$ $\left(\textit{Soluc}:-60x^6yz^3\right)$

d) $-3ab^2\cdot 2ab\cdot\left(-\frac{2}{3}a^2b\right)=$ $\left(\textit{Soluc}:4a^4b^4\right)$

e) $2x^2\cdot(3x^4-2x^3+2x^2+5)=$ $\left(\textit{Soluc}:6x^6-4x^5+4x^4+10x^2\right)$

f) $(-2x^5+3x^3-2x^2-7x+1)\cdot(-3x^3)=$ $\left(\textit{Soluc}:6x^8-9x^6+6x^5+21x^4-3x^3\right)$

g) $4a^3\cdot(-a^3+3a^2-a+1)=$ $\left(\textit{Soluc}:-4a^6+12a^5-4a^4+4a^3\right)$

h) $(-y^4+2y^3-3y^2+2)\cdot(-2y^2)=$ $\left(\textit{Soluc}:2y^6-4y^5+6y^4-4y^2\right)$

i) $12x^2\cdot\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{5}x-\frac{5}{4}\right)=$

$\left(\textit{Soluc}:8x^5-18x^4+\frac{48}{5}x^3-15x^2\right)$

j) $\left(\frac{1}{2}ab^3-a^2+\frac{4}{3}a^2b+2ab\right)\cdot 6a^2b=$

$\left(\textit{Soluc}:3a^3b^4-6a^4b+8a^4b^2+12a^3b^2\right)$

2. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$
$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$
$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$
$S(x) = 3x - 2$

Hallar los siguientes **productos**:

a) $P(x)\cdot R(x) =$

(Sol: $6x^5-19x^4+37x^3-41x^2+30x-10$)

b) $P(x)\cdot S(x) =$

(Sol: $6x^4-13x^3+18x^2-14x+4$)

c) S(x) · P(x) = *(Sol: Ídem)*

d) P(x) · P(x) =

(Sol: $4x^6–12x^5+25x^4–32x^3+28x^2–16x+4$)

e) Q(x) · S(x) =

(Sol: $3x^5–5x^4+11x^3–6x^2+12x–8$)

f) $[Q(x)]^2=$

(Sol: $x^8–2x^7+7x^6–6x^5+9x^4–8x^3+24x^2+16$)

g) R(x) · S(x) =

(Sol: $9x^3–21x^2+25x–10$)

h) $[R(x)]^2=$

(Sol: $9x^4–30x^3+55x^2–50x+25$)

i) P(x) · Q(x) =

(Sol: $2x^7–5x^6+13x^5–15x^4+22x^3–18x^2+16x–8$)

j) Q(x) · R(x) =

(Sol: $3x^6–8x^5+19x^4–20x^3+27x^2–20x+20$)

k) $[S(x)]^2=$

(Sol: $9x^2–12x+4$)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 62: 15 y 17; pág. 72: 55** (productos de polinomios)*

3. Realizar las siguientes **operaciones combinadas** de polinomios:

a) $(x^3+2)\cdot\left[(4x^2+2)-(2x^2+x+1)\right]=$

(Sol: $2x^5-x^4+x^3+4x^2-2x+2$)

b) $(x^2-3)\cdot(x+1)-(x^2+5)\cdot(x-2)=$

(Sol: $3x^2-8x+7$)

c) $(4x+3)\cdot(2x-5)-(6x^2-10x-12)=$

(Sol: $2x^2-4x-3$)

d) $(x^3+2)\cdot(4x^2+2)-(2x^2+x+1)=$

(Sol: $4x^5+2x^3+6x^2-x+3$)

e) $(2x^2+x-2)(x^2-3x+2)-(5x^3-3x^2+4)=$

(Sol: $2x^4-10x^3+2x^2+8x-8$)

f) $(x^2-3x+2)\cdot\left[(5x^3-3x^2+4)-(2x^2+x-2)\right]=$

(Sol: $5x^5-20x^4+24x^3-x^2-20x+12$)

g) $2x^2+x-2-(x^2-3x+2)\cdot(5x^3-3x^2+4)=$

(Sol: $-5x^5+18x^4-19x^3+4x^2+13x-10$)

h) $(-2x^2+x-2)(-x^2+1)-(2x^5-x^4+x^2+2x-1)=$

(Sol: $-2x^5+3x^4-x^3-x^2-x-1$)

i) $-2x\cdot\left(-\frac{x^2}{4}\right)\cdot 2x^3-2x^2-\left(x^4+5x^2-1\right)\cdot\left(x^2-3\right)=$

4. Dados los polinomios del ejercicio 2, hallar las siguientes **operaciones combinadas**:

a) $[P(x)+Q(x)]\cdot R(x)=$

(Sol: $3x^6-2x^5+17x^3-14x^2+10x+10$)

b) $[Q(x)-R(x)]\cdot S(x)=$

(Sol: $3x^5-5x^4+2x^3+15x^2-13x+2$)

c) $[P(x)+Q(x)-S(x)]\cdot R(x)=$

(Sol: $3x^6-2x^5+8x^3+7x^2-15x+20$)

d) $[P(x)-Q(x)]\cdot[R(x)+S(x)]=$

(Sol: $-3x^6+11x^5-27x^4+33x^3-44x^2+24x-18$)

e) $P(x)+2Q(x)=$

(Sol: $2x^4+3x^2+4x+6$)

f) $P(x) - 3\,[Q(x) + R(x)] =$

(Sol: $-3x^4+5x^3-21x^2+19x-29$)

g) $P(x) - 2Q(x) + 3R(x) =$

(Sol: $-2x^4+4x^3-11x+5$)

h) $2\,P(x) \cdot Q(x) - R(x) =$

(Sol: $4x^7-10x^6+26x^5-30x^4+44x^3-39x^2+37x-21$)

i) $Q(x) \cdot [2R(x) - 3S(x)] =$

(Sol: $6x^6-25x^5+53x^4-73x^3+72x^2-76x+64$)

j) $-\,[Q(x) + 2R(x)] \cdot S(x) =$

(Sol: $-3x^5+5x^4-29x^3+48x^2-62x+28$)

k) $P(x) - 2x \cdot Q(x) =$

5. Realizar las siguientes **operaciones combinadas** de polinomios:

a) $2\left(x^3+3x-1\right)-\left(2x^3-x^2-1\right)\left(-x^2+3x+1\right)=$

(Sol: $2x^5-7x^4+3x^3+9x-1$)

b) $\left(2x^3-x^2+3x-1\right)\left(x^2-2x+2\right)-2x\left(x^3-x^2+3x-2\right)=$

(Sol: $2x^5-7x^4+11x^3-15x^2+12x-2$)

c) $\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x\right)-\left(\frac{5}{4}x+7\right)+\frac{7}{2}x^2-\frac{9}{4}x+3=$

(Sol: $4x^2-11x/4-4$)

d) $\left(\frac{5x^3}{3}-\frac{2x^2}{5}+x-7\right)\cdot\left(\frac{5}{2}x^2-3x\right)=$

(Sol: $25x^5/6-6x^4+37x^3/10-41x^2/2+21x$)

e) $\frac{2x^2}{5}\cdot\left(x^3-3x^2+x-1\right)-x^3\cdot\left(\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{3}\right)=$

(Sol: $-x^5/10+x^4/5-4x^3/15-2x^2/5$)

f) $\frac{5x}{6}\left(x^5-x^2+3x-1\right)-x^5\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{5}{2}x+\frac{4}{3}\right)=$

(Sol: $-x^7/3+10x^6/3-4x^5/3-5x^3/6+5x^2/2-5x/6$)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 72: 56 y 57** (sumas, restas y productos combinados)*

FICHA 4: Cocientes de polinomios. Regla de Ruffini. Extraer factor común.

1. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, simplificar, y comprobar el resultado:

a) $\dfrac{4x^3}{2x^2} =$

b) $8x^4 : \left(-2x^2\right) =$

c) $\dfrac{7x^5}{2x^3} =$

d) $-8x^3 : \left(2x^2\right) =$

e) $\dfrac{-3x^7}{-9x^4} =$

f) $\dfrac{-3x^4 + 6x^3 - 12x^2}{3x^2} =$

g) $\left(8x^8 - 6x^4 - 4x^3\right) : \left(-4x^3\right) =$

h) $\dfrac{-12x^9 + 2x^5 - x^4}{4x^4} =$

i) $(-18x^3yz^3) : (6xyz^3) =$

j) $\left[-3a \cdot (a^3b) + 5a^4b\right] : (-ab) =$ *(Sol: $-2a^3$)*

k) $\dfrac{-3xy^2 \cdot (-2x^3y)}{4x^2y} =$ *(Sol: $3x^2y^2/2$)*

2. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes **divisiones de polinomios**, y comprobar mediante la regla D=d·C+R:

a) $x^4 - x^3 + 7x^2 + x + 15 \;\big|\underline{\; x^2 + 2 \;}$ *(Soluc: $C(x)=x^2-x+5$; $R(x)=3x+5$)*

b) $2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \;\big|\underline{\; 2x^2 - 3 \;}$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x+1$; División exacta)*

c) $6x^4 - 10x^3 + x^2 + 11x - 6 \;\big|\underline{\; -2x^2 - 4x + 3 \;}$ *(Soluc: $C(x)= -3x^2+11x-27$; $R(x)= -130x+75$)*

d) $x^3 + 2x^2 + x - 1 \;\big|\underline{\; x^2 - 1 \;}$ *(Soluc: $C(x)=x+2$; $R(x)=2x+1$)*

e) $8x^5 - 16x^4 + 20x^3 - 11x^2 + 3x + 2 \;\big|\underline{\; 2x^2 - 3x + 2 \;}$ *(Soluc: $C(x)=4x^3-2x^2+3x+1$; División exacta)*

f) $x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \;\big|\underline{\; x^3 + 2 \;}$ *(Soluc: $C(x)=x+3$; $R(x)=-4x-1$)*

g) $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6 \;\big|\underline{\; x^4 + 1 \;}$ *(Soluc: $C(x)=x-2$; $R(x)=3x^2-x-4$)*

h) $x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \;\big|\underline{\; -x^3 + 2 \;}$ *(Soluc: $C(x)= -x-3$; $R(x)=11$)*

i) $x^2 \;\big|\underline{\; x^2 + 1 \;}$ *(Soluc: $C(x)=1$; $R(x)=-1$)*

j) $3x^6+2x^4-3x^2+5\ \big|\underline{\ x^3-2x+4\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+8x-12$; $R(x)=13x^2-56x+53$)*

k) $x^3-4x^2+5x-8\ \big|\underline{\ x-2\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*

l) $2x^5+3x^2-6\ \big|\underline{\ x+3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R(x)=-465$)*

m) $x^4-7x^3+8x^2-2\ \big|\underline{\ x-1\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*

n) $x^2+1\ \big|\underline{\ x^2-4x+13\ }$ *(Soluc: $C(x)=1$; $R(x)=4x-12$)*

o) $3x^5-x^4+8x^2-5x-2\ \big|\underline{\ x^2-x+1\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2-x+5$; $R(x)=x-7$)*

p) $8x^5-16x^4+20x^3-11x^2+3x+2\ \big|\underline{\ -2x^2-3x+2\ }$ *(Soluc: $C(x)= -4x^3+14x^2-35x+72$; $R(x)=289x-142$)*

q) $5x^4-2x^3+x-7\ \big|\underline{\ x^2-1\ }$ *(Soluc: $C(x)=5x^2-2x+5$; $R(x)=-x-2$)*

r) $4x^5-3x^3+5x^2-7\ \big|\underline{\ -2x^2-3x+5\ }$ *(Soluc: $C(x)= -2x^3+3x^2-8x+17$; $R(x)=91x-92$)*

s) $9x^3+3x^2-7x+2\ \big|\underline{\ 3x^2+5\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x+1$; $R(x)=-22x-3$)*

t) $4x^4-3x^2+5x-7\ \big|\underline{\ 2x^2+x-3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2-x+2$; $R(x)=-1$)*

u) $4x^5+3x^3-2x^2+5\ \big|\underline{\ 2x^2-x+3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+x^2-x-3$; $R(x)=14$)*

v) $6x^4+5x^2-3x+8\ \big|\underline{\ 3x^3-2x-3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x$; $R(x)=9x^2+3x+8$)*

w) $4x^4+2x^3-3x^2+5x-1\ \big|\underline{\ 2x^2-3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x+3/2$; $R(x)=8x+7/2$)*

x) $x^8\ \big|\underline{\ x^2+1\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^6-x^4+x^2-1$; $R(x)=1$)*

y) $4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+1\ \big|\underline{\ 4x^3-4x^2+2x\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^2-x-1$; $R(x)=2x+1$)*

z) $6x^6-2x^5-11x^4+3x^3+18x^2-5x-5\ \big|\underline{\ 2x^4-3x^2+5\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x^2-x-1$; División exacta)*

α) $6x^4-13x^3+22x^2-14x+8\ \big|\underline{\ 3x^2-2x+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2-3x+4$; División exacta)*

β) $x^4-2x^3+x^2-x+3\ \big|\underline{\ x^2+x+1\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^2-3x+3$; $R(x)=-x$)*

γ) $4x^5-3x^3+5x^2-7\ \big|\underline{\ 2x^2-3x+5\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+3x^2-2x-8$; $R(x)=-14x+33$)*

δ) $6x^4-10x^3+x^2+11x-6\ \big|\underline{\ 2x^2-4x+3\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x^2+x-2$; División exacta)*

3. Ídem con las siguientes divisiones en las que intervienen coeficientes fraccionarios:

a) $8x^4+3x^3+2x-2\ \big|\underline{\ 4x^2+x-3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/4+23/16$; $R(x)=21x/16+37/16$)*

b) $2x^5-x^3+3x-9\ \big|\underline{\ 2x^2-x+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x^2/2-5x/4-9/8$; $R(x)=35x/8-27/4$)*

c) $6x^3-3x^2+2x-5\ \big|\underline{\ 3x-2\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/3+8/9$; $R(x)=-29/9$)*

d) $4x^4-x^3+x+5\ \big|\underline{\ 2x^2-x+3\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/2-11/4$; $R(x)=-13x/4+53/4$)*

e) $6x^4+3x^3-5x^2+x-8\ \big|\underline{\ 3x^2-5x+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+13x/3+38/9$; $R(x)=121x/9-148/9$)*

f) $8x^4-3x^2+7x-5\ \big|\underline{\ 4x^2-3x+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+3x/2-5/8$; $R(x)=17x/8-15/4$)*

g) $6x^5+5x^4+31x^2+2\ \big|\underline{\ 2x^2+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+5x^2/2-3x+13$; $R(x)=6x-24$)*

h) $3x^5-6x^4-x^3+10x^2-8x+2\ \big|\underline{\ 3x^2-6x+1\ }$ *(Soluc: $C(x)=x^3-2x/3+2$; $R(x)=14x/3$)*

i) $6x^4-x^3+2x^2-x-1\ \big|\underline{\ 3x^2+2\ }$ *(Soluc: $C(x)=2x^2-x/3-2/3$; $R(x)=-x/3+1/3$)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 72: 58; pág. 63: 18 y 19*** *(división de polinomios)*

4. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 9x^5 - 21x^4 + 27x^3 + 4x + 37$

$Q(x) = 9x^2 - 3x + 12$

Hallar:

a) $Q(x) \cdot Q(x) =$ *(Sol: $81x^4 - 54x^3 + 225x^2 - 72x + 144$)*

b) $P(x) - 3x \cdot Q(x) =$ *(Sol: $9x^5 - 21x^4 + 9x^2 - 32x + 37$)*

c) $P(x) : Q(x)$ *(Soluc: $C(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; $R(x) = x + 1$)*

d) Extraer el máximo factor común en Q(x)

5. Inventar una división de polinomios cuyo cociente sea $C(x) = x^2 - 3x + 1$, el resto $R(x) = x - 1$ y el dividendo un polinomio de 4º grado.

☞ *Ejercicio libro ed. Santillana: pág. 63: 20*

6. Una cuestión de jerarquía: ¿Es lo mismo $(6x^4)$ **:** $(2x^2)$ y $6x^4$ **:** $2x^2$? Razonar la respuesta.

(Soluc: No es lo mismo)

☞ *Ejercicio libro ed. Santillana: pág. 70: 43 (¿V o F?)*

7. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**[1], y <u>comprobar</u> mediante la regla D=d·C+R:

a) $x^3-4x^2+5x-8 \;\underline{|\; x-2}$ *(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*

b) $x^4-7x^3+8x^2-2 \;\underline{|\; x-1}$ *(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*

c) $2x^4+3x^3-4x^2+x-18 \;\underline{|\; x-2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+7x^2+10x+21$; $R=24$)*

d) $2x^4+x^3-2x^2-1 \;\underline{|\; x+2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-3x^2+4x-8$; $R=15$)*

e) $2x^5+3x^2-6 \;\underline{|\; x+3}$ *(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R=-465$)*

f) $3x^4-10x^3-x^2-20x+5 \;\underline{|\; x-4}$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$; $R=37$)*

g) $2x^4-10x+8 \;\underline{|\; x+2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$; $R=60$)*

h) $10x^3-15 \;\underline{|\; x+5}$ *(Soluc: $C(x)=10x^2-50x+250$; $R=-1265$)*

i) $x^3+2x^2+3x+1 \;\underline{|\; x-1}$ *(Soluc: $C(x)=x^2+3x+6$; $R=7$)*

j) $x^4-2x^3+x^2+3x+1 \;\underline{|\; x-2}$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x+5$; $R=11$)*

k) $2x^4-7x^3+4x^2-5x+6 \;\underline{|\; x-3}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-x^2+x-2$; División exacta)*

l) $x^5+1 \;\underline{|\; x-1}$ *(Soluc: $C(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$; $R=2$)*

m) $x^4+x^3-x^2+x-1 \;\underline{|\; x+2}$ *(Soluc: $C(x)=x^3-x^2+x-1$; $R=1$)*

n) $x^3-7x^2/2-10x/3-70 \;\underline{|\; x-6}$ *(Soluc: $C(x)=x^2+5x/2+35/3$; División exacta)*

o) $x^4-2x^3/3+x^2/2+3x+1 \;\underline{|\; x+3}$ $\left(\text{Soluc}: C(x)=x^3-\frac{11}{3}x^2+\frac{23}{2}x-\frac{63}{2};\ R(x)=\frac{191}{2}\right)$

p) $2x^3+3x^2-1 \;\underline{|\; x-1/2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+4x+2$; División exacta)*

q) $3x^3+2x^2+2x-1 \;\underline{|\; x-1/3}$ *(Soluc: $C(x)=3x^2+3x+3$; División exacta)*

r) $ax^3-3a^2x^2+2a^3x+1 \;\underline{|\; x-a}$ *(Soluc: $C(x)=ax^2-2a^2x$; $R=1$)*

s) $2x^4-x^3/2+x-1/2 \;\underline{|\; x+2}$ $\left(\text{Soluc}: C(x)=2x^3-\frac{9}{2}x^2+9x-17;\ R(x)=\frac{63}{2}\right)$

t) $6x^4-12x^3-15x^2-5 \;\underline{|\; x-3}$ *(Soluc: $C(x)=6x^3+6x^2+3x+9$; $R=22$)*

8. Extraer el máximo factor común posible (y **comprobar mentalmente**, aplicando la propiedad distributiva):

a) $4x^2-6x+2x^3=$ *(Soluc: $2x(x^2+2x-3)$)*

b) $3x^3+6x^2-12x=$ *(Soluc: $3x(x^2+2x-4)$)*

c) $12x^4y^2+6x^2y^4-15x^3y=$ *(Soluc: $3x^2y(4x^2y+2y^3-5x)$)*

d) $-12x^3-8x^4+4x^2+4x^6=$ *(Soluc: $4x^2(x^4-2x^2-3x+1)$)*

e) $-3xy-2xy^2-10x^2yz=$ *(Soluc: $-xy(3+2y+10xz)$)*

---

[1] Paolo Ruffini (1765-1822), matemático italiano que ideó esta regla.

f) $-3x + 6x^2 + 12x^3 =$ (*Soluc: $3x(4x^2+2x-1)$*)

g) $2ab^2 - 4a^3b + 8a^4b^3 =$ (*Soluc: $2ab(b-2a^2+4a^3b^2)$*)

h) $2x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 2x^2 =$

i) $6x^3y^2 - 3x^2yz + 9xy^3z^2 =$ (*Soluc: $3xy(2x^2y-xz+3y^2z^2)$*)

j) $15x^2y^2 - 5x^2y + 25x^2y^3 =$

k) $4x^2(x - 3) - 2x(x - 3)^2 =$ (*Soluc: $2x(x-3)(x+3)$*)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 64: 21*** *y 22;* ***pág. 73: 68*** *(sacar factor común)*

FICHA 5: IDENTIDADES NOTABLES

$$\boxed{\begin{array}{l}(A+B)^2=A^2+2AB+B^2\\(A-B)^2=A^2-2AB+B^2\\(A+B)(A-B)=A^2-B^2\end{array}}$$

1. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar. Obsérvense los primeros ejemplos:

a) $(x+5)^2=x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2=\boxed{x^2+10x+25}$

b) $(x-6)^2=x^2-2\cdot x\cdot 6+6^2=\boxed{x^2-12x+36}$

c) $(x+2)(x-2)=x^2-2^2=\boxed{x^2-4}$

d) $(x+2)^2=$ *(Soluc: x^2+4x+4)*

e) $(x-3)^2=$ *(Soluc: x^2-6x+9)*

f) $(x+4)(x-4)=$ *(Soluc: x^2-16)*

g) $(x+3)^2=$ *(Soluc: x^2+6x+9)*

h) $(x-4)^2=$ *(Soluc: $x^2-8x+16$)*

i) $(x+5)(x-5)=$ *(Soluc: x^2-25)*

j) $(a+4)^2=$ *(Soluc: $a^2+8a+16$)*

k) $(a-2)^2=$ *(Soluc: a^2-4a+4)*

l) $(a+3)(a-3)=$ *(Soluc: a^2-9)*

m) $(2x+3)^2=$ *(Soluc: $4x^2+12x+9$)*

n) $(3x-2)^2=$ *(Soluc: $9x^2-12x+4$)*

o) $(2x+1)(2x-1)=$ *(Soluc: $4x^2-1$)*

p) $(3x+2)^2=$ *(Soluc: $9x^2+12x+4$)*

q) $(2x-5)^2=$ *(Soluc: $4x^2-20x+25$)*

r) $(3x+2)(3x-2)=$ *(Soluc: $9x^2-4$)*

s) $(4b+2)^2=$ *(Soluc: $16b^2+16b+4$)*

t) $(5b-3)^2=$ *(Soluc: $25b^2-30b+9$)*

u) $(b+1)(b-1)=$ *(Soluc: b^2-1)*

v) $(4a+5)^2 =$ *(Soluc: $16a^2 + 40a + 25$)*

w) $(5a-2)^2 =$ *(Soluc: $25a^2 - 20a + 4$)*

x) $(5a+2)(5a-2) =$ *(Soluc: $25a^2 - 4$)*

y) $(4y+1)^2 =$ *(Soluc: $16y^2 + 8y + 1$)*

z) $(2y-3)^2 =$ *(Soluc: $4y^2 - 12y + 9$)*

α) $(2y+3)(2y-3) =$ *(Soluc: $4y^2 - 9$)*

β) $(3x+4)^2 =$ *(Soluc: $9x^2 + 24x + 16$)*

γ) $(3x-1)^2 =$ *(Soluc: $9x^2 - 6x + 1$)*

δ) $(3x+4)(3x-4) =$ *(Soluc: $9x^2 - 16$)*

ε) $(5b+1)^2 =$ *(Soluc: $25b^2 + 10b + 1$)*

ζ) $(2x-4)^2 =$ *(Soluc: $4x^2 - 16x + 16$)*

η) $(4x+3)(4x-3) =$ *(Soluc: $16x^2 - 9$)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 65: 24 y 25*** $\left((A \pm B)^2\right)$***; pág. 66: 27*** $\left((A+B)(A-B)\right)$***; pág. 72: 59*** *(los tres casos)* ***y 60*** $\left((A \pm B)^2\right)$

2. Carlos, un alumno de 3º de ESO, indica lo siguiente en un examen:

$$(x+2)^2 = x^2 + 4$$

Razonar que se trata de un grave error. ¿Cuál sería la expresión correcta?

3. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar:

a) $(x-2)^2 + (x+3)^2 =$

b) $(x+4)^2 - (x-1)^2 =$

c) $(x+5)(x-5) - (x+5)^2 =$

d) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 + (2x+3)(2x-3) =$

(Soluc: $4x^2 + 12x - 9$)

e) $(2x-5)^2 - (2x^2+5x-1)(2x^2-3) =$

(Soluc: $-4x^4 - 10x^3 + 12x^2 - 5x + 22$)

f) $(3x-2)^2 + (3x+2)(3x-2) =$

POLINOMIOS SOLUCIONES EJERCICIOS LIBRO

I) MONOMIOS

Suma (y resta) de monomios: pág. 70: ㊱ a) $10xz$ b) $37a^2b$ c) $11c^9$ d) $81xy$

㊲ a) $-3xz$ b) $7a^2b$ c) $5xy$ d) $2x^9$

㊴ a) $-3xz+xyz$ b) $14a^2b$ c) $17c^9$ d) $16xy$

pág. 59: ⑥ a) $-2x^3+2x^2-11x$ b) $-4x^3+2x^2+7x$ c) $2x^7y^3+5xy^5-x^2$

Producto y cociente de monomios: pág. 70: ㊵ a) $-18x^3y^3$ b) $7a^4b^4$ c) $56x^2y^3$ d) $-45x^{18}$

㊶ a) 3 b) 9 c) 3 d) 4 e) 5 f) $4x^3$

: pág. 70: ㊳ a) $5x^2$ b) $19xy^3$ c) $12abc$ d) $11xz$ e) $4x^3y^2z^4$ f) $6a^3b^4c^4$

g) $-42x^4y^7$ h) $-144a^7c^9$ i) $3xy$ j) $3a$ k) $2x^2y^2ab$ l) $\frac{5}{2}m^2ng^3$

㊷ a) $9x^2$ b) $24xy$ c) $-4x^2$ d) $12xyab$ e) $-10x^3z$

pág. 59: ⑤ a) $9x^2$ b) $6x^2y^2$ c) $-30a^2b^2c$ d) $32x^3y^3$ e) $-5y$ f) $-z$

⑦ $24x^2y$

pág. 70: ㊸ a) V b) F c) V d) F e) V

II) POLINOMIOS

: pág. 71: ㊻ a) $-x^3-2x-4$ b) x^2-8x+4 c) x^2+1 d) $-2x+364$ e) $2x^4-x^3+x^2-7x-2$ f) $\frac{3}{14}x^2-x-\frac{1}{6}$

pág. 70: ㊺ a) F b) V c) F d) F

Valor numérico: pág. 61: ⑬ a) $-4x^2+x+5$; $P(2)=-9$ b) $-2x^4-4x^2-2x-3$; $P(2)=-55$

pág. 71: ㊼ a) 2 b) 11 c) -2 d) 3 e) -4 f) -2 g) -14

㊿ a) $K=1$ b) $K=1$ c) $K=3$ d) $K=3$ e) $K=6$

III) OPERACIONES CON POLINOMIOS

Suma y resta: pág. 71: (51) a) $2x^5+5x^3+3x^2-4x-7$ b) $2x^5+5x^3+3x^2-4x-7$ c) $2x^5-3x^4+7x^3-2x^2+x-9$

d) $-2x^5+6x^4-9x^3+7x^2-10x+5$ e) $2x^5-3x^4+7x^3+x^2+2x-5$ f) $3x^2+x+4$

g) $3x^4-2x^3+2x^2-6x-2$ h) $-2x^5+3x^4-7x^3+5x^2-4x+7$

Con fracciones

(52) a) $-5x+9$; $-9x-1$ b) $-4x^2+2x+1$; $-2x^2-2x+1$ c) $-4x^2+2x+7$; $-2x^2-2x-5$

d) $2x^2-3x-4$; $-10x^3-11x$ e) $\frac{3}{2}x^2-3xy-\frac{5}{2}y^2$; $-\frac{1}{2}x^2-xy-\frac{1}{2}y^2$

f) $\frac{5}{6}x^2-4xy-\frac{13}{6}y^2$; $\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}y^2$ g) $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x-4$; $\frac{3}{2}x^2-\frac{5}{6}x-2$ h) $\frac{x^2}{2}-5x-\frac{8}{3}$; $\frac{3}{2}x^2-5x-\frac{10}{3}$

(53) a) $2x^5+5x^3+6x^2-3x-3$ b) $2x^5-6x^4+9x^3-10x^2+13x-3$

c) $2x^5-3x^4+7x^3-5x^2+4x-7$ d) $2x^5-3x^4+7x^3-5x^2+4x-7$

pág. 62: ⑯ $-6x^4+6x^3-x^2-2x+8$; $4x^3-x^2+2x+6$

producto: pág. 72: (55) a) $6x^{11}-25x^9+8x^8+6x^7-10x^6+10x^5+x^4+3x^3+1$ b) $3x^7-3x^6+x^5+3x^4-4x^3+x^2-1$

c) $2x^8-2x^7-5x^6+9x^5-11x^4+5x^3-4x^2+2x-1$ d) $x^4-2x^3+3x^2-2x+1$

pág. 62: ⑰ $-9x^8+18x^7-8x^6-5x^5+34x^4-14x^3+x^2+14x-7$

pág. 62: ⑮ a) x^4+x^2-x+2 ; x^4-x^2-x ; $x^6+x^4-x^3+x^2-x+1$

b) x^2+2x ; $-x^2+2$; x^3+2x^2-1

c) $-x^8+5x^7+x^6+x^2$; $-x^8+5x^7-x^6-x^2+2$; $-x^{14}+5x^{13}-x^{10}+5x^9-5x^7+x^8+x^6+x^2-1$

d) $x^5-x^4+2x^3+4x+1$; x^5-x^4+1 ; $x^8-x^7+3x^6-2x^5+4x^4+x^3+2x^2-2x$

e) $x^4+7x^3+3x^2+x-11$; $-x^4+7x^3+x^2+x+5$; $7x^7+2x^6+8x^5-x^4-55x^3-19x^2+8x+24$

f) $x^7+x^3+x^2+4x+5$; $x^7-x^3-x^2-4x+1$; $x^{10}+x^9+4x^8+2x^7+\quad+3x^3+3x^2+12x+6$

operaciones combinadas

pág. 72: ㊻ a) $4x^6-6x^5+13x^3-x^2+20x-15$ b) $-6x^5-5x^4+2x^3+6x^2+22x+6$

c) $4x^6+6x^5+10x^4+27x^3+8x^2-27x-18$ d) $4x^6+6x^5+10x^4+15x^3-6x^2-25x-24$

㊼ a) $4x^2-\frac{11}{4}x-4$ b) $\frac{25}{6}x^5-6x^4+\frac{37}{10}x^3-\frac{41}{2}x^2+21x$ c) $-\frac{x^5}{10}+\frac{x^4}{5}-\frac{4}{15}x^3-\frac{2}{5}x^2$

d) $-\frac{x^7}{3}+\frac{10}{3}x^6-\frac{4}{3}x^5-\frac{5}{6}x^3+\frac{5}{2}x^2-\frac{5}{6}x$

cociente: pág. 63: ⑱ a) x^2-3x+2 b) $C(x)=2x^2+x-3$; $R(x)=-11$ c) $C(x)=2x-5$; $R(x)=11x-8$

d) $C(x)=x+1$; $R(x)=-x^2+6x+6$ e) $C(x)=-\frac{3}{2}x^2+1$; $R(x)=\frac{9}{2}x^2-1$ f) $C(x)=x^3-x$; $R(x)=-2x^3$ [illegible] $2x-1$

g) $C(x)=1$; $R(x)=1$ h) $C(x)=x-1$; $R(x)=0$ i) $C(x)=x-3$; $R(x)=0$

⑲ a) $C(x)=x-4$; $R(x)=7x-10$ b) $C(x)=x-3$; $R(x)=8x^2+21$

pág. 72: ㊽ a) $4x^3+7x^2+2x+3$; $R(x)=10$ b) $4x^3-6x^2+9x-11$; $R(x)=16$ c) $7x^3-3x^2+6x-11$; $R(x)=13x-1$

d) x^2-3x+3 ; $R(x)=-x$ e) $4x^2+2x+17$; $R(x)=19x+37$

Ruffini: Efectuar las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, y comprobar el resultado:

a) $x^4-7x^3+8x^2-2\ \lfloor\underline{x-1}$	*(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*	**j)** $x^3+x^2+x+1\ \lfloor\underline{x+1}$	*(Soluc: $C(x)=x^2+1$; División exacta)*
b) $x^3-4x^2+5x-8\ \lfloor\underline{x-2}$	*(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*	**k)** $2x^4+x^3-2x^2-1\ \lfloor\underline{x+2}$	*(Soluc: $C(x)=2x^3-3x^2+4x-8$; $R=15$)*
c) $2x^4+3x^3-4x^2+x-18\ \lfloor\underline{x-2}$	*(Soluc: $C(x)=2x^3+7x^2+10x+21$; $R=24$)*	**l)** $2x^4-7x^3+4x^2-5x+6\ \lfloor\underline{x-3}$	*(Soluc: $C(x)=2x^3$[illegible]x^2+x-2; División exacta)*
d) $2x^5+3x^2-6\ \lfloor\underline{x+3}$	*(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R=-465$)*	**m)** $x^5+1\ \lfloor\underline{x-1}$	*(Soluc: $C(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$; $R=2$)*
e) $3x^4-10x^3-x^2-20x+5\ \lfloor\underline{x-4}$	*(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$; $R=37$)*	**n)** $2x^3+3x^2-1\ \lfloor\underline{x-1/2}$	*(Soluc: $C(x)=2x^2+4x+2$; División exacta)*
f) $2x^4-10x+8\ \lfloor\underline{x+2}$	*(Soluc: $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$; $R=60$)*	**o)** $3x^3+2x^2+2x-1\ \lfloor\underline{x-1/3}$	*(Soluc: $C(x)=3x^2+3x+3$; División exacta)*
g) $10x^3-15\ \lfloor\underline{x+5}$	*(Soluc: $C(x)=10x^2-50x+250$; $R=-1265$)*	**p)** $x^4+x^3-x^2+x-1\ \lfloor\underline{x+2}$	*(Soluc: $C(x)=x^3-x^2+x-1$; $R=1$)*
h) $x^3+2x^2+3x+1\ \lfloor\underline{x-1}$	*(Soluc: $C(x)=x^2+3x+6$; $R=7$)*	**q)** $2x^3-x^2-x-3\ \lfloor\underline{2x-3}$	*(Soluc: $C(x)=x^2+x+1$; Divisió[illegible]xacta)*
i) $x^4-2x^3+x^2+3x+1\ \lfloor\underline{x-2}$	*(Soluc: $C(x)=x^3+x+5$; $R=11$)*		

Sacar factor común: pág. 64: ㉑ a) $4x(2x-1)$ b) $6x^2y^2(3x-2y)$ c) $5ab(6a-3b+ab)$ d) $2b^2(-6ab+2-3b^2)$ e) $2a(5a^3-7a^2b+14b^3)$

f) $2a^2b(10a^2bc+18-9ab)$

㉒ a) $\frac{x}{2}(x-1)$ b) $y[x(xy-1)+y^2(4x-3)]$ c) $x\left(\frac{x-2}{7}-\frac{x-1}{5}\right)$

pág. 73: (68) a) $x(3x-4)$ b) $4(x+1)$ c) $xy(1-6z-5zt)$ d) $x(3-4x-6x^2)$

IV) IGUALDADES NOTABLES:

cuadrado de la suma y dif.

pág. 65: ㉔ a) $x^2+14x+49$ b) $4a^2+4a+1$ c) $36+12x+x^2$ d) $9a^4+12a^2b+4b^2$ e) $x^2-8x+16$

f) $9a^2-6ab+b^2$ g) $25-10x+x^2$ h) $4b^4-20b^5+25b^6$

㉕ a) $9x^6-6x^3a^2+a^4$ b) $x^4+2x^5+x^6$ c) $4x^2+4x^4+x^6$ d) $36a^2b^4-24ab^2y+4y^2$

suma · dif → pág. 66: ㉗ a) x^2-49 b) $49x^2-16y^2$

mezcla

pág. 72: ㊾ a) $9x^2+12x+4$ b) $9x^2-12x+4$ c) $9x^4-12x^3+4x^2$ d) $49x^6+56x^5+16x^4$

e) $4x^2-49$ f) $4x^4-9x^2$ g) x^8-9x^{10} h) $4x^2-2x+\frac{1}{4}$

(60) a) $x^2+10x+25$ b) $4y^2-28y+49$ c) $y^2+16y+64$ d) $x^2y^2-12x^2y+36x^2$

e) $x^2+2xy+y^2$ f) $x^2+4x^2y+4x^2y^2$

FICHA 6: Repaso de polinomios

1. Calcular el **valor numérico del polinomio** P(x) para el valor de x indicado:

a) $P(x)=x^2+1$, para $x=1$

b) $P(x)=x^3+1$, para $x=-1$

c) $P(x)=x^2+x+2$, para $x=2$

d) $P(x)=-x^2-x-2$, para $x=-2$

2. **Sumar** convenientemente **monomios semejantes**:

a) $2x-5x+7x+x=$

b) $3x^2-7x^2+x^2-2x^2=$

c) $2x^2y-3x^2y+5x^2y=$

d) $-3xy^2+xy^2-6xy^2+8xy^2=$

e) $3x^2y^2-xy^2+5x^2y-x^2y^2+2xy^2-x^2y=$

f) $-2x^3yz+3x^3yz+5x^3yz-x^3yz=$

g) $2ab^2-5a^2b-\frac{2}{3}ab^2-ab^2+\frac{1}{2}a^2b=$

h) $-2xy^3+3x^3y+5xy^3-xy^3=$

3. Dados $P(x)=2x^5-3x^4+3x^2-5$ y $Q(x)=x^5+6x^4-4x^3-x+7$, hallar P(x)+Q(x) y P(x)−Q(x)

(Soluc: $3x^5+3x^4-4x^3+3x^2-x+2$; $x^5-9x^4+4x^3+3x^2+x-12$)

4. Dados $P(x)=4x^3+6x^2-2x+3$, $Q(x)=2x^3-x+7$ y $R(x)=7x^2-2x+1$, hallar:

a) P(x)+Q(x)+R(x)	*(Soluc: $6x^3+13x^2-5x+11$)*
b) P(x)−Q(x)−R(x)	*(Soluc: $2x^3-x^2+x-5$)*
c) P(x)+3Q(x)−2R(x)	*(Soluc: $10x^3-8x^2-x+22$)*

5. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $(-2x^3)\cdot\left(\frac{4}{5}x^2\right)\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)=$	$\left(\textit{Soluc}: -\frac{4}{5}x^6\right)$
b) $\left(-\frac{5}{7}x^7\right)\cdot\left(\frac{3}{5}x^2\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}x\right)=$	$\left(\textit{Soluc}: \frac{4}{7}x^{10}\right)$
c) $5x^3\cdot 3x^2y\cdot(-4xz^3)=$	$\left(\textit{Soluc}: -60x^6yz^3\right)$
d) $-3ab^2\cdot 2ab\cdot(-\frac{2}{3}a^2b)=$	$\left(\textit{Soluc}: 4a^4b^4\right)$
e) $(3x^4-2x^3+2x^2+5)\cdot 2x^2=$	$\left(\textit{Soluc}: 6x^6-4x^5+4x^4+10x^2\right)$
f) $(-2x^5+3x^3-2x^2-7x+1)\cdot(-3x^3)=$	$\left(\textit{Soluc}: 6x^8-9x^6+6x^5+21x^4-3x^3\right)$
g) $\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{5}x-\frac{5}{4}\right)\cdot 12x^2=$	$\left(\textit{Soluc}: 8x^5-18x^4+\frac{48}{5}x^3-15x^2\right)$
h) $\left(\frac{1}{2}ab^3-a^2+\frac{4}{3}a^2b+2ab\right)\cdot 6a^2b=$	$\left(\textit{Soluc}: 3a^3b^4-6a^4b+8a^4b^2+12a^3b^2\right)$

6. **Extraer** el máximo **factor común** posible:

a) $4x^2-6x+2x^3$ *(Soluc: $2x(x^2+2x-3)$)*

b) $12x^4y^2+6x^2y^4-15x^3y$ *(Soluc: $3x^2y(4x^2y+2y^3-5x)$)*

c) $-3xy-2xy^2-10x^2yz$ *(Soluc: $xy(-3-2y-10xz)$)*

d) $-2x(x-3)^2+4x^2(x-3)$ *(Soluc: $2x(x-3)(x+3)$)*

e) $-3x+6x^2+12x^3$ *(Soluc: $3x(4x^2+2x-1)$)*

f) $2ab^2-4a^3b+8a^4b^3$ *(Soluc: $2ab(b-2a^2+4a^3b^2)$)*

g) $2x^3+4x^2-8x$ *(Soluc: $2x(x^2+2x-4)$)*

h) $6x^3y^2-3x^2yz+9xy^3z^2$ *(Soluc: $3(2x^3y^2-x^2yz+3xy^3z^2)$)*

7. Efectuar los siguientes **productos**:

a) $(3x^2+5x-6)\ (8x^2-3x+4)=$ *(Soluc: $24x^4+31x^3-51x^2+38x-24$)*

b) $(5x^3-4x^2+x-2)\ (x^3-7x^2+3)=$ *(Soluc: $5x^6-39x^5+29x^4+6x^3+2x^2+3x-6$)*

c) $(2x^4-3x^2+5x)\ (3x^5-2x^3+x-2)=$ *(Soluc: $6x^9-13x^7+15x^6+8x^5-14x^4-3x^3+11x^2-10x$)*

d) $(ab^2+a^2b+ab)\ (ab-ab^2)=$ *(Soluc: $a^3b^2+a^2b^2-a^2b^4-a^3b^3$)*

e) $(-x^6+x^5-2x^3+7)\ (x^2-x+1)=$ *(Soluc: $-x^8+2x^7-2x^6-x^5+2x^4-2x^3+7x^2-7x+7$)*

f) $(x^2y^2-2xy)\ (2xy+4)=$ *(Soluc: $2x^3y^3-8xy$)*

8. Dados los polinomios del ejercicio 4, hallar:

a) $[R(x)]^2$ b) $P(x)\ -Q(x)\cdot R(x)$ c) $P(x)\cdot[Q(x)+R(x)]$ d) $P(x)\cdot Q(x)\cdot R(x)$

*(Soluc: **a)** $49x^4-28x^3+18x^2-4x+1$; **b)** $-14x^5+4x^4+9x^3-45x^2+13x-4$; **c)** $8x^6+40x^5+26x^4+6x^3+75x^2-25x+24$*
***d)** $56x^8+68x^7-72x^6+224x^5+244x^4-179x^3+225x^2-59x+21$)*

9. Desarrollar, aplicando las **igualdades notables**:

a) $(x+2)^2=$
b) $(x-3)^2=$
c) $(x+2)\ (x-2)=$
d) $(3x+2)^2=$
e) $(2x-3)^2=$
f) $(5x+4)\ (5x-4)=$
g) $(x^2+5)^2=$
h) $(x^3-2)^2=$

i) $(x^2-1)\ (x^2+1)=$
j) $(2x^2+3x)^2=$
k) $(2x^2-3)^2=$
l) $(-x-3)^2=$
m) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=$
n) $\left(2a-\frac{3}{2}\right)^2=$

o) $\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(1-\frac{x}{2}\right)=$
p) $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2=$
q) $\left(\frac{3}{2}-\frac{x}{4}\right)^2=$
r) $\left(2+\frac{a}{3}\right)\left(-\frac{a}{3}+2\right)=$

s) $\left(\frac{3x}{2}-\frac{1}{x}\right)^2=$
t) $\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}\right)\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{3}\right)=$
u) $\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}\right)^2=$

10. Operar y simplificar:

a) $(x+1)^2+(x-2)(x+2)=$

b) $(3x-1)^2-(2x+5)(2x-5)=$

c) $(2x+3)(-3+2x)-(x+1)^2=$

d) $(-x+2)^2-(2x+1)^2-(x+1)(x-1)=$

e) $-3x+x(2x-5)(2x+5)-(1-x^2)^2=$

f) $(3x-1)^2-(-5x^2-3x)^2-(-x+2x^2)(2x^2+x)=$

11. Demostrar que $(a^2+b^2)\,(c^2+d^2)=(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$

12. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $\dfrac{4x^3}{2x^2}=$

b) $\dfrac{8x^4}{-2x^2}=$

c) $\dfrac{7x^5}{2x^3}=$

d) $\dfrac{-8x^3}{2x^2}=$

e) $\dfrac{-3x^7}{-9x^4}=$

f) $\dfrac{-\frac{3}{8}x^4+6x^3-12x^2}{-3x^2}=$

g) $\dfrac{-6x^8-7x^4-\frac{3}{4}x^3}{-\frac{5}{3}x^3}=$

h) $\dfrac{-8x^9+\frac{3}{2}x^5-x^4}{-\frac{3}{7}x^4}=$

i) $(-18x^3yz^3)\mathbf{:}(6xyz^3)=$

j) $\dfrac{-3a(a^3b)+5a^4b}{-ab^3}=$

k) $\dfrac{-3xy^2(-2x^3y)}{4x^2y}=$

13. Efectuar los siguientes **cocientes**, y comprobar el resultado mediante la regla D=d·C+R:

a) $x^4-x^3+7x^2+x+15\ \underline{|\,x^2+2\,}$ *(Soluc: $C(x)=x^2-x+5$; $R(x)=3x+5$)*

b) $2x^5-x^3+2x^2-3x-3\ \underline{|\,2x^2-3\,}$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x+1$; División exacta)*

c) $6x^4-10x^3+x^2+11x-6\ \underline{|\,2x^2-4x+3\,}$ *(Soluc: $C(x)=3x^2+x-2$; División exacta)*

d) $x^3+2x^2+x-1\ \underline{|\,x^2-1\,}$ *(Soluc: $C(x)=x+2$; $R(x)=2x+1$)*

e) $8x^5-16x^4+20x^3-11x^2+3x+2\ \underline{|\,2x^2-3x+2\,}$ *(Soluc: $C(x)=4x^3-2x^2+3x+1$; División exacta)*

f) $x^4+3x^3-2x+5\ \underline{|\,x^3+2\,}$ *(Soluc: $C(x)=x+3$; $R(x)=-4x-1$)*

g) $x^5-2x^4+3x^2-6\ \underline{|\,x^4+1\,}$ *(Soluc: $C(x)=x-2$; $R(x)=3x^2-x-4$)*

h) $x^2\ \underline{|\,x^2+1\,}$ *(Soluc: $C(x)=1$; $R(x)=-1$)*

i) $3x^6+2x^4-3x^2+5\ \underline{|\,x^3-2x+4\,}$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+8x-12$; $R(x)=13x^2-56x+53$)*

j) $x^8\ \underline{|\,x^2+1\,}$ *(Soluc: $C(x)=x^6-x^4+x^2-1$; $R(x)=1$)*

k) $x^3-4x^2+5x-8\ \underline{|\,x-2\,}$ *(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*

l) $2x^5+3x^2-6\ \underline{|\,x+3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R(x)=-465$)*

m) $x^4-7x^3+8x^2-2\ \underline{|\,x-1\,}$ *(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*

n) $3x^5-x^4+8x^2-5x-2\ \underline{|\,x^2-x+1\,}$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2-x+5$; $R(x)=x-7$)*

o) $5x^4-2x^3+x-7\ \underline{|\,x^2-1\,}$ *(Soluc: $C(x)=5x^2-2x+5$; $R(x)=-x-2$)*

p) $4x^5-3x^3+5x^2-7\ \underline{|\,2x^2-3x+5\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+3x^2-2x-8$; $R(x)=-14x+33$)*

q) $9x^3+3x^2-7x+2\ \underline{|\,3x^2+5\,}$ *(Soluc: $C(x)=3x+1$; $R(x)=-22x-3$)*

r) $4x^4-3x^2+5x-7\ \underline{|\,2x^2+x-3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^2-x+2$; $R(x)=-1$)*

s) $4x^5+3x^3-2x^2+5\ \underline{|\,2x^2-x+3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+x^2-x-3$; $R(x)=14$)*

t) $6x^4+5x^2-3x+8\ \underline{|\,3x^3-2x-3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x$; $R(x)=9x^2+3x+8$)*

u) $4x^4+2x^3-3x^2+5x-1\ \underline{|\,2x^2-3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x+3/2$; $R(x)=8x+7/2$)*

v) $8x^4+3x^3+2x-2\ \underline{|\,4x^2+x-3\,}$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/4+23/16$; $R(x)=21x/16+37/16$)*

w) $2x^5-x^3+3x-9\left|\underline{\,2x^2-x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x^2/2-5x/4-9/8$; $R(x)=35x/8-27/4$)*

x) $6x^3-3x^2+2x-5\left|\underline{\,3x-2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/3+8/9$; $R(x)=-29/9$)*

y) $4x^4-x^3+x+5\left|\underline{\,2x^2-x+3\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+x/2-11/4$; $R(x)=-13x/4+53/4$)*

z) $6x^4+3x^3-5x^2+x-8\left|\underline{\,3x^2-5x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+13x/3+38/9$; $R(x)=121x/9-148/9$)*

α) $8x^4-3x^2+7x-5\left|\underline{\,4x^2-3x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+3x/2-5/8$; $R(x)=17x/8-15/4$)*

β) $6x^5+5x^4+31x^2+2\left|\underline{\,2x^2+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+5x^2/2-3x+13$; $R(x)=6x-24$)*

γ) $3x^5-6x^4-x^3+10x^2-8x+2\left|\underline{\,3x^2-6x+1\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^3--2x/3+2$; $R(x)=14x/3$)*

δ) $6x^4-x^3+2x^2-x-1\left|\underline{\,3x^2+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2--x/3-2/3$; $R(x)=-x/3+1/3$)*

14. Inventar una división de polinomios cuyo cociente sea $C(x)=x^2-3x+1$, el resto sea $R(x)=x-1$ y el dividendo un polinomio de 4º grado.

15. Efectuar las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, y comprobar el resultado:

a) $x^4-7x^3+8x^2-2\left|\underline{\,x-1\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*

b) $x^3-4x^2+5x-8\left|\underline{\,x-2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*

c) $2x^4+3x^3-4x^2+x-18\left|\underline{\,x-2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+7x^2+10x+21$; $R=24$)*

d) $2x^5+3x^2-6\left|\underline{\,x+3\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R=-465$)*

e) $3x^4-10x^3-x^2-20x+5\left|\underline{\,x-4\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$; $R=37$)*

f) $2x^4-10x+8\left|\underline{\,x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$; $R=60$)*

g) $10x^3-15\left|\underline{\,x+5\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=10x^2-50x+250$; $R=-1265$)*

h) $x^3-7x^2/2-10x/3-70\left|\underline{\,x-6\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^2+5x/2+35/3$; División exacta)*

i) $x^4-2x^3/3+x^2/2+3x+1\left|\underline{\,x+3\,}\right.$ $\left(\textit{Soluc}: C(x)=x^3-\frac{11}{3}x^2+\frac{23}{2}x-\frac{63}{2};\ R(x)=\frac{191}{2}\right)$

j) $x^3+2x^2+3x+1\left|\underline{\,x-1\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^2+3x+6$; $R=7$)*

k) $x^4-2x^3+x^2+3x+1\left|\underline{\,x-2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^3+x+5$; $R=11$)*

l) $x^3+x^2+x+1\left|\underline{\,x+1\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^2+1$; División exacta)*

m) $2x^4+x^3-2x^2-1\left|\underline{\,x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-3x^2+4x-8$; $R=15$)*

n) $2x^4-7x^3+4x^2-5x+6\left|\underline{\,x-3\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+5x^2+x-2$; División exacta)*

o) $x^5+1\left|\underline{\,x-1\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$; $R=2$)*

p) $2x^3+3x^2-1\left|\underline{\,x-1/2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=2x^2+4x+2$; División exacta)*

q) $3x^3+2x^2+2x-1\left|\underline{\,x-1/3\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=3x^2+3x+3$; División exacta)*

r) $x^4+x^3-x^2+x-1\left|\underline{\,x+2\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^3-x^2+x-1$; $R=1$)*

s) $2x^3-x^2-x-3\left|\underline{\,2x-3\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=x^2+x+1$; División exacta)*

t) $ax^3-3a^2x^2+2a^3x+1\left|\underline{\,x-a\,}\right.$ *(Soluc: $C(x)=ax^2-2a^2x$; $R=1$)*

Un monomio es el producto de un número por una o varias letras que, en el caso de ser iguales, se escriben en forma de potencia. En este tema se trabajará sólo con monomios de la forma ax^n, donde:

a es un número cualquiera que se llama **coeficiente** del monomio.

x^n es la **parte literal** del monomio:

- x es la **variable.**
- n es un número natural que indica el **grado** del monomio.

Dos monomios son semejantes si tienen la misma parte literal.

$2n^2$ y $\frac{1}{3}n^2$ *son semejantes* $\qquad$ $2n^3$ y $3n^2$ *no son semejantes*

La suma (o resta) de dos monomios semejantes es otro monomio que tiene la misma parte literal y su coeficiente es la suma (o resta) de los coeficientes de los monomios.

Presta atención: *No se pueden sumar ni restar monomios que no sean semejantes; por ejemplo, $5x^2$ y x no se pueden sumar ni restar.*

1 Reduce a un solo monomio las siguientes expresiones:

a) $a + a =$

b) $3m + m =$

c) $\frac{1}{2}x + 2x =$

d) $3p - 5p =$

e) $3x^3 + 5x^3 =$

f) $\frac{7}{8}a^2 - \frac{3}{4}a^2 =$

g) $3a^5 - 7a^5 =$

h) $-5p + 8p =$

i) $\frac{3}{5}y^5 - 2y^5 =$

2 Reduce a un solo monomio las siguientes expresiones:

a) $7x - 5x - x =$

b) $0{,}3x - 0{,}2x + 0{,}5x =$

c) $3x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x =$

d) $8a^3 + a^5 - 10a^8 =$

e) $x^2 + 7x^2 - 10x^2 + 5x^2 =$

f) $\frac{3}{4}t^2 - t^2 + 5t^2 =$

3 Reduce las siguientes expresiones, haciendo las sumas y restas posibles:

a) $3m + x - 4m + 2x =$

b) $4x^2 - 3x^2 + 7y + 3x^2 =$

c) $-a + 2a - 8b + a + 9b =$

d) $2x^2 - x^2 + 3x - 2x =$

e) $5b^3 - 7b^3 + 3b - 4b + 2b^3 =$

f) $5x^3 + 3x - 5 + 8 - 2x =$

La multiplicación de un número por un monomio es otro monomio con la misma parte literal y cuyo coeficiente es el producto del número por el coeficiente del monomio. $\quad \boxed{3 \cdot 4x^2 = 12x^2}$

La multiplicación de dos monomios es otro monomio que tiene de coeficiente el producto de los coeficientes y de parte literal el producto de las partes literales. $\quad \boxed{3x^6 \cdot 4x^2 = 12x^8}$

La división de dos monomios es otro monomio que tiene de coeficiente el cociente de los coeficientes y de parte literal el cociente de las partes literales. $\quad \boxed{8x^8 : 2x^3 = 4x^5}$

Presta atención:

$\boxed{x^p \cdot x^q = x^{p+q}}$ $\quad \boxed{x^p : x^q = x^{p-q}}$ $\quad \boxed{x^0 = 1}$ $\quad \boxed{x^1 = x}$

1 Efectúa las siguientes multiplicaciones de un número por un monomio.

a) $3 \cdot 4x =$

b) $-4 \cdot \frac{3}{4}x^3 =$

c) $-5 \cdot 2a^2 =$

d) $5 \cdot 3x^4 =$

e) $4 \cdot 5x^2 =$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x^3 =$

g) $-5 \cdot 6a^8 =$

h) $-3 \cdot (-2a^3) =$

2 Efectúa las siguientes multiplicaciones entre monomios.

a) $3x \cdot x =$

b) $x \cdot x^2 =$

c) $\frac{3}{2}x^2 \cdot 2x =$

d) $4x^4 \cdot (-2x^5) =$

e) $-3x^2 \cdot 4x^6 =$

f) $-\frac{1}{2}r^3 \cdot 4r^2 =$

g) $-5x^3 \cdot (-6x^2) =$

h) $3a^6 \cdot (-a^4) =$

i) $-\frac{3}{5}x^2\left(-\frac{2}{7}x^5\right) =$

j) $-4x^{12} \cdot 5x^2 =$

k) $2x \cdot 3x^2 \cdot 4x^3 =$

l) $\frac{1}{2}x^4 \cdot (-x^3) \cdot 2x =$

3 Efectúa las siguientes divisiones entre monomios.

a) $6x^2 : 3x =$

b) $12x^2 : 4x =$

c) $20x : 5x =$

d) $16x^8 : 4x^5 =$

e) $3x^4 : 3x^3 =$

f) $45x^3 : 15x^3 =$

g) $-30x^2 : 5x =$

h) $-4x^{45} : (-2x^{44}) =$

i) $15x^6 : (-3x^2) =$

j) $-21x^8 : 3x^8 =$

k) $24x^3 : 24x^3 =$

l) $5x : (-2x) =$

4 Completa cada apartado con un monomio. ¡Fíjate bien! Hay multiplicaciones y divisiones.

a) $12x^6 :$ ______ $= 3x^4$

b) $\frac{1}{3}x \cdot$ ______ $= x^2$

c) $5x^3 \cdot$ ______ $= 15x^5$

d) $30t^3 :$ ______ $= -5t$

e) $(-2x^5) \cdot$ ______ $= 10x^{10}$

f) ______ $: 4r^3 = -2r^7$

1. Dados los siguientes polinomios, realiza las operaciones que se indican:

   $P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1$
   $Q(x) = 2x^2 + x - 1$
   $R(x) = x - 4 + 3x^3$

   a) $P(x) \cdot Q(x) =$
   b) $P(x) + Q(x) - R(x) =$
   c) $R(x) - P(x) =$

2. Calcular el valor numérico de los siguientes polinomios:

   $S(x) = 2x^5 - 3x^4 + 16x^2 - 8x - 5$ para $x = -1$
   $T(x) = -3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ para $x = 1$

3. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

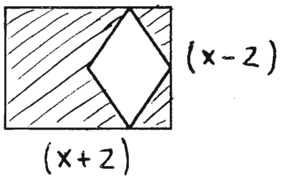
   a) $(x+6)^2 =$
   b) $(3-4x)^2 =$
   c) $(2x-7)\cdot(2x+7) =$
   d) $(3-x)^2 =$

4. Sacar factor común en el siguiente polinomio:

   $Q(x) = 42x^3 - 30x^2 - 12x^5 + 18x^8$

5. Dado el siguiente polinomio $P(x) = (x-1)^2 + 2x - 2 - x^3$ Desarrollarlo hasta su forma ordenada y reducida e indicar su grado y su término independiente.

6. Expresa en forma de polinomio el área de la siguiente figura.



1. Dados los siguientes polinomios, realiza las operaciones que se indican:

$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1$
$Q(x) = x - 1$
$R(x) = x - 4 + 3x^3$

a) $P(x) \cdot Q(x) =$
b) $P(x) + Q(x) - R(x) =$
c) $R(x) - P(x) =$

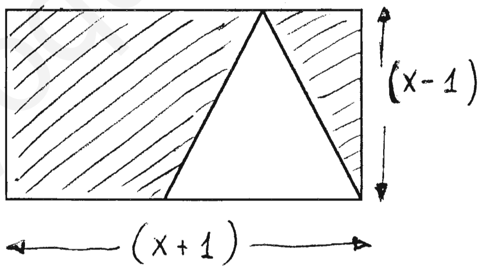
2. Calcular el valor numérico de los siguientes polinomios:

$S(x) = 3x^4 + 16x^3 - 8x - 5$ para $x = -1$
$T(x) = -3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ para $x = 1$

3. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

a) $(x+6)^2 =$
b) $(3-x)^2 =$
c) $(3+4x)^2 =$
d) $(2x-7)\cdot(2x+7) =$

4. Expresa en forma de polinomio el área de la siguiente figura.



5. Sacar factor común en el siguiente polinomio:

$Q(x) = 18x^8 - 12x^5 + 42x^3$

6. Dado el siguiente polinomio $P(x) = (x-1)^2 + 2x - 2 - x^3$ Desarrollarlo hasta su forma ordenada y reducida e indicar su grado y su término independiente.

1. Dados los siguientes polinomios, realiza las operaciones que se piden:

$P(x) = x^5 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$
$Q(x) = x^2 + x - 1$
$R(x) = 3x + 1 - 2x^2$

a) $P(x) \cdot Q(x) =$
b) $P(x) + Q(x) - R(x) =$
c) $P(X) - [Q(x) + R(x)] =$

2. Opera:

A) $[(3x^2 + x - 7) - (4x^3 + x - 1) - (2x^2 - 5x^3 + 6)] \cdot (x^2 - x - 1) =$

B) $(2x^3 + x^2 + x + 2) - (-x^3 + 5x^2 - 5x + 1) =$

C) $(6x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 2) \cdot (2x^3 - 6x^2 + 1) =$

D) $(7 + x + x^2)^2 =$

E) $(x^2 + y^2) \cdot (x + y) \cdot (x - y) =$

RECUERDA:

Cuadrado de una suma: Cuadrado del primero más cuadrado del segundo más doble del primero por el segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Cuadrado de una resta: Cuadrado del primero más cuadrado del segundo menos doble del primero por el segundo.

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Suma por diferencia: Diferencia de sus cuadrados.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

3. Opera:

a) $(2x + 1)^2 =$
b) $(x + 1) \cdot (x - 1) =$
c) $(3x - 2y)^2 =$
d) $(1 - x) \cdot (1 + x) =$
e) $(2x + 3) \cdot (2x - 3) =$
f) $(7 - x)^2 =$

4. Rellena las casillas del cuadro, multiplicando los elementos de las distintas filas por los de cada columna:

	X + 2	X – 2	X	2
X + 2				
X – 2				
X				
2				

5. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para el valor que se indica:

$P(x) = x^5 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ para $x = 2$
$Q(x) = -x^3 + 5x^2 - 5x + 1$ para $x = -1$
$R(x) = 6x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 2x$ para $x = 0$

FICHA 1: 182 ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ grado

1. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ grado elementales**, y comprobar (mentalmente) cada solución obtenida (en caso de ser una identidad, o carecer de solución, indicarlo):

1) $x-2=3$ *(Sol: x=5)*

2) $x+2=3$ *(Sol: x=1)*

3) $x-3=-1$ *(Sol: x=2)*

4) $x+1=-2$ *(Sol: x=-3)*

5) $x-5=0$ *(Sol: x=5)*

6) $2=x+5$ *(Sol: x=-3)*

7) $3-x=2$ *(Sol: x=1)*

8) $x+5=0$ *(Sol: x=-5)*

9) $4=1-x$ *(Sol: x=-3)*

10) $x+3=3$ *(Sol: x=0)*

11) $-x+5=0$ *(Sol: x=5)*

12) $-x+6=4$ *(Sol: x=2)*

13) $2x=8$ *(Sol: x=4)*

14) $-x-5=0$ *(Sol: x=-5)*

15) $9=3x$ *(Sol: x=3)*

16) $4x=2$ *(Sol: x=1/2)*

17) $2x=3$ *(Sol: x=3/2)*

18) $-2x=4$ *(Sol: x=-2)*

19) $3x=-9$ *(Sol: x=-3)*

20) $-2x=-4$ *(Sol: x=2)*

21) $3x=0$ *(Sol: x=0)*

22) $17x=102$ *(Sol: x=6)*

23) $2x-1=3$ *(Sol: x=2)*

24) $3x+2=8$ *(Sol: x=2)*

25) $-1=5x-6$ *(Sol: x=1)*

26) $2x+1=-2$ *(Sol: x=-3/2)*

27) $24=7x+3$ *(Sol: x=3)*

28) $3x+5=2$ *(Sol: x=-1)*

29) $-14x=-8$ *(Sol: x=4/7)*

30) $-7x=0$ *(Sol: x=0)*

31) $2=4-2x$ *(Sol: x=1)*

32) $2-12x=0$ *(Sol: x=1/6)*

33) $2x-3=1$ *(Sol: x=2)*

34) $14=2x+6$ *(Sol: x=4)*

35) $3x-4=8$ *(Sol: x=4)*

36) $4x+7=35$ *(Sol: x=7)*

37) $5-3x=-4$ *(Sol: x=3)*

38) $8x+2=6x+4$ *(Sol: x=1)*

39) $2x+1=2x+3$ *(Sol: ∄ soluc.)*

40) $2+3x=2x+3$ *(Sol: x=1)*

41) $5-3x=-3$ *(Sol: x=8/3)*

42) $4-2x=x-5$ *(Sol: x=3)*

43) $5+3x=4-x$ *(Sol: x=-1/4)*

44) $2x-3=4-2x$ *(Sol: x=7/4)*

45) $6x-3=4x+7$ *(Sol: x=5)*

46) $3x-1=-2x+4$ *(Sol: x=1)*

47) $2x+9=3x+5$ *(Sol: x=4)*

48) $3-x=-2x-5$ *(Sol: x=-8)*

49) $5+2x=4x+1$ *(Sol: x=2)*

50) $\frac{x}{2}=3$ *(Sol: x=6)*

51) $2x+1=2-3x$ *(Sol: x=1/5)*

52) $\frac{6}{x}=3$ *(Sol: x=2)*

53) $5x-1=2x+2$ *(Sol: x=1)*

54) $\frac{x}{5}=-3$ *(Sol: x=-15)*

55) $6x-3=5x+1$ *(Sol: x=4)*

56) $7x=4x$ *(Sol: x=0)*

57) $\frac{-2}{x}=1$ *(Sol: x=-2)*

58) $2x-1=-3x+4$ *(Sol: x=1)*

59) $\frac{x-3}{2}=5$ *(Sol: x=13)*

60) $-8x-3=-2x+1$ *(Sol: x=-2/3)*

61) $7-2x+5-3x=-3$ *(Sol: x=3)*

62) $\frac{2-3x}{2}=1$ *(Sol: x=0)*

63) $-7+5x+5-x=4x-2$

(Sol: Se trata de una identidad, pues se verifica $\forall x\in\Re$)

64) $1+3x=x-5$ *(Sol: x=-3)*

65) $\frac{x-2}{3}=x$ *(Sol: x=-1)*

66) $2x-3=1+3x$ *(Sol: x=-4)*

67) $2x+1=5x+3-3x$ *(Sol: ∄ soluc.)*

68) $\frac{x-3}{2}=12$ *(Sol: x=27)*

69) $3x+5=x+13$ *(Sol: x=4)*

70) $3x=x$ *(Sol: x=0)*

71) $2x+1=5x+1-3x$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

72) $\frac{x+4}{8}=6$ *(Sol: x=44*

73) $\frac{x}{2}=x$ *(Sol: x=0)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 78: 8, 9, 10** y **11; pág. 79: 12; pág. 88: 48 y 49; pág. 89: 53***

2. TEORÍA:

a) ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación de 1$^{\underline{er}}$ grado? Investigar, sin resolver, si x=-3 puede ser solución de 3x-2=2x-3 ¿Y x=-1? ¿Y x=2?

b) Inventar una ecuación de 1$^{\underline{er}}$ grado sencilla cuya solución sea x=2

c) Definir identidad e inventar un ejemplo sencillo.

d) Inventar una ecuación de 1$^{\underline{er}}$ grado sencilla que carezca de solución.

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: **pág. 77: 5** y 6; pág. 88: 46*

3. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1$^{\underline{er}}$ grado con paréntesis o denominadores**, y comprobar (mentalmente) cada solución (en caso de ser una identidad, o carecer de solución, indicarlo):

1) $2(x-2)=6$ *(Sol: x=5)*

2) $3(x+1)=x$ *(Sol: x=-3/2)*

3) $\frac{2}{x-2}=2$ *(Sol: x=3)*

4) $2(x+3)=8$ *(Sol: x=1)*

5) $4(2-x)=x+3$ *(Sol: x=1)*

6) $\frac{1}{x-2}=2$ *(Sol: x=5/2)*

7) $3x+1-(x+3)=-8$ *(Sol: x=-3)*

8) $\frac{x-2}{x+3}=2$ *(Sol: x=-8)*

9) $2(x+1)=3(x-2)$ *(Sol: x=8)*

10) $\frac{x-1}{x-2}=\frac{1}{2}$ *(Sol: x=0)*

11) $4(x-2)=2(2x-1)$ *(Sol: ∄ soluc.)*

12) $\frac{3x-16}{x}=\frac{5}{3}$ *(Sol: x=12)*

13) $2(x-1)=4(2x-3)$ *(Sol: x=5/3)*

14) $6(x+3)=2(5x-8)$ *(Sol: x=17/2)*

15) $5(x-1)=5(x+2)$ *(Sol: ∄ soluc.)*

16) $3(x-2)-2(x+3)=0$ *(Sol: x=12)*

17) $7(x-18)=3(x-14)$ *(Sol: x=21)*

18) $2(x-3)+5(x-1)=-4$ *(Sol: x=1)*

19) $2(x-1)+3(x-2)-5(x+3)=8$ *(Sol: ∄ soluc.)*

20) $3(x-2)-5=1-2(x+1)$ *(Sol: x=2)*

21) $4(x-3)-7(x-4)=6-x$ *(Sol: x=5)*

22) $5(x-2)-4(2x+1)=-3x+3$ *(Sol: ∄ soluc.)*

23) $\frac{x}{2}=x+1$ *(Sol: x=-2)*

24) $4(x-2)-6(1-2x)=-30$ *(Sol: x=-1)*

25) $2(3x+2)-3(2x-1)=7$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

26) $5(2x-3)-8(4x-9)=6$ *(Sol: x=51/22)*

27) $3x-5(2x-1)=33$ *(Sol: x=-4)*

28) $12(x+2)+5=3(4x+1)+3$ *(Sol: ∄ soluc.)*

29) $2(x+3)+3(x-1)=2(x+2)$ *(Sol: x=1/3)*

30) $10(x+6)=50(x+2)$ *(Sol: x=-1)*

31) $2(2x-8)-8(x-2)=0$ *(Sol: x=0)*

32) $\frac{x}{2}+1=x$ *(Sol: x=2)*

33) $x-5-(x-8)=3$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

34) $x-9-2(x+3)=-12$ *(Sol: x=-3)*

35) $\frac{2x+1}{3}+x=2$ *(Sol: x=1)*

36) $2(x+5)-(x+3)=x$ *(Sol: ∄ soluc.)*

37) $2(x+5)-(x+3)=x+7$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

38) $2(x+5)-(x+3)=-7$ *(Sol: x=-14)*

39) $\frac{x+2}{4}+3=x+2$ *(Sol: x=2)*

40) $\frac{x}{4}+x=5$ *(Sol: x=4)*

41) $2x-3-2(x-3)=3$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

42) $\frac{2x}{3}-x=2$ *(Sol: x=-6)*

43) $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=x-1$ *(Sol: x=6)*

44) $\frac{x+1}{20}=\frac{x-1}{10}$ *(Sol: x=3)*

45) $x-\frac{x-3}{3}=1$ *(Sol: x=0)*

46) $x+\frac{x-3}{5}=2x+5$ *(Sol: x=-7)*

47) $\frac{2(x-1)}{3}=x$ *(Sol: x=-2)*

48) $\frac{2(x+3)}{3}=\frac{x+8}{9}$

49) $x-7(2x+1)=2(6-5x)-13$ *(Sol: x=-2)*

50) $3(2x-2)-4=2(3x-5)-4(2x-3)$ *(Sol: x=3/2)*

51) $5(x-3)-2(x-1)=3x-13$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 80: 15; pág. 89: 52***

4. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ grado con paréntesis anidados**, y comprobar cada solución (en caso de ser una identidad, o carecer de solución, indicarlo):

1) $5[2x-4(3x+1)]=-10x+20$ *(Sol: x=–1)*

2) $x-13=4[3x-4(x-2)]$ *(Sol: x=9)*

3) $3[6x-5(x-3)]=15-3(x-5)$ *(Sol: x=–5/2)*

4) $2x+3(x-3)=6[2x-3(x-5)]$ *(Sol: x=9)*

5) $x+2[3-2(x-1)]=2[x-3(x-4)]+x$ *(Sol: ∄ soluc.)*

6) $3-2x+4[3+5(x+1)]=10x-7$ *(Sol: x=–21/4)*

7) $8x-6=2[x+3(x-1)]$

(Sol: Se trata de una identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$

5. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ grado con varios denominadores**, multiplicando ambos miembros por el m.c.m. de éstos, y comprobar la solución de los impares:

1) $\frac{x-1}{2}+\frac{x+1}{4}=2$ *(Sol: x=3)*

2) $\frac{2x-1}{3}+\frac{x+3}{5}=2$ *(Sol: x=2)*

3) $\frac{x+2}{6}-\frac{x}{2}=3$ *(Sol: x=–8)*

4) $1+\frac{x+1}{3}=\frac{x}{4}$ *(Sol: x=–16)*

5) $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{7}=x-2$ *(Sol: x=6)*

6) $\frac{2x+4}{3}=\frac{5x-1}{2}$ *(Sol: x=1)*

7) $\frac{3x+2}{4}-\frac{x+4}{6}=1$ *(Sol: x=2)*

8) $\frac{x}{2}-\frac{6-x}{4}=x+1$ *(Sol: x=–10)*

9) $\frac{3x-8}{6}-\frac{x-3}{2}=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

10) $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=5-\frac{x}{6}$ *(Sol: x=5)*

11) $\frac{3x+8}{3}=\frac{2x-1}{6}$ *(Sol: x=–17/4)*

12) $-2x+10=\frac{2}{3}x+2$ *(Sol: x=3)*

13) $\frac{x-1}{2}-\frac{x-4}{3}=1$ *(Sol: x=1)*

14) $\frac{2x+3}{4}=\frac{x+1}{2}+3$ *(Sol: ∄ soluc.)*

15) $\frac{x+8}{6-x}=13$ *(Sol: x=5)*

16) $\frac{5x-9}{4}-\frac{3x+5}{4}=\frac{2}{3}$ *(Sol: x=25/3)*

17) $\frac{2x+1}{12}+\frac{2(1-2x)}{24}=\frac{x}{18}$ *(Sol: x=3)*

18) $\frac{x-2}{3-x}=-\frac{5}{4}$ *(Sol: x=7)*

19) $\frac{3(x+1)}{2}+\frac{2(x+6)}{5}=2$ *(Sol: x=–1)*

20) $x-\frac{2(x+1)}{3}=1-\frac{3x-2}{4}$ *(Sol: x=2)*

21) $\frac{2(x-3)}{6}-\frac{3(x-2)}{4}=1$ *(Sol: x=–6/5)*

22) $\frac{3(-x+5)}{4}+\frac{2(x-3)}{3}=6$ *(Sol: x=–51)*

23) $\frac{5(2x-3)}{4}-\frac{4(x-2)}{3}=\frac{1}{2}$ *(Sol: x=19/14)*

24) $\frac{2x}{3}+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=700$ *(Sol: x=400)*

25) $x+\frac{3(x-5)}{2}=3+\frac{5x-21}{2}$

(Sol: Identidad, es decir, se verifica $\forall x\in\Re$)

26) $\frac{2(x-3)}{9}+\frac{5(x-2)}{3}=\frac{1}{3}$ *(Sol: x=39/17)*

27) $\frac{2x+1}{3x-6}=\frac{3}{2}$ *(Sol: x=4)*

28) $\frac{3x+2}{2}-\frac{2(x+1)}{3}=\frac{x+6}{4}$ *(Sol: x=2)*

29) $\frac{2(x+2)}{3}+\frac{3(x-3)}{6}-\frac{8(x-1)}{9}=1$ *(Sol: x=1)*

30) $\frac{6x}{7}+\frac{4(x-2)}{14}-\frac{2(x+2)}{7}=9$ *(Sol: x=71/6)*

31) $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-8}{4}=\frac{x+14}{2}-2$ *(Sol: x=4)*

32) $\frac{3(x-2)}{4}-\frac{2(x-3)}{3}=\frac{x}{6}-\frac{3x-6}{4}$ *(Sol: x=3/2)*

33) $\frac{x+4}{3}-\frac{x-8}{5}=2+\frac{3x-1}{15}$ *(Sol: x=15)*

34) $\frac{2(x-2)}{3}+\frac{3x+1}{3}=\frac{2x-5}{12}$ *(Sol: x=7/18)*

35) $\frac{x-1}{2}-x=\frac{1-x}{4}-3$ *(Sol: x=9)*

36) $\frac{6x+1}{11}=\frac{2x-3}{7}$ *(Sol: x=-2)*

37) $\frac{x-1}{2}-x=\frac{1-x}{4}-3$ *(Sol: x=9)*

38) $4x-\frac{3-2x}{4}=\frac{3x-1}{3}+\frac{37}{12}$ *(Sol: x=1)*

39) $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}=\frac{5x-36}{4}-1$ *(Sol: x=8)*

40) $1-\frac{3x-7}{5}=\frac{5x+4}{15}-\frac{x-1}{3}$ *(Sol: x=3)*

41) $3-\frac{5x-1}{10}=\frac{x-1}{5}-\frac{x-3}{2}$ *(Sol: x=9)*

42) $\frac{5-x}{15}-\frac{9}{5}=-x-\frac{1-x}{3}$ *(Sol: x=17/9)*

43) $4-\frac{7-x}{12}=\frac{5x}{3}-\frac{5-3x}{4}$ *(Sol: x=2)*

44) $\frac{3x}{16}+1=\frac{3x}{8}-\frac{5}{4}$ *(Sol: x=12)*

45) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3}+1\right)+x=\frac{3}{4}\left(x-\frac{2}{3}\right)$ *(Sol: x=-2)*

46) $\frac{2}{3}\left[2(x+1)-\frac{x+1}{2}\right]=5\left(\frac{x}{2}-\frac{2x-1}{6}\right)$ *(Sol: x=-1)*

47) $\frac{2x-3}{5}-\frac{x+1}{2}+\frac{3}{5}x=2(x-4)$ *(Sol: x=23/5)*

48) $\frac{2(5x+2)}{9}-\frac{4x-1}{2}=x$ *(Sol: x=1/2)*

49) $\frac{2(2x-1)}{9}-\frac{2x-1}{4}=x$ *(Sol: x=1/46)*

50) $\frac{1-x}{3}-\frac{x-1}{12}=\frac{3x-1}{4}$ *(Sol: x=4/7)*

51) $\frac{x}{3}+\frac{4}{15}-x=\frac{1}{6}-\frac{7x}{10}$ *(Sol: x=-3)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 80: 16 y 17; pág. 89: 55, 56,*** *57 y 59*

Resumen: Método general para resolver ecuaciones de 1$^{\underline{\text{er}}}$ grado:

1. En primer lugar si hay **paréntesis se quitan** convenientemente.
2. A continuación, si hay **denominadores se quitan**, multiplicando ambos miembros por el mcm de los denominadores.
3. Una vez eliminados los paréntesis y denominadores **pasamos a un miembro los términos con x y al otro los términos independientes**.
4. Simplificamos ambos miembros, obteniendo finalmente $ax=b$
5. Despejamos x: $x=\boxed{\frac{b}{a}}$
6. Comprobamos la solución.

FICHA 2: 215 ecuaciones de 2º grado

RECORDAR: Forma general de la ecuación de 2º grado: $ax^2+bx+c=0$

Resolución: $\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$ *(Añadir esta fórmula al formulario)*

1. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado incompletas** aplicando el método más conveniente en cada caso –no vale utilizar la fórmula general-, y comprobar en cada caso las soluciones obtenidas:

1) $x^2-5x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=5$)*
2) $x^2-16=0$ *(Sol: $x=\pm4$)*
3) $x^2+8x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-8$)*
4) $x^2-49=0$ *(Sol: $x=\pm7$)*
5) $x^2+49=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*
6) $3x^2-9x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=3$)*
7) $2x^2-18=0$ *(Sol: $x=\pm3$)*
8) $5x^2+x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-1/5$)*
9) $x^2-3=0$ *(Sol: $x=\pm\sqrt{3}$)*
10) $x^2=x$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=1$)*
11) $x^2+x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-1$)*
12) $4x^2-1=0$ *(Sol: $x=\pm1/2$)*
13) $-x^2+12x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=12$)*
14) $x^2=10x$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=10$)*
15) $9x^2-4=0$ *(Sol: $x=\pm2/3$)*
16) $3x^2-11x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=11/3$)*
17) $x(x+2)=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-2$)*
18) $x^2+16=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*
19) $25x^2-9=0$ *(Sol: $x=\pm3/5$)*
20) $x^2-8=0$ *(Sol: $x=\pm2\sqrt{2}$)*
21) $4-25x^2=0$ *(Sol: $x=\pm2/5$)*
22) $2x^2-8=0$ *(Sol: $x=\pm2$)*
23) $-x^2-x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-1$)*
24) $16x+4x^2=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-4$)*
25) $(x+1)(x-1)=2(x^2-13)$ *(Sol: $x=\pm5$)*
26) $\frac{x}{2}+2x^2=-x(x-1)$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=1/6$)*
27) $x(x-1)-2x=-6x$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-3$)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 81: 21;* ***pág. 83: 26; pág. 90: 63****, 64 y 65*

2. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado**, teniendo en cuenta que:

- Las ecuaciones **completas** se resolverán mediante la conocida fórmula general.
- Las incompletas deberán ser resueltas como en el ejercicio anterior, no mediante la fórmula general.
- Las ecuaciones factorizadas no deben ser pasadas a la forma general, sino resueltas directamente.
- En ambos casos, y siempre que sea posible, se simplificarán los coeficientes antes de resolver.
- Comprobar las soluciones obtenidas en los apartados impares.

1) $x^2-6x+8=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=4$)*
2) $x^2-4x+4=0$ *(Sol: $x=2$)*
3) $x^2-4x+21=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*
4) $x^2-2x-3=0$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=3$)*
5) $x^2-5x+6=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=3$)*
6) $x^2-3x-10=0$ *(Sol: $x_1=-2$, $x_2=5$)*
7) $x^2+6x+9=0$ *(Sol: $x=-3$)*
8) $3x^2-10x+7=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=7/3$)*
9) $\frac{1}{2}x^2-x-4=0$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-2$)*

10) $2x^2-16x+24=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=6$)*

11) $\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x+2=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=3$)*

12) $6x^2-5x-6=0$ *(Sol: $x_1=-2/3$, $x_2=3/2$)*

13) $x^2-2x-1=0$ *(Sol: $x=1\pm\sqrt{2}$)*

14) $x^2-3x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=3$)*

15) $x^2+x-1=0$ *(Sol: $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$)*

16) $x^2-\frac{5}{2}x+1=0$ *(Sol: $x_1=1/2$, $x_2=2$)*

17) $x^2-2x+1=0$ *(Sol: $x=1$)*

18) $x^2-4x+7=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

19) $\frac{x^2}{9}-x+2=0$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=6$)*

20) $(x+2)(x-5)=0$ *(Sol: $x_1=-2$, $x_2=5$)*

21) $2x^2+8x+6=0$ *(Sol: $x_1=-3$, $x_2=-1$)*

22) $x^2=4$ *(Sol: $x=\pm2$)*

23) $-2x^2+5x+3=0$ *(Sol: $x_1=-1/2$, $x_2=3$)*

24) $(x-3)(x-1)=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=3$)*

25) $6x^2-13x+6=0$ *(Sol: $x_1=3/2$, $x_2=2/3$)*

26) $2x^2+10x+12=0$ *(Sol: $x_1=-3$, $x_2=-2$)*

27) $-x^2+5x-4=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=4$)*

28) $(4x-8)(x+1)=0$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=2$)*

29) $x^2-2x+6=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

30) $(2x-4)3x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=2$)*

31) $x^2=9$ *(Sol: $x=\pm3$)*

32) $9x^2-16=0$ *(Sol: $x=\pm4/3$)*

33) $x^2-9x+20=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=4$)*

34) $x^2-4x+3=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=3$)*

35) $x^2-x-6=0$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-2$)*

36) $x^2+2x+5=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

37) $x^2-6x+9=0$ *(Sol: $x=3$)*

38) $-2x^2+2x+15=0$ *(Sol: $x=\frac{1\pm\sqrt{31}}{2}$)*

39) $x^2-5x+4=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=4$)*

40) $3x^2-4x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=4/3$)*

41) $2x^2-8=0$ *(Sol: $x=\pm2$)*

42) $-4x^2+12x-9=0$ *(Sol: $x=3/2$)*

43) $x^2+2x-24=0$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-6$)*

44) $x^2+8x+15=0$ *(Sol: $x_1=-3$, $x_2=-5$)*

45) $x^2+5x-14=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=-7$)*

46) $7x^2-47x-14=0$ *(Sol: $x_1=-2/7$, $x_2=7$)*

47) $x^2+7x-144=0$ *(Sol: $x_1=-16$, $x_2=9$)*

48) $20x^2-7x-6=0$ *(Sol: $x_1=3/4$, $x_2=-2/5$)*

49) $x^2-6x+9=0$ *(Sol: $x=3$)*

50) $8x^2+33x+4=0$ *(Sol: $x_1=-4$, $x_2=-1/8$)*

51) $x^2+16=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

52) $x^2-2=0$ *(Sol: $x=\pm\sqrt{2}$)*

53) $5x^2-4x+\frac{4}{5}=0$ *(Sol: $x=2/5$)*

54) $x^2-4x+1=0$ *(Sol: $x=2\pm\sqrt{3}$)*

55) $x^2+7x-60=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=-12$)*

56) $10x^2+37x-12=0$ (*Sol:* $x_1=3/10$, $x_2=-4$)

57) $x^2-2x-8=0$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-2$)*

58) $x^2+2x+3=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

59) $2x^2-7x-4=0$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-1/2$)*

60) $x^2+6x-8=0$ *(Sol: $x=-3\pm\sqrt{17}$)*

61) $4x^2+11x-3=0$ *(Sol: $x_1=1/4$, $x_2=-3$)*

62) $x^2+2x+1=0$ *(Sol: $x=-1$)*

63) $x^2-13x+42=0$ *(Sol: $x_1=7$, $x_2=6$)*

64) $x^2+13x+42=0$ *(Sol: $x_1=-7$, $x_2=-6$)*

65) $x^2+5x+25=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

66) $3x^2-6x-6=0$ *(Sol: $x=1\pm\sqrt{3}$)*

67) $2x^2-7x-15=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=-3/2$)*

68) $6x^2-x-1=0$ *(Sol: $x_1=1/2$, $x_2=-1/3$)*

69) $3x^2-6x-4=0$ *(Sol: $x=1\pm\sqrt{21}/3$)*

70) $x^2-19x+18=0$ *(Sol: $x_1=18$, $x_2=1$)*

71) $12x^2-17x-5=0$ *(Sol: $x_1=5/3$, $x_2=-1/4$)*

72) $3x^2+15x+21=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

73) $2x^2-5x-3=0$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-1/2$)*

74) $5x^2+16x+3=0$ *(Sol: $x_1=-1/5$, $x_2=-3$)*

75) $x^2+9x-22=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=-11$)*

76) $x^2-169x+3600=0$ *(Sol: $x_1=25$, $x_2=144$)*

77) $x^2+2x-3=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-3$)*

78) $2x^2+ax-3a^2=0$ *(Sol: $x_1=a$, $x_2=-3a/2$)*

79) $x^2+x+1=0$ *(Sol: ∄ soluc.)*

80) $4x^2+8x+3=0$ *(Sol: $x_1=-3/2$, $x_2=-1/2$)*

81) $3x^2+4x+1=0$ *(Sol: $x_1=-1/3$, $x_2=-1$)*

82) $x^2+4x+3=0$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=-3$)*
83) $x^2+2x-35=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=-7$)*
84) $x^2+13x+40=0$ *(Sol: $x_1=-5$, $x_2=-8$)*
85) $x^2-4x-60=0$ *(Sol: $x_1=10$, $x_2=-6$)*
86) $x^2+7x-78=0$ *(Sol: $x_1=6$, $x_2=-13$)*
87) $x^2-10x+25=1$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=6$)*
88) $2x^2-11x+5=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=1/2$)*
89) $x^2+10x-24=0$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=-12$)*
90) $2x^2-3x+1=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=1/2$)*
91) $3x^2-19x+20=0$ *(Sol: $x_1=5$, $x_2=4/3$)*
92) $48x^2-38{,}4x-268{,}8=0$ *(Sol: $x_1=2{,}8$; $x_2=-2$)*
93) $2x^2-\sqrt{2}\,x-2=0$ *(Sol: $x_1=\sqrt{2}; x_2=-\sqrt{2}/2$)*
94) $3x^2-ax-2a^2=0$ *(Sol: $x_1=a$, $x_2=-2a/3$)*
95) $0{,}1x^2-0{,}4x-48=0$ *(Sol: $x_1=24$, $x_2=-20$)*
96) $12x^2+6x-\frac{45}{4}=0$ *(Sol: $x_1=3/4$, $x_2=-5/4$)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 81: 19 y 20; pág. 90: 60***

3. **TEORÍA:** Hallar el discriminante de cada ecuación y, sin resolverlas, indicar su número de soluciones:

a) $5x^2-3x+1=0$ *(Sol: ∄ soluc)*
b) $x^2-4x+4=0$ *(Sol: 1 soluc)*
c) $3x^2-6x-1=0$ *(Sol: 2 soluc)*
d) $5x^2+3x+1=0$ *(Sol: ∄ soluc)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 82: 22, 23 y 24;* ***pág. 90: 61***

4. **TEORÍA:** Calcular el valor del coeficiente **b** en la ecuación $5x^2+bx+6=0$ sabiendo que una de sus soluciones es 1 ¿Cuál es la otra solución? *(Sol: b=-11; x=6/5)*

5. **TEORÍA:**

a) Determinar para qué valores de **m** la ecuación $2x^2-5x+m=0$ tiene una solución. *(Sol: m=25/8)*
b) ¿Para qué valores de **a** la ecuación $x^2-6x+3+a=0$ tiene solución única? *(Sol: a=-6)*
c) Determinar para qué valores de **b** la ecuación $x^2-bx+25=0$ tiene una sola solución. *(Sol: b=±10)*

6. **TEORÍA:**

a) ¿Qué es el discriminante de una ecuación de 2º grado? ¿Qué indica? Sin llegar a resolverla, ¿cómo podemos saber de antemano que la ecuación x^2+x+1 carece de soluciones?

b) Inventar una ecuación de 2º grado completa que carezca de solución.

c) Calcular el valor del coeficiente **b** en la ecuación $x^2+bx+6=0$ sabiendo que una de las soluciones es 1. Sin necesidad de resolver, ¿cuál es la otra solución?

d) Razonar, sin resolver, por qué la ecuación $ax^2+bx=0$ presenta siempre la solución x=0

7. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado**, operando convenientemente en cada caso –para así pasarlas a la forma general–, y comprobar el resultado en los impares:

1) $2x^2+5x=5+3x-x^2$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-5/3$)*
2) $4x(x+1)=15$ *(Sol: $x_1=3/2$, $x_2=-5/2$)*
3) $-x(x+2)+3=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-3$)*
4) $x(x+3)-2x=4x+4$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-1$)*

5) $x(x^2+x)-(x+1)(x^2-2)=-4$ *(Sol: $x=-3$)*

6) $(2x-3)^2=1$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=2$)*

7) $(5x-1)^2=16$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-3/5$)*

8) $(4-3x)^2-64=0$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=-4/3$)*

9) $2(x+1)^2=8-3x$ *(Sol: $x=\frac{-7\pm\sqrt{97}}{4}$)*

10) $(2x+1)(x+1)=(x+2)(x-2)+3$ *(Sol: $x_1=-2$, $x_2=-1$)*

11) $(x-1)^2-(x+2)^2+3x^2=-7x+1$ *(Sol: $x_1=-4/3$, $x_2=1$)*

12) $4x(x+39)+9=0$ *(Sol: $x=-\frac{39}{2}\pm3\sqrt{42}$)*

13) $(3x-2)^2+5x^2=(3x+2)(3x-2)$ *(Sol: $\nexists$ soluc.)*

14) $4x(x+3)+(x+2)(x-2)=(2x+3)^2+x-1$
(Sol: $x_1=4$, $x_2=-3$)

15) $(2x+3)(2x-3)+5x=2(x+1)\ -1$ *(Sol: $x_1=-2$, $x_2=5/4$)*

16) $(2x+2)(2x-2)=(x+1)^2+2(x+1)(x-1)$
(Sol: $x_1=-1$, $x_2=3$)

17) $(2x+3)(2x-3)=(2x-3)^2+30x$ *(Sol: $x=-1$)*

18) $(2x-3)^2+x^2=(3x+1)(3x-1)-6$ *(Sol: $x_1=-4$, $x_2=1$)*

19) $(x+3)(x-3)-(x-2)^2=6+x(x-5)$ *(Sol: $x=\frac{9\pm\sqrt{5}}{2}$)*

20) $(2x-4)^2-2x(x-2)=48$ *(Sol: $x_1=8$, $x_2=-2$)*

21) $(2x-3)^2+x^2+6=(3x+1)(3x-1)$ *(Sol: $x_1=1$,$x_2=-4$)*

22) $(3x-2)^2=(2x+3)(2x-3)+3(x+1)$ *(Sol: $x_1=1$,$x_2=2$)*

23) $(x-1)(x-2)=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=2$)*

24) $(x-1)(x-2)=6$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=4$)*

25) $(2x-3)(1-x)=0$ *(Sol: $x_1=3/2$, $x_2=1$)*

26) $x\,(x-2)=3$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-1$)*

27) $(x^2-4)(2x-6)(x+3)=0$ *(Sol: $x=\pm2$; $x=\pm3$)*

28) $x\,(x+2)=3\,(x+2)$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-2$)*

29) $(x+2)(x-2)=12$ *(Sol: $x=\pm4$)*

30) $(x+3)(x-3)=3x-11$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=2$)*

31) $(2x-4)^2=0$ *(Sol: $x=2$)*

32) $x^4-16=0$ *(Soluc: $x=\pm2$)*

33) $x^4+16=0$ *(Sol: $\nexists$ soluc.)*

34) $x^6-64=0$ *(Soluc: $x=\pm2$)*

35) $(x+3)^7=0$ *(Sol: $x=-3$)*

36) $\sqrt{x^2+4x+4}=1$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=-3$)*

37) $(3x-2)^2=(2x+1)(2x-1)-2$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=7/5$)*

38) $x(2x-3)-(x-2)^2=2$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=-3$)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 83: 27; **pág. 89 y ss.:** 59 a, **68** y 71*

8. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado con denominadores**, operando convenientemente en cada caso –para así pasarlas a la forma general-, y comprobar el resultado en los impares:

1) $\frac{x^2-4}{x+3}=-12$ *(Sol: $x_1=-8$, $x_2=-4$)*

2) $\frac{x^2-4}{x+3}=0$ *(Sol: $x=\pm2$)*

3) $\frac{x}{3x}=\frac{x-1}{-3x-1}$ *(Soluc: $x=1/3$)*

4) $\frac{3x^2+2x}{5x^2-3}=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-2/3$)*

5) $\frac{x^2+3x-4}{x-3}=0$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-4$)*

6) $\frac{x^2+6x+3}{x-1}=-x$ *(Sol: $x_1=-3/2$, $x_2=-1$)*

7) $\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{13}{12}$ *(Sol: $x=\pm5$)*

8) $\frac{1-2x}{x+7}=\frac{x}{x-1}$ *($x_1=-1$; $x_2=-1/3$)*

9) $(x-3)^2=\frac{x}{4}$ *(Sol: $x_1=4$, $x_2=9/4$)*

10) $6+\frac{2x+4}{3}x=8$ *(Sol: $x_1=1$, $x_2=-3$)*

11) $1064=\frac{4+6(x-1)}{2}\cdot x$ *(Sol: $x_1=19$, $x_2=-56/3$)*

12) $\frac{x^2+2}{3}+\frac{x+7}{12}=1+\frac{x^2+1}{4}$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-1$)*

13) $\frac{x^2-1}{3}-\frac{x-1}{6}=2+\frac{x}{9}$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-13/6$)*

9. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado con paréntesis y denominadores**, operando convenientemente en cada caso –para así pasarlas a la forma general–, y comprobar el resultado en los impares:

1) $\frac{(x+2)^2}{9}=\frac{7}{9}-\frac{(x+3)(x-3)}{5}$ *(Sol: x_1=2, x_2=-24/7)*

2) $\frac{(2x+1)^2}{5}-\frac{(x+3)(x-3)}{3}=\frac{20}{3}$ *(Sol: x_1=2, x_2=-26/7)*

3) $\frac{(x-3)^2}{2}+\frac{(x+1)(x-1)}{3}=\frac{4x^2-19x+31}{6}$ *(Sol: x_1=–3, x_2=2)*

4) $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6}-\frac{(x+1)^2}{9}=\frac{x(7x-8)-1}{18}$ *(Sol: x_1=–2, x_2=2/3)*

5) $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{5x+6}{6}=\frac{(x+3)(x-3)}{3}+6$ *(Sol: x_1=0, x_2=7)*

6) $\frac{(x+2)(x-2)}{4}-\frac{(x-3)^2}{3}=\frac{x(11-x)}{6}$ *(Sol: x_1=–8, x_2=6)*

7) $\frac{3(x^2-11)}{5}-\frac{2(x^2-60)}{7}=36$ *(Sol: x=±9)*

8) $\frac{(x-1)^2}{2}-\frac{(1+2x)^2}{3}=-2-\frac{(2x-1)(2x+1)}{3}$ *(Sol: x_1=1, x_2=11/3)*

9) $\frac{(x+3)(x-3)-4}{2}-\frac{x-2}{3}=\frac{(x-2)^2+1}{6}$ *(Sol: x_1=4, x_2=–5)*

10) $\frac{(x+2)(x-2)}{12}+\frac{2x+1}{18}-\frac{6-5(x-2)}{6}=\frac{3(x-1)^2+11}{36}$ *(Sol: x_1=3)*

11) $\frac{-2x(x-1)}{5}-\frac{x+1}{2}+10=x^2-\frac{8x+12}{2}$ *(Sol: x_1=5, x_2=–31/14)*

12) $\frac{(x-3)^2}{4}-\frac{(x+3)(x-3)}{2}=5x$ *(Sol: x_1=1, x_2=-27)*

13) $3(x^2-4x+4)-\frac{(x+1)^2}{6}=\frac{(x-2)^2}{3}-\frac{(x+3)(x-3)}{2}$ *(Sol: x_1=3, x_2=2/3)*

14) $\frac{(2x+3)(2x-3)}{5}-\frac{(2x-3)^2}{2}=\frac{5x-1}{10}$ *(Sol: x_1=2, x_2=31/12)*

10. Resolver las siguientes **ecuaciones factorizadas –o factorizables–**, y comprobar el resultado:

1) $(x^2-4)(x^2+1)(x-3)=0$ *(Sol: x=±2, x=3)*

2) $(x^2-3x)(2x+3)(x-1)=0$ *(Sol:x_1=0,x_2=1;x_3=3,x_4=–3/2)*

3) $x^3-x^2-6x=0$ *(Sol: x_1=0, x_2=–2, x_3=3)*

4) $(3x^2-12)(x^2-x+2)(x^2+1)=0$ *(Sol: x=±2)*

5) $(x^2-x-2)(x^2+9)=0$ *(Sol: x_1=–1, x_2=2)*

6) $12x^3-2x^2-2x=0$ *(Sol: x_1=0, x_2=1/2, x_3=–1/3)*

7) $(3x^2+12)(x^2-5x)(x-3)=0$ *(Sol: x_1=0, x_2=3; x_3=5)*

8) $x^4-16x^2=0$ *(Soluc: x=0, x=±4)*

9) $(x+1)^2\,(x-3)=0$ *(Sol: x_1=–1, x_2=3)*

10) $(x+1)(x-2)(x^2-3x+4)=0$ *(Sol: x_1=–1, x_2=2)*

11) $(x^2+x-6)(x^2-4x)(x^2+4)=0$ *($x_1=2, x_2=-3; x_3=0, x_4=4$)*

12) $x^2(x-2)=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=2$)*

13) $x^6-16x^2=0$ *(Sol: $x=0$, $x=\pm 2$)*

14) $(x-3)(2x^2-8)(x^2+5x)=0$ *(Sol: $x=\pm 2$, $x=3$, $x=0$, $x=-5$)*

15) $(2x+5)(x^3-4x)(x^2-4x+4)=0$ *(Sol: $x=-5/2$, $x=0$; $x=\pm 2$)*

16) $x^3=3x$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=\sqrt{3}$; $x_3=-\sqrt{3}$)*

17) $x^2(2x-5)(x+2)=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=5/2$; $x_3=-2$)*

18) $(x-3)(x+5)(x^2+1)=0$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-5$)*

19) $x^3+2x^2-15x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=3$; $x_3=-5$)*

20) $(x+2)^2(x-3)^2=0$ *(Sol: $x_1=3$, $x_2=-2$)*

21) $(x-5)(x^2+4)=0$ *(Sol: $x=5$)*

22) $x^2+5x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-5$)*

23) $(2-12x)(2x^2-12)(2x^2-12x)=0$

(Sol: $x=0$, $x=\pm\sqrt{6}$; $x=6$; $x=1/6$)

24) $x^4-2x^3-224x^2=0$ *(Sol: $x=0$, $x=-14$; $x=16$)*

25) $(x-5)^2=0$

26) $(x^2-9)(x^2+9)(x^2+9x)=0$

(Sol: $x=0$, $x=\pm 3$; $x=-9$)

27) $x^3-x^2+x=0$ *(Sol: $x=0$)*

28) $(3x^2-12)(3x^2-12x)=0$

(Sol: $x=0$, $x=\pm 2$; $x=4$)

☞ *Ejercicios libro: **pág. 90: 6***

FICHA 3: 83 sistemas de ecuaciones de 1<u>er</u> grado

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones de 1<u>er</u> grado por el **método de sustitución,** y comprobar mentalmente:

1) $\left.\begin{array}{l} x+y=12 \\ x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=7, y=5)*

2) $\left.\begin{array}{l} x+3y=-2 \\ 2x-y=3 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=-1)*

3) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y=-6 \\ x+2y=8 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=3)*

4) $\left.\begin{array}{l} x+3y=6 \\ 2x-y=-2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=0, y=2)*

5) $\left.\begin{array}{l} x+3y=4 \\ 2x-y=1 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=1)*

6) $\left.\begin{array}{l} x+2y=0 \\ 2x-y=5 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=-1)*

7) $\left.\begin{array}{r} x+y=7 \\ 10x+3y=14 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=-1, y=8)*

8) $\left.\begin{array}{l} 2x-3y=-1 \\ 3x+2y=5 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=1)*

9) $\left.\begin{array}{l} 2x-8y=0 \\ 3x-2y=-10 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=-4, y=-1)*

10) $\left.\begin{array}{l} 6x+5y=23 \\ -4x+y=-11 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=1)*

11) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=2 \\ -3x+4y=-3 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1/3, y=-1/2)*

12) $\left.\begin{array}{l} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=1)*

13) $\left.\begin{array}{l} x+3y=1 \\ 2x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=0)*

14) $\left.\begin{array}{l} 2x-y=-2 \\ 4x+y=5 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1/2, y=3)*

15) $\left.\begin{array}{r} x+y=9 \\ 20x-3y=-4 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=8)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 99: 11 y 12; **pág. 108: 58***

2. **<u>APRENDER A DESPEJAR</u>**: Despejar en cada caso la incógnita que se indica, sin omitir ningún paso:

1) **y** en $y-9x=x-1$ $\left(Sol: y=10x-1\right)$

2) **x** en la anterior $\left(Sol: x=\dfrac{y+1}{10}\right)$

3) **x** en $x+3y=10x+60$ $\left(Sol: x=\dfrac{y-20}{3}\right)$

4) **y** en la anterior $\left(Sol: y=3x+20\right)$

5) **x** en $-9x=2y$

6) **y** en la anterior

7) **a** en $d=\dfrac{2a-3b}{4c}$ $\left(Sol: a=\dfrac{3b+4cd}{2}\right)$

8) **b** en la anterior $\left(Sol: b=\dfrac{2a-4cd}{3}\right)$

9) **c** en la anterior $\left(Sol: c=\dfrac{2a-3b}{4d}\right)$

10) y en $y=\frac{9x+60}{3}$

11) x en la anterior $\left(Sol: x=\frac{y-20}{3}\right)$

3. Resolver los siguientes sistemas por el **método de igualación,** y comprobar (mentalmente):

1) $\left.\begin{array}{r}3x-y=10\\2x+y=10\end{array}\right\}$ *(Sol: x=4, y=2)*

2) $\left.\begin{array}{r}x-2y=-8\\-x+3y=10\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-4, y=2)*

3) $\left.\begin{array}{l}3x-y=17\\2x+y=8\end{array}\right\}$ *(Sol: x=5, y=-2)*

4) $\left.\begin{array}{l}x-2y=-5\\3x+y=6\end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=3)*

5) $\left.\begin{array}{r}x-y=-18\\10x-2y=-12\end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=21)*

6) $\left.\begin{array}{l}3y-2x=-12\\2x+3y=0\end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=-2)*

7) $\left.\begin{array}{r}y-3x=-3\\5x=y+3\end{array}\right\}$ *(Sol: x=0, y=-3)*

8) $\left.\begin{array}{l}3y+10x=-3\\-5x-6y=0\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-2/5, y=1/3)*

9) $\left.\begin{array}{r}2x-2y=2\\-3x+2y=-1\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-1, y=-2)*

10) $\left.\begin{array}{l}x+3y=4\\x-6y=-2\end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=2/3)*

11) $\left.\begin{array}{l}x+3y=3\\5x-y=15\end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=0)*

12) $\left.\begin{array}{l}x+3y=25\\y-9x=27\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-2, y=9)*

13) $\left.\begin{array}{r}3x-2y=12\\x+5y=38\end{array}\right\}$ *(Sol: x=8, y=6)*

14) $\left.\begin{array}{r}5x-y=23\\5y-9x=13\end{array}\right\}$ *(Sol: x=8, y=17)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 100: 14;* ***pág. 108 y ss.: 59*** *y 64*

4. Resolver los siguientes sistemas por el **método de reducción,** y comprobar mentalmente:

1) $\left.\begin{array}{l}x+y=2\\x-y=6\end{array}\right\}$ *(Sol: x=4, y=-2)*

2) $\left.\begin{array}{r}-x+2y=-5\\x-y=3\end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=-2)*

3) $\left.\begin{array}{r}2x+y=1\\-x+2y=7\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-1, y=3)*

4) $\left.\begin{array}{r}3x-4y=-1\\x-3y=-7\end{array}\right\}$ *(Sol: x=5, y=4)*

5) $\left.\begin{array}{r}3x-4y=-6\\2x+4y=16\end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=3)*

6) $\left.\begin{array}{r}3x-2y=6\\9x+4y=108\end{array}\right\}$ *(Sol: x=8, y=9)*

7) $\left.\begin{array}{r}4x+y=-3\\-3x+y=11\end{array}\right\}$ *(Sol: x=-2, y=5)*

8) $\left.\begin{array}{l}2x+3y=4\\4x-6y=8\end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=0)*

9) $\left.\begin{array}{r}8x+9y=60\\10x-3y=18\end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=4)*

10) $\left.\begin{array}{r}8x+7y=15\\6x+11y=5\end{array}\right\}$ *(Sol: x=65/23, y=-25/23)*

11) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=2 \\ 6x-8y=6 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1/3, y=–1/2)*

12) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y=8 \\ x=2y \end{array}\right\}$ *(Sol: x=16/7, y=8/7)*

13) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y=7 \\ -3x-5y=-11 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=1)*

14) $\left.\begin{array}{r} 4x+y=-3 \\ 3x-y=-11 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=–2, y=5)*

15) $\left.\begin{array}{r} 3x+2y=11 \\ 5x-7y=8 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=1)*

16) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=6 \\ 9x+4y=108 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=8, y=9)*

17) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y=5 \\ 3x+4y=11 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=13, y=–7)*

18) $\left.\begin{array}{r} 4x+y=0 \\ 8x+3y=1 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=–1/4, y=1)*

☞ *Ejercicios libro: **pág. 101: 17**; pág. 109: 65*

5. Resolver los siguientes sistemas por el método que se indica en cada caso**,** y comprobar:

1) $\left.\begin{array}{r} x-2y=-3 \\ -2x+2y=0 \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=3, y=3)*

2) $\left.\begin{array}{r} x+3y=8 \\ 3x-y=-6 \end{array}\right\}$ *por igualación* *(Sol: x=–1, y=3)*

3) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=2 \\ 4x+2y=20 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=4, y=2)*

4) $\left.\begin{array}{r} 2x+4y=9 \\ 4x-2y=-2 \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=1/2, y=2)*

5) $\left.\begin{array}{r} 2x-y=2 \\ 3x+3y=21 \end{array}\right\}$ *por igualación* *(Sol: x=3, y=4)*

6) $\left.\begin{array}{r} -x+5y=-7 \\ 2x-3y=7 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=2, y=-1)*

7) $\left.\begin{array}{r} 2x-4y=-12 \\ 3x+2y=6 \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=0, y=3)*

8) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=13 \\ 2x+6y=-6 \end{array}\right\}$ *por igualación* *(Sol: x=3, y=–2)*

9) $\left.\begin{array}{r} 2x+y=-1 \\ -x+3y=4 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=–1, y=1)*

10) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=8 \\ x-4y=-7 \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=53/5, y=22/5)*

11) $\left.\begin{array}{r} 3x-y=-9 \\ 2x+y=-1 \end{array}\right\}$ *por igualación* *(Sol: x=–2, y=3)*

12) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=-4 \\ 2x+y=2 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=0, y=2)*

13) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y=14 \\ -9x=2y \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=2/3, y=–3)*

14) $\left.\begin{array}{r} y-3x=-8 \\ 3y-5x=y-3 \end{array}\right\}$ *por igualación* *(Sol: x=13, y=31)*

15) $\left.\begin{array}{l} x+3y=10x+60 \\ y-9x=x-1 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=3, y=29)*

16) $\left.\begin{array}{r} 3x-5y=4 \\ 6x+y=2 \end{array}\right\}$ *por sustitución* *(Sol: x=14/33, y=-6/11)*

17) $\left.\begin{array}{r} x+3y=75 \\ 5x-41y=x-336 \end{array}\right\}$ *igualación* *(Sol: x=39, y=12)*

18) $\left.\begin{array}{r} 3y-2x=6 \\ 2x+y=10 \end{array}\right\}$ *por reducción* *(Sol: x=3, y=4)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 102: 20; **pág. 108 y ss.: 60**, 62, 63 y 66*

6. Resolver los siguientes sistemas por el **método más indicado** en cada caso**,** y comprobar:

1) $\left.\begin{array}{r} x+y=3 \\ 4x-y=7 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=1)*

2) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=12 \\ 3x+y=7 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=-2)*

3) $\left.\begin{array}{l} 3x-2y=9 \\ 2x+5y=-13 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=-3)*

4) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2}+2y=10 \\ x-3y=6 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=12 y=2)*

5) $\left.\begin{array}{r} \frac{2x}{3}-\frac{3y}{2}=1 \\ x+y=4 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=42/13, y=10/13)*

6) $\left.\begin{array}{l} \frac{2(x-4)}{3}+4y=2 \\ \frac{3(y-1)}{2}+3x=6 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=23/11, y=9/11)*

7) $\left.\begin{array}{l} \frac{3(x-2)}{4}+\frac{2(y-3)}{5}=\frac{2}{5} \\ \frac{2(y-4)}{3}+\frac{3(x-1)}{2}=\frac{3}{2} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=4)*

8) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=7 \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=-1 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=31/3 y=160/9)*

9) $\left.\begin{array}{l} \frac{2(x-3)}{5}+\frac{y}{4}=\frac{1}{2} \\ \frac{3(y-2)}{5}+\frac{x}{9}=\frac{1}{3} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=2)*

10) $\left.\begin{array}{r} \frac{x+1}{2}-\frac{y-2}{3}=\frac{1}{3} \\ \frac{x}{3}+\frac{y+1}{2}=\frac{1}{2} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=–15/13, y=10/13)*

11) $\left.\begin{array}{l} \frac{3(x-1)}{2}+\frac{2(y-2)}{3}=\frac{13}{6} \\ \frac{3(x+1)}{2}-\frac{2(y+2)}{5}=\frac{5}{2} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=3)*

12) $\left.\begin{array}{l} \frac{2(x-5)}{7}+\frac{y-3}{2}=-\frac{1}{3} \\ \frac{3(y-1)}{5}-\frac{x-3}{3}=-1 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=474/71, y=293/213)*

13) $\left.\begin{array}{l} \frac{2(x-1)}{3}-\frac{1-y}{2}=-\frac{1}{3} \\ \frac{x+1}{2}+\frac{2(y+2)}{5}=\frac{19}{10} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=–1)*

14) $\left.\begin{array}{r} \frac{4(x-1)}{3}-\frac{2y+1}{2}=\frac{3}{2} \\ \frac{2x}{5}-\frac{2(y-1)}{3}=\frac{12}{5} \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=–2)*

15) $\left.\begin{array}{r} x-y+z=6 \\ 2x+y-3z=-9 \\ -x+2y+z=-2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=–2; z=3)*

16) $\left.\begin{array}{r} 2x+y-z=0 \\ x-2y+3z=13 \\ -x+y+4z=9 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=–1; z=3)*

17) $\left.\begin{array}{r} -2x+y+z=6 \\ 3x-z=-7 \\ x-5y+2z=7 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=–1, y=0; z=4)*

18) $\left.\begin{array}{r} 4x-4y-4z=20 \\ 6y-2x-2z=20 \\ 7z-x-y=20 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=32,5, y=17,5; z=10)*

☞ *Ejercicios libro: pág. 81: 21;* ***pág. 83: 26; pág. 90: 63****, 64 y 65*

NOTA: En el tema de rectas veremos el método gráfico para resolver sistemas.

7. **TEORÍA:** Encontrar, sin resolver previamente, cuál de los siguientes pares:

(3,-4) (6, -2) (-6,2) (6,2)

es solución del sistema $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=18 \\ x-4y=14 \end{array}\right\}$

☞ *Ejercicios libro: **pág. 106: 36 y 37***

8. TEORÍA: Indicar, razonadamente, cuáles de las siguientes parejas de sistemas son equivalentes:

a) $\left.\begin{aligned} 3x+y&=-4 \\ 2x-3y&=1 \end{aligned}\right\}$ $\left.\begin{aligned} 9x+3y&=-12 \\ -4x+6y&=-2 \end{aligned}\right\}$ **b)** $\left.\begin{aligned} x+3y&=8 \\ 3x-y&=-6 \end{aligned}\right\}$ $\left.\begin{aligned} 2x+6y&=15 \\ -3x+y&=6 \end{aligned}\right\}$ *(Sol: sí; no)*

9. TEORÍA: Inventar, razonadamente, un sistema de ecuaciones de 1$^{\underline{er}}$ grado cuyas soluciones sean x=2, y=3

FICHA 4: 66 problemas de planteamiento de ecuaciones y sistemas

RECORDAR: A la hora de resolver un problema que requiera el planteamiento de una ecuación o un sistema se recomienda:

- **Leer** atentamente **el enunciado** en su totalidad, para hacerse una idea de la situación.
- **Detectar qué nos piden** y llamarlo **x** (e **y**, si se trata de un sistema).
- **Plantear la ecuación** (o el sistema) que relaciona algebraicamente los datos del enunciado y la(s) incógnita(s); para ello, suele ser recomendable hacer una tabla –en los problemas de edades–, o un dibujo –en los de tipo geométrico–, o un diagrama –problemas de mezclas, depósitos…–, etc.
- **Resolverla**.
- Interpretar los resultados obtenidos y **comprobar** que verifican las condiciones del enunciado.

Planteamiento de una ecuación de 1er grado:

1. Juan pierde los 3/8 de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio? *(Sol: 16 canicas)*

2. Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado 1/3 del combustible que llevábamos. Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito? *(Sol: 60 l)*

3. De un depósito se gasta primero la mitad del agua, y luego la cuarta parte **de lo que quedaba**. Al final, quedan 12 litros. Hallar la capacidad del depósito. *(Sol: 32 l)*

4. Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? *(Sol: 74 l)*

5. Juan gasta los 3/5 del dinero que tenía y le sobran 30 euros. ¿Cuánto dinero gastó? *(Sol: 45 €)*

6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano; y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final? *(Sol: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)*

7. Lanzamos una pelota al aire y cuando cae rebota hasta los 3/4 de la altura que ha caído; vuelve a rebotar y llega hasta los 2/3 de la anterior altura. Si la primera vez llegó a 6 metros de altura, ¿qué altura alcanza la pelota en el segundo bote? ¿Desde qué altura se lanzó al principio? *(Sol: 4 m; 8 m)*

8. Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 77 *(Sol: 38 y 39)*

9. Un pastor vende 1/5 de sus ovejas. Después comprar 120 y así pasa a tener el doble de las que tenía al principio. ¿Cuántas tenía originalmente? *(Sol: 100 ovejas)*

10. Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los 2/3 **de los que quedaban**. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? *(Sol: 1/4)*

11. Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno si dentro de 9 años la suma de sus edades será de 84 años? *(Sol: 36 años el padre y 30 la madre)*

12. Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que al dividir el mayor entre el menor el cociente es 2 y el resto 3. *(Soluc: 11 y 25)*

13. Carlos es 6 años mayor que Javier y éste tiene la mitad de años que Pablo. Hallar la edad de cada uno, sabiendo que suman 70 años. *(Soluc: 16, 22 y 32 años)*

14. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? *(Sol: 300 págs.; 60 págs.)*

15. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? *(Sol: 150 cómics)*

16. Un automovilista que se detiene a repostar observa que para llegar a su destino todavía le queda el triple de lo que ya ha recorrido. Además, se da cuenta de que, si recorre 10 km más, estará justo en la mitad del trayecto. ¿Cuántos km ha recorrido y cuál es la longitud del viaje? *(Sol: 10 km; 40 km)*

17. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? *(Sol: 80 kg)*

18. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? *(Sol: 12 personas)*

19. Un padre reparte entre sus tres hijos respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le quedan 26 € ¿Cuánto dinero tenía al principio? *(Sol: 120 €)*

20. *Problema del bambú (texto indio del siglo IX):* Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? *(Sol: 23 codos)*

21. Un profesor llevaba corregidos al mediodía la 1/3 parte del total de exámenes de un grupo. Si corrige 6 más, habrá corregido la mitad ¿Cuántos exámenes son? ¿Cuántos llevaba corregidos al mediodía? *(Sol: 36; 12)*

22. En una evaluación de Matemáticas ha aprobado 3/4 de la clase. El resto se presenta a la recuperación, aprobando 1/3 de ellos. Al final del proceso son en total 20 los aprobados ¿Cuál es la proporción de aprobados? ¿Cuántos estudiantes forman la clase? *(Sol: Aprueban 5/6 de la clase; 24 estudiantes)*

23. Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? *(Sol: millones* $1\widehat{6}$*)*

24. Se han repartido 500 l de gasóleo, a partes iguales, en dos depósitos. ¿Cuántos l se han de pasar de uno a otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero? *(Sol: 125 l)*

25. Un hortelano siembra la mitad de su huerta de pimientos, la tercera parte de tomates y el resto, que son 200 m^2, de patatas. ¿Qué superficie tiene la huerta? *(Sol: 1200 m^2)*

26. Juan tiene 45 € y Rosa 30 €. Después de comprar los dos el mismo libro a Rosa le queda el doble de dinero que a Juan. ¿Cuál es el precio del libro? *(Sol: 15 €)*

27. Entre la bolsa A y la bolsa B hay un total de 80 bolas. Si pasáramos 10 bolas de la B a la A, el número de bolas de la bolsa A sería el triple del de la bolsa B ¿Cuántas bolas hay en cada bolsa? Comprobar la solución obtenida (No vale resolverlo por tanteo, sino algebraicamente) *(Sol: 50 en A y 30 en B)*

28. Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró 1/6 de su vida… se dejó barba después de 1/12 más. Después de 1/7 de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. *(Sol: 84 años)*

☞ *Ejercicios libro: **pág. 84: 29 a 32** (planteamiento de una ecuación de 1$^{\underline{er}}$ grado)*

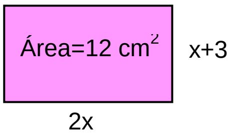
Planteamiento de una ecuación de 2^0 grado:

29. Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 *(Sol: 19 y 20)*

30. Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 *(Sol: 7)*

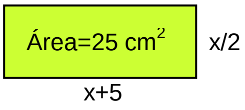
31. Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:

a)



(Sol: x≅1,37 cm)

b)



(Sol: x=5 cm)

32. En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. *(Sol: 30)*

33. Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 m^2. Calcular las dimensiones del rectángulo. *(Sol: 5x10 m)*

34. Hallar una fracción irreducible sabiendo que su denominador es igual al cuadrado del numerador menos 4, y ambos términos suman 86 *(Soluc: 9/77)*

35. Uno de los lados de un rectángulo es 3 m más pequeño que el triple del otro. Si el perímetro y área coinciden numéricamente, hallar ambos lados. *(Soluc: 3 y 6 m)*

36. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm^2 ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? *(Sol: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)*

37. Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. *(Sol: se verifica para cualquier edad)*

38. Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? *(Sol: 45)*

39. Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195 *(Sol: 13 y 15)*

40. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m^3. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. *(Sol: 20 m)*

41. Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman x+1 baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote. *(Sol: 1116 baldosas)*

☞ *Ejercicios libro: **pág. 85: 33 a 38** (planteamiento de una ecuación de 2º grado)*

Planteamiento de un sistema de ecuaciones de 1er grado:

42. En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y gallinas. *(Sol: 37 conejos y 24 gallinas)*

43. Un padre tiene el doble de edad que su hijo. Hace 17 años, tenía el triple. Hallar la edad de ambos. *(Sol: 68 y 34 años)*

44. Calcular las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 80 m y la altura es 2/3 de la base. *(Sol: 16 m de alto y 24 m de ancho)*

45. Un campo está plantado con un total de 250 árboles, entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá? ¿Y cuántos olivos? *(Sol: 80 almendros y 170 olivos)*

46. La edad actual de Luis es el doble que la de su hermano pequeño. Hace 7 años la suma de sus edades era igual a la edad actual de Luis. Hallar ambas edades. *(Sol: 28 años Luis y 14 años su hermano)*

47. Ana y Luisa tienen en total 40 €, pero Luisa tiene 10 € más que su amiga ¿Cuánto dinero tiene cada una? *(Sol: Ana 15 € y Luisa 25 €)*

48. El perímetro de un solar rectangular mide 40 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del solar? *(Sol: 15 m de largo y 5 m de ancho)*

49. En una granja viven la mitad de gallinas que de conejos. Si en total podemos contar 110 patas, ¿cuántos conejos y gallinas pueblan la granja? *(Sol: 11 gallinas y 22 conejos)*

50. La edad de un padre es actualmente el quíntuple de la de su hijo. Hace 5 años, la edad del padre era nueve veces la de su hijo. Hallar la edad actual de ambos. *(Sol: 50 y 10 años)*

51. Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene en total 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo? *(Sol: 13 sencillas y 37 dobles)*

52. A un grupo de amigos le cobran un día en un hotel 69 € por 3 desayunos y 5 comidas. Al día siguiente pagan 36 € por 4 desayunos y 2 comidas. Si pierden la factura, ¿cómo deducir cuánto costaba cada desayuno y cada comida? *(Sol: 3 € el desayuno y 12 € la comida)*

53. Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno? *(Sol: Javier, 46 años, y Nuria, 19)*

54. Un librero vendió 84 libros a dos precios distintos: unos a 4,50 €, y otros a 3,60 €, obteniendo de la venta un total de 310,50 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase? *(Sol: 9 y 75, respectivamente)*

55. Hace 10 años la edad de un abuelo era el cuádruple de la edad del nieto, mientras que dentro de 20 años sólo será el doble. Hallar sus edades. *(Sol: 70 y 25 años, respectivamente)*

56. Se desea mezclar vino de 55 cént./litro con otro de 40 cént./litro, de modo que la mezcla resulte a 45 cént./litro. ¿Cuántos litros de cada clase deberán mezclarse para obtener 300 litros de la mezcla deseada? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) *(Sol: 100 litros del vino de 55 cént. y 200 litros del de 40 cént.)*

57. Un padre tiene 30 años más que su hijo. Dentro de 15 años duplicará su edad. Hallar la edad de ambos. *(Sol: 45 y 15)*

58. Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) *(Sol: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)*

59. Hace un año la edad de un padre era tres veces mayor que la del hijo, pero dentro de 13 años no tendrá más que el doble. Hallar las edades de ambos. *(Sol: 43 y 15 años)*

60. En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay? *(Sol: 21 chicos y 9 chicas)*

61. Hace 5 años la edad de una persona era el triple de la de otra, y dentro de 5 años será el duplo. Hallar la edad de ambos. *(Sol: 35 y 15 años)*

62. Con dos clases de café, de 9 €/kg y 12 €/kg, se quiere obtener una mezcla de 10 €/kg. Hallar la cantidad que hay que mezclar de cada clase para obtener 30 kg de mezcla. *(Sol: 20 kg y 10 kg respectivamente)*

63. Un padre tiene 49 años y su hijo 11. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo? *(Sol: Dentro de 8 años)*

64. Un padre, preocupado por motivar a su hijo en Matemáticas, se compromete a darle 1 € por problema bien hecho, mientras que, si está mal, el hijo le devolverá 0,5 €. Después de realizar 60 problemas, el hijo ganó 30 €. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente? *(Ayuda: Plantear un SS.EE. de 1er grado)* *(Sol: 40 problemas)*

65. Entre Juan y Pedro tienen 40 €, pero si Juan le diera 5 € a Pedro entonces éste tendría el triple que su amigo ¿Cuánto dinero tiene cada uno? *(Sol: Juan 15 € y Pedro 25 €)*

66. En un garaje hay 15 vehículos entre coches y motos. Si hay en total 50 ruedas, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo? *(Sol: 10 coches y 5 motos)*

☞ *Ejercicios libro: **pág. 103: 23 a 26; pág. 110 y ss.: 70 a 85** (planteamiento de sistemas)*

***pág. 91 y ss.: 72 a 95** (planteamiento de ecuaciones de 1er o 2º grado, o de sistemas)*

NÚMERO	NUMERAL MULTIPLICATIVO
2	doble *o* duplo-a
3	triple *o* triplo-a
4	cuádruple *o* cuádruplo-a
5	quíntuple *o* quíntuplo-a
6	séxtuple *o* séxtuplo-a
7	séptuple *o* séptuplo-a
8	óctuple *u* óctuplo-a
9	nónuplo-a
10	décuplo-a
11	undécuplo-a
12	duodécuplo-a
13	terciodécuplo-a
100	céntuplo-a

Fuente: Diccionario panhispánico de dudas de la RAE

ECUACIONES SOLUCIONES EJERCICIOS LIBRO

I) EC. 1^er GRADO

soluciones de una ec.: pág. 77: $\boxed{5}$ −11 ; ⑥ ; pág. 88: $\boxed{46}$ a) si b) NO c) NO d) NO e) si f) NO

sencillas (sin paréntesis): pág. 78: $\boxed{8}$ a) $x=1$ b) $x=1$ c) $x=-18$ d) $x=3$ e) $x=-12$ f) $x=6$

$\boxed{9}$ a) $x=6$ b) $x=7$ c) $x=6$ d) $x=2$

$\boxed{10}$ a) $x=-15/7$ b) $x=-10$ c) $x=-1/13$ d) $x=-5$; ⑪ Identidad

pág. 79: $\boxed{12}$ a) $x=0$ b) Identidad c) $x=3$ d) $\nexists$ soluc. e) $\nexists$ soluc. f) $x=-1$

⑬ a) sí b) NO ; ⑭ Podemos eliminarlo de los dos miembros, porque...

pág. 88: $\boxed{48}$ a) $x=7$ b) $x=-7$ c) $x=-15$ d) $x=-28/3$ e) $x=3/2$ f) $x=7/3$

g) $x=5$ h) $x=-1$

$\boxed{49}$ a) $x=1$ b) $x=9$ c) $x=1/4$ d) $x=5/2$ e) $x=-35$ f) $x=12$

g) $x=1/2$ h) $x=-3$ i) $x=-1$

con paréntesis: pág. 80: $\boxed{15}$ a) $x=1$; b) $x=15$; pág. 89: $\boxed{52}$ a) $\nexists$ soluc. b) $x=2/5$ c) $x=1$ ~~d) x=15~~ repetido: es el 15b

e) $x=17$ f) $x=1$

con denominadores: pág. 80: $\boxed{16}$ a) $x=0$ b) $x=64$ c) $x=15$

pág. 89: $\boxed{53}$ a) $x=15$ b) $x=-42$ c) $x=-6$ d) $x=16$ e) $x=-5/3$ f) $x=50/3$

$\boxed{55}$ a) $x=7$ b) $x=-19$ c) $x=10$ d) $x=32/15$

$\boxed{56}$ a) $x=15/2$ b) $x=10$ c) $x=6$ d) $x=-8$ e) $x=50/7$ f) $x=60$

con denominadores y paréntesis: pág. 80: $\boxed{17}$ a) $x=16/3$ b) $x=8/5$

$\boxed{57}$ a) $x=80$ b) $x=-22/17$ c) $x=415/33$ d) $x=5/18$ e) $x=427/33$

$\boxed{59}$ b) $x=3/2$ c) $x=11$

II) EC. 2º GRADO

Ec. incompleta: pág. 81: ㉑ a) $x=\pm 7$ b) $x_1=0$; $x_2=-4$; pág. 83: $\boxed{26}$ a) $x_1=0, x_2=9$ b) $x_1=0, x_2=7$ c) $x_1=0$ $x_2=5/4$

d) $x_1=0, x_2=6/7$ e) $x=\pm 4$ f) $x_1=0, x_2=-6$ g) $x_1=0, x_2=-9$ h) $x_1=0$, $x_2=-11/10$

i) $x_1=0, x_2=-4/3$ j) $x=\pm 9$; pág. 90: $\boxed{63}$ a) $x=\pm\sqrt{8}$ b) $\nexists$ soluc. c) $x_1=0, x_2=-25$

d) $x=\pm 4$ e) $x_1=0, x_2=-3$ f) $x_1=0, x_2=-1$ g) $x=\pm 1$ h) $x_1=0, x_2=1$

(64) a) ± 3 b) ± 12 c) ± 5 d) ± 100 e) ± 5 f) ± 12 g) $\pm 1/2$ h) $\pm\sqrt{136}$ i) ± 6 j) ± 3 k) ± 3 (65) a) 0,7 b) 0,-3 c) 0,25 d) 0,10 e) 0,5

Ecs. factorizadas: pág. 90: $\boxed{67}$ a) $x=\pm 2$ b) $x=\pm 3$ c) $x_1=-3$; $x_2=5/2$; $x_3=10$ d) $x=5$ e) $x=2$

f) $x=0$, $x=16/15$

Ec. completa: pág. 81: $\boxed{19}$ a) $x_1=3, x_2=4$ b) $x_1=3$, $x_2=6$ c) $x=2$ d) $x_1=2$, $x_2=7$ e) $x_1=2$, $x_2=4$ f) $x_1=-1, x_2=-3$
(sencillas)

$\boxed{20}$ a) $x_1=5, x_2=-4$ b) $x_1=3, x_2=-8$ c) $x_1=4/3$, $x_2=-2$ d) $x_1=9$, $x_2=1$

pág. 90: $\boxed{60}$ a) $x_1=3$, $x_2=2$ b) $\nexists$ sol. c) $x=-4$ d) $x_1=2$, $x_2=-8/3$ e) $x=1$ f) $\nexists$ sol. g) $x_1=1, x_2=-5$

Nº soluciones y discriminante: pág. 82: $\boxed{22}$ a) 2 sol. b) 2 sol. c) $\nexists$ sol. $\boxed{23}$ a) $x=\frac{6\pm\sqrt{20}}{2}$ b) $\frac{-10\pm\sqrt{132}}{4}$ c) $x_1=2$, $x_2=0$

d) $\nexists$ sol. e) $x=\frac{3\pm\sqrt{2}}{7}$ f) $\nexists$ sol. ㉔ a) 2 sol. b) 1 sol. c) $\nexists$ sol. d) 2 sol.

pág. 90: (61) a) 2 sol. b) 2 sol. c) 1 sol. d) 2 sol. e) 1 sol. f) ∄ sol. g) ∄ sol.

Con paréntesis (e identidades notables): pág. 83: ㉗ a) $x = \pm 1/10$ b) $x_1 = 0,\ x_2 = -6/5$ c) $x_1 = -5,\ x_2 = 2$ d) $x_1 = 2,\ x_2 = -7/3$

pág. 89 y ss.: (59) a) $x = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{2}$ (64) l) $x_1 = 3/2;\ x_2 = -5$; $\boxed{68}$ a) $x_1 = 0,\ x_2 = 2$ b) $x_1 = 0,\ x_2 = 3$

c) $x_1 = 5,\ x_2 = -13/3$ d) $x_1 = -2,\ x_2 = 4$ e) $x = \pm 6$ f) $x_1 = 8,\ x_2 = -9/4$ g) $x_1 = 13/2,\ x_2 = 1/2$

(71) a) $x_1 = 1,\ x_2 = -4$ b) $x = \frac{226 \pm \sqrt{56572}}{12}$ $\boxed{c}$ ∄ sol. $\boxed{d}$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ $\boxed{e}$ $x = -4$ $\boxed{f}$ $x_1 = 0,\ x_2 = -5/3$

III) SISTEMAS DE ECUACIONES

Comprobar solución: pág. 106: $\boxed{36}$ b); $\boxed{37}$ a) NO b) NO c) SÍ d) NO

Sustitución: pág. 99: ⑪ $x = 4,\ y = 1$; ⑫ $x = 8,\ y = 0$; pág. 108: $\boxed{58}$ a) $x = 2,\ y = -1$ $\boxed{b)\ x = 1,\ y = 2}$ c) $x = 1,\ y = -1$

d) $x = 2,\ y = 3$ e) $x = -1,\ y = -1$ f) $x = 5,\ y = 2$ g) $x = 4,\ y = -2$ h) $x = 5,\ y = 1$

Igualación: pág. 100: ⑭ a) $x = 4,\ y = 1$ b) $x = 5,\ y = 3$; ⑮ a) ∞ soluc. b) ∄ sol.; pág. 108 y ss: $\boxed{59}$ a) $x = 2,\ y = -1$

b) $x = 1,\ y = 2$ c) $x = 1,\ y = -1$ d) $x = -1,\ y = -1$ e) $x = 4,\ y = -2$ f) $x = 2,\ y = 3$ g) $x = 2,\ y = 2$

h) $x = 5,\ y = 1$; (64) a) $x = 8,\ y = 8$ b) $x = 5/7,\ y = 13/7$ c) $x = 1,\ y = 4$

Reducción: pág. 101: $\boxed{17}$ a) $x = 4;\ y = 1$ b) $x = -13/17,\ y = -23/17$; ⑱ a) ∄ sol. b) ∞ sol.

pág. 109: (65) a) $x = 8,\ y = 6$ b) $x = -1,\ y = 0$ c) $x = 5,\ y = 1$ ← con denominadores

↑ con paréntesis

Por cualquier método: pág. 102: ⑳ a) $x = 4,\ y = 1$ b) $x = 27,\ y = -6$ c) $x = -12,\ y = 14$; ㉑ ∄ sol. ← con denominadores

pág. 108 y ss: $\boxed{60}$ a) $x = 3,\ y = 2$ b) $x = 2,\ y = 2$ c) $x = 0,\ y = 3$ d) $x = 64/39,\ y = -31/39$

(62) a) $x = 1,\ y = -2$ b) $x = 15,\ y = 12$ (66) a) $x = 0,\ y = 0$ b) $x = 1,\ y = 0$ c) $x = 7/4,\ y = -3/4$ } con denominadores

d) $x = 191/26,\ y = 136/13$ e) $x = 12/35,\ y = -19/21$

Problemas de planteamiento:

ec. 1er grado: pág. 84: ㉙ 16 y 32 ㉜ 77 y 79

ec. 2º grado: pág. 85: ㉝ ±12 ㉞ Ana 16 y Alberto 32 ㉟ 6 y -7 ㊱ Luisa 16 años y su hermano 11 ㊲ 19 y 20 ㊳ 25×30 m.

ambas: pág. 91 y ss.: $\boxed{72}$ 25 y 26 $\boxed{73}$ 2 $\boxed{74}$ **5** $\boxed{75}$ 283 y 284 $\boxed{77}$ 120.000 barriles

$\boxed{79}$ 5 años Ignacio y 9 años Miguel $\boxed{80}$ 15 años $\boxed{89}$ 37×47 m $\boxed{90}$ 70×100 m $\boxed{91}$ 5 y 12 ó -12 y -5

$\boxed{92}$ 6 m, 8 m y 10 m $\boxed{93}$ 40 cm. $\boxed{94}$ 8×10 cm $\boxed{95}$ 20 filas; 19 butacas por fila

pág. 84: ㉚ María 6 y Sara 10 ㉛ 13 chicos y 30 chicas; pág. 91: $\boxed{76}$ 100€ el estuche y 10.100€ el anillo

SS. EE.: pág. 103 y ss.: ㉓ Fernando 5 años y su padre 35 años ㉔ 6 aciertos ㉕ 75 dobles y 45 individuales ㉖ 4 personas y 23 pasteles

pág. 110: $\boxed{70}$ 2 y 8 $\boxed{71}$ 20 cm. base y 10 cm. altura $\boxed{72}$ 2€/Kg el albaricoques y 3€/Kg brevas $\boxed{73}$ 11 de 2€ y 2 de 5€

$\boxed{74}$ 2€ jabón y 3€ colonia $\boxed{75}$ 7 de 0,84€ y 4 de 0,26€ $\boxed{76}$ 10 de jamón y 8 de queso $\boxed{77}$ 20 coches y 30 motos

$\boxed{78}$ 75×100 m $\boxed{79}$ 50 discos José y 30 Luis $\boxed{80}$ 6 de cuatro plazas y 4 de cinco

61 EJERCICIOS DE FUNCIONES

FUNCIONES y GRÁFICAS

1. Construir una tabla de valores para cada una de las siguientes funciones:

a) $y=3x+2$ **b)** $f(x)=2x$ **c)** $y=x^2-4$ **d)** $f(x)=\sqrt{x}$

2. Completar la siguiente tabla (obsérvese el primer ejemplo):

Función expresada mediante un ENUNCIADO	Función expresada mediante EXPRESIÓN ALGEBRAICA
La función que a cada número le asocia su doble	y=2x
La función que a cada número le asocia su triple más 5	
	y=2x+1
La función que a cada número le asocia su mitad	
La función que a cada número le asocia su opuesto	
	y=-x+2
La función que expresa la distancia recorrida cada hora por un automóvil que circula a 60 km/h	
	$y=x^2$
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro	
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su área	

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 213: 4, 5 y 6***

3. Una compañía de telefonía móvil cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 10 € más 0,1 € por cada minuto de llamada. Construir una tabla que relacione el tiempo consumido y el coste de la factura. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente? Expresar algebraicamente la función correspondiente.

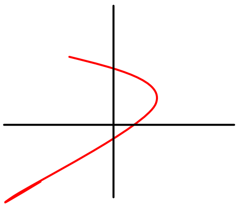
4. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y dibujar, a continuación, su gráfica:

a) $y=x+2$
b) $f(x)=2x-3$
c) $y=x^2-4$
d) $f(x)=-3x-1$
e) $y=x^2-6x+5$
f) $y=x$
g) $f(x)=4x-4$
h) $y=-x$
i) $y=x^2-4x+3$
j) $y=2$
k) $y=-x^2+x+3$
l) $f(x)=\sqrt{x-3}$
m) $y=x^2-5x+6$
n) $f(x)=\frac{x}{2}+3$
o) $y=x^3$
p) $y=\frac{1}{x}$
q) $y=3x-6$
r) $f(x)=-2x$
s) $y=x+1$
t) $y=x^2-2x-3$

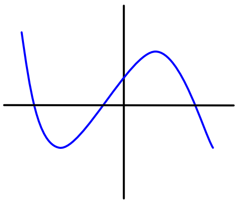
☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 214: 8 y 9***

5. ¿Cuáles de estas representaciones corresponden a la gráfica de una función? (Razonar la respuesta):

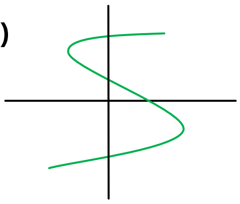
a)



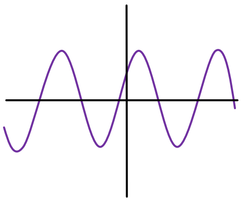
b)



c)



d)



☞ *Ejercicio libro ed. Santillana:* ***pág. 224: 42***

6. Representar gráficamente la función del ejercicio 3

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 224: 47; pág. 227: 74***

7. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y obtener, a continuación, su gráfica:

a) $f(x)=2x^3-3x^2$

b) $f(x)=x^3-3x$

c) $y=\frac{x+2}{x-1}$

d) $y=x^4-2x^2$

e) $y=\frac{2x}{x^2+1}$

f) $f(x)=x^3-3x^2$

g) $y=2x^3-9x^2$

h) $y=\frac{x^2}{x-1}$

i) $f(x)=x^3-6x^2+9x$

j) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$

k) $y=\frac{4x}{x^2+4}$

l) $y=2x^3-3x^2$

m) $y=x^3-12x$

n) $y=\sqrt{x^2-9}$

o) $y=\frac{x^2}{x^2+1}$

p) $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2}$

q) $y=\sqrt[3]{x}$

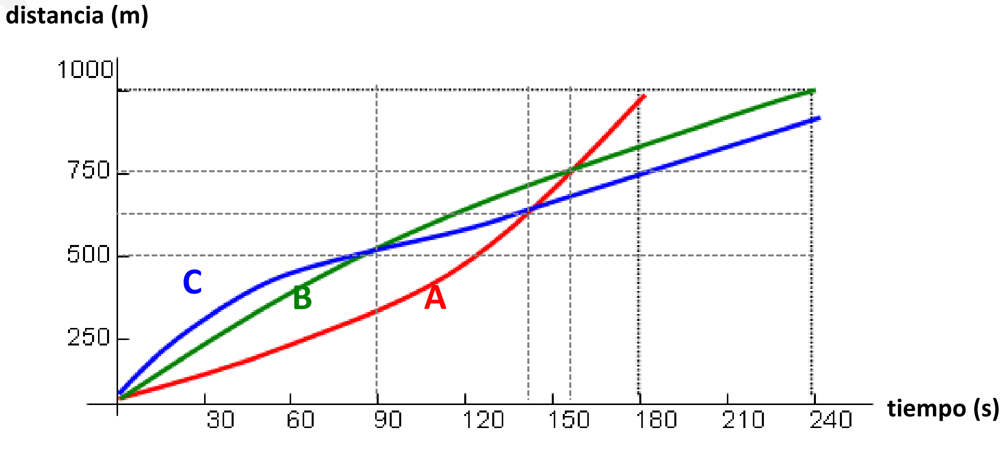
r) $y=\sqrt[3]{x^2}$

8. Un estudio de un ginecólogo muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentre su madre, de acuerdo con la siguiente tabla:

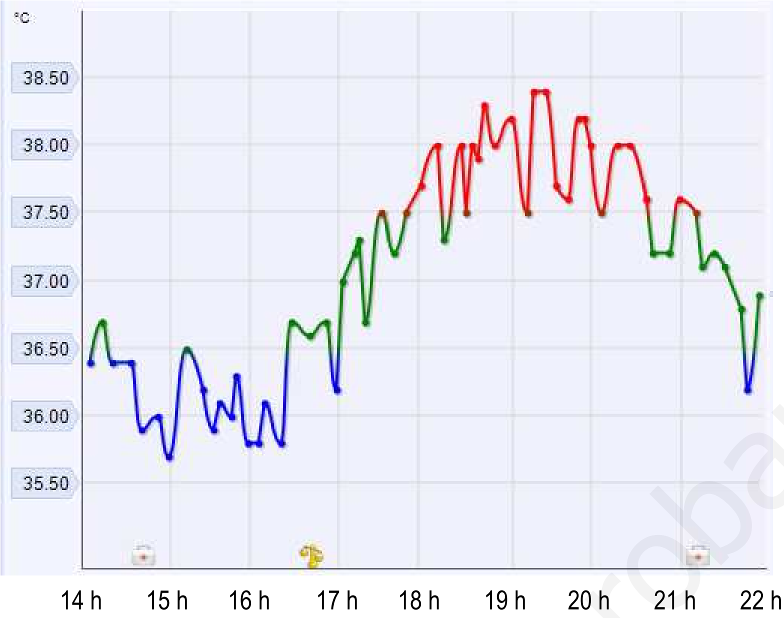
Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

Representar la función "longitud" en función de la edad del bebé. Comentar dicha gráfica.

9. Tres alumnos, que nombraremos **A**, **B** y **C**, participan en una carrera de 1000 m. La presente gráfica muestra de forma aproximada su comportamiento en la prueba. ¿Cómo describirías dicha carrera?



10. El siguiente gráfico describe la evolución de la temperatura corporal de una persona durante varias horas. Teniendo en cuenta que se considera fiebre por encima de 37,5º, describir dicha evolución.



FUNCIÓN LINEAL o DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA *(y=mx)*

11. **a)** Hallar la ecuación de una función lineal sabiendo que pasa por el punto P(1,7)

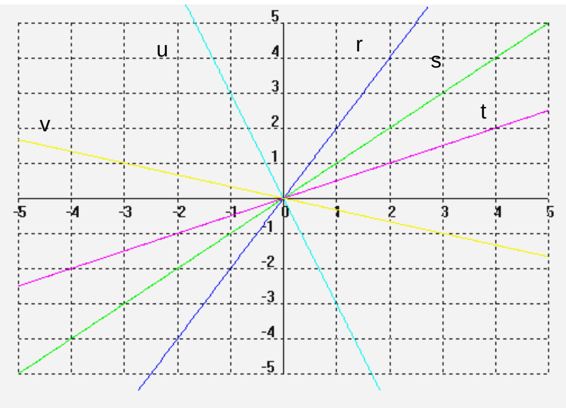
b) Ídem para P(–1,3)

c) Ídem para P(2,5)

12. Si se sabe que una función lineal pasa por el punto P(1,2), calcular su ecuación, y, a partir de ésta, hallar el valor de dicha función para x=3, x=5 y x=–8

☞ *Ejercicio libro ed. Santillana:* ***pág. 230: 4***

13. Calcular la pendiente y la ecuación de las funciones de proporcionalidad directa que aparecen en el siguiente gráfico:



☞ *Ejercicio libro ed. Santillana:* ***pág. 230: 3***

14. Un kg de patatas cuesta 55 céntimos. Obtener y a continuación representar la función que define el coste de las patatas (**y**) en función de los kg comprados (**x**). ¿Cuál es su Dom(f)? ¿Cuánto costarán 3,5 kg? ¿Qué cantidad podremos comprar si sólo disponemos de un billete de 5 €? *(Soluc: 1,93 €; 9,09 kg)*

15. Un grifo vierte agua a un depósito dejando caer cada minuto 25 litros. Formar una tabla de valores apropiada para representar la función "capacidad" en función del tiempo. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar una piscina de 50 m^3? *(Soluc: 33 h 20 min)*

16. Los paquetes de folios que compra un determinado instituto constan de 500 folios y cuestan 3 €.

a) Formar una tabla que nos indique el precio de 1, 2, ..., 10 folios.

b) Dibujar la gráfica correspondiente ¿Qué tipo de función se obtiene? ¿Cuál es la ecuación?

17. Pasada la Navidad, unos grandes almacenes hacen en todos los artículos un 20% de descuento.

a) ¿Cuál será el precio rebajado de unas zapatillas de deporte que costaban 45 €? ¿Y de un chándal que costaba 60 €?

b) Si llamamos **x** al antiguo precio del artículo e **y** al precio rebajado, ¿qué función se obtiene?

(Soluc: y=0,8x)

18. El IVA es un impuesto que en muchos productos supone un recargo del 16%. Si un fontanero hace una reparación de 240 €, ¿a cuánto ascenderá con el IVA? ¿Y si la reparación costara 50 €? Obtener la expresión algebraica general correspondiente al precio del trabajo del fontanero y la cantidad que se paga. *(Soluc: 278,4 €; 58 €; y=1,16x)*

19. Se quiere abrir un pozo de forma cilíndrica de diámetro 2 m. Expresar el volumen de agua que cabe en él en función de la profundidad *h*. ¿Qué tipo de función se obtiene?

FUNCIÓN AFÍN *(y=mx+n)*

20. Representar las siguientes rectas (mismos ejes de coordenadas en cada apartado) **obteniendo únicamente 2 puntos** (preferentemente los de corte con los ejes). Comprobar, además, su pendiente y su ordenada en el origen:

a) $y=3x+4$; $y=3x-2$

b) $y=-2x+5$; $y=-2x-3$

c) $y=-x+6$; $y=-x+6$

d) $y=3x$

e) $y=-5x$

f) $y=\frac{x}{2}+1$

g) $y=x$

h) $y=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$

i) $y=-x$

j) $y=\frac{3x}{2}-1$

k) $2x-y+3=0$

l) $x+y-3=0$

m) $x-2y-3=0$

n) $y=\frac{x}{2}$

o) $y=-\frac{2}{3}x$

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 231: 7; pág. 232: 9 y 11; pág. 240: 37***

21. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,3) y B(3,7). Comprobar la ecuación obtenida. Representarla gráficamente. Comprobar su pendiente y ordenada en el origen. *(Soluc: y=2x+1)*

22. Dada la recta y=3x–5, indicar razonadamente si los siguientes puntos pertenecen a ella: **a)** (2,–1) **b)** (1,–2) **c)** (0,0) **d)** (3,4) **e)** Hallar **m** para que la recta anterior pase por el punto (m,10).

23. Obtener razonadamente cuatro puntos cualesquiera de la recta y=–x+2, y cuatro puntos que no pertenezcan a ella.

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 241: 41 y 42***

24. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,–3) y (3,1). ¿El punto (7,9) pertenece a dicha recta? *(Soluc: y=2x-5; Sí)*

25. Ídem para:

a) A(1,–1) y B(4,8) *(Soluc: y=3x–4)*

b) A(–2,4) y B(1,1) *(Soluc: y=–x+2)*

c) A(–4,–1) y B(2,–4) *(Soluc: y=–x/2–3)*

d) A(–1,–1) y B(2,–7) *(Soluc: -2x-3)*

e) A(3,1) y B(–6,–2) *(Soluc: y=x/3)*

f) A(1,1) y (3,7) *(Soluc: y=3x–2)*

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 233: 12; pág. 239: 3; pág. 241: 46***

26. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto P(–1,–2). Comprobar la solución. *(Soluc: y=5x+3)*

27. Hallar la ecuación de la recta paralela a y=2x+5 que pasa por el punto P(2,1). ¿Cuál es su pendiente? *(Soluc: y=2x–3)*

28. **a)** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,–2) y (3,4). **b)** Hallar también una recta paralela a la anterior y que pase por el punto (–2,3) *(Soluc: y=3x–5; y=3x+9)*

29. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto (1,5). Comprobar la solución.

30. **a)** Hallar **razonadamente** la ecuación de la recta de pendiente 3 que pasa por el punto (4,2).

b) Comprobar, **razonadamente**, la solución obtenida en el apartado anterior.

c) Dibujar la recta en los ejes cartesianos y comprobar gráficamente su pendiente y ordenada en el origen.

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 241 y ss.: 44, 47, 48, 49, 51, 62 y 63***

31. En cada apartado, representar las rectas indicadas sobre los mismos ejes:

a) y=3x
y=3x+2
y=3x–7

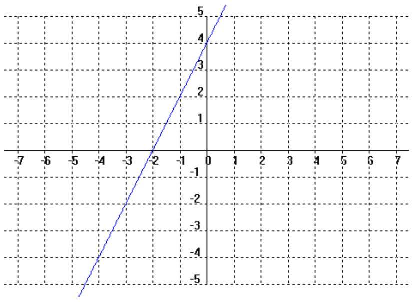
b) y=–3x
y=–3x+2
y=–3x–7

c) $y = \frac{1}{3}x$
$y = \frac{1}{3}x + 2$
$y = \frac{1}{3}x - 7$

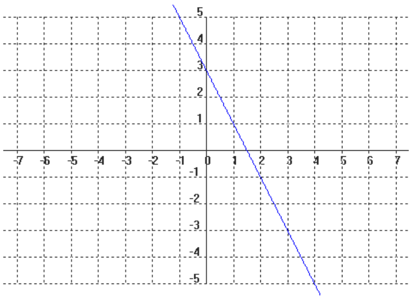
d) y=0
y=x
y=–x

32. Hallar, razonadamente, la ecuación de las siguientes rectas:

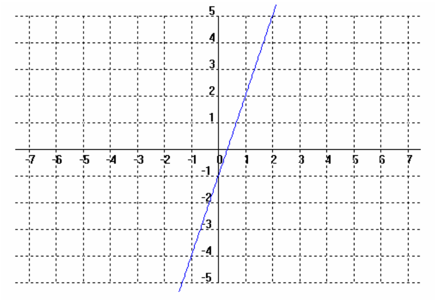
a)



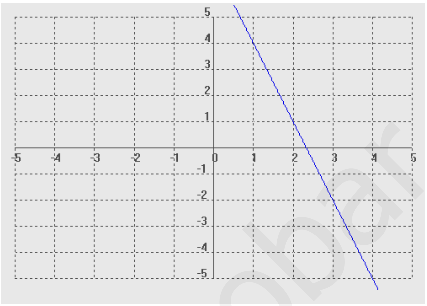
b)



c)

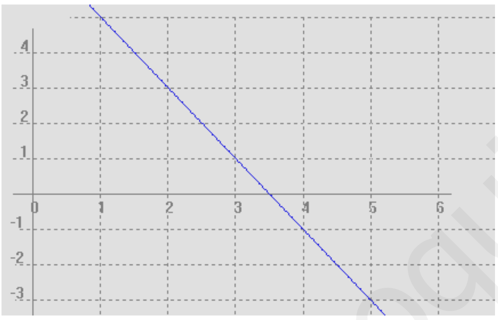


d)



(Soluc: a) y=2x+4; b) y=-2x+3; c) y=3x-1; d) y=-3x+7)

33.



Dada la recta de la figura, se pide:

a) Hallar su expresión analítica. *(Soluc: y=-2x+7)*

b) Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior.

c) Deducir, analíticamente, dónde corta a los ejes.

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana:* ***pág. 233: 14; pág. 239: 2; pág. 240: 39 y 40*** *(a partir de la gráfica);*

pág. 233: 15; pág. 241 y ss.: 45 y 61 *(analíticamente)*

34. **TEORÍA:** Sin necesidad de representarlas, indicar si cada una de las siguientes rectas es creciente o decreciente, indicando el porqué:

a) y=5x-2

b) y=-2x+7

c) y=-2x-7

d) y=8x

e) x+y-1=0

f) $y=\frac{x}{2}+5$

☞ *Ejercicio libro ed. Santillana:* ***pág. 240: 35***

35. **TEORÍA:** Dibujar en unos ejes de coordenadas e indicar la ecuación de un ejemplo de:

a) Una función afín de pendiente positiva y ordenada en el origen positiva.

b) Una función afín de pendiente positiva y ordenada en el origen negativa.

c) Una función afín de pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

d) Una función afín de pendiente negativa y ordenada en el origen negativa.

e) Una función de proporcionalidad directa de pendiente positiva.

f) Una función de proporcionalidad directa de pendiente negativa.

36. **TEORÍA:** Razonar, sin necesidad de representarlas, cuáles de las siguientes rectas son paralelas:

r: y=2x–3 s: y=x+7 t: y=–2x–3 u: y=2x v: y=x–3 w: y=2x+1 y=–x+7

37. Resolver **gráficamente** los siguientes sistemas de ecuaciones de $1^{\underline{er}}$ grado; resolverlos a continuación analíticamente (por el método deseado), y comprobar que se obtiene idéntico resultado:

a) $\left.\begin{array}{l} x+y=12 \\ x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=7, y=5)*

b) $\left.\begin{array}{l} x+3y=6 \\ 2x-y=-2 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=0, y=2)*

c) $\left.\begin{array}{l} x+3y=4 \\ 2x-y=1 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=1, y=1)*

d) $\left.\begin{array}{l} x+2y=0 \\ 2x-y=5 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=2, y=–1)*

e) $\left.\begin{array}{l} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=3, y=1)*

f) $\left.\begin{array}{l} x+3y=1 \\ 2x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=1, y=0)*

38. Comprobar analíticamente si los siguientes puntos están alineados (¡no vale gráficamente!):

a) A(–1,–5), B(2,1) y C(6,9) **b)** A(–1,2), B(4,–3) y C(10,–8)

☞ *Ejercicio libro ed. Santillana:* ***pág. 241: 57***

39. Sujeto al techo tenemos un muelle de 5 cm de largo; en él hemos colgado diferentes pesos y hemos medido la longitud que alcanza el muelle en cada caso, obteniendo los siguientes resultados:

Pesos (kg)	0	1	2	3	4
Longitud (cm)	5	7	9	11	13

Obtener la gráfica y contestar: **a)** ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?

b) ¿Se trata de una función afín? ¿Por qué?

c) Hallar su pendiente. ¿Cuál es su expresión algebraica? *(Sol: y=2x+5)*

d) ¿Qué significa en este caso la ordenada en el origen?

40. La siguiente tabla corresponde a una función afín:

x	0	10	20	30	40	50
f(x)	-3					97

Completar la tabla y obtener f(x) algebraicamente. *(Soluc: f(x)=2x–3)*

41. Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de la tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (ºC)	10	8	6	4,5

a) Representar la temperatura en función de la altura.

b) Obtener su expresión algebraica. *(Soluc: y=–x/180+10)*

c) ¿A partir de qué altura la temperatura será menor de 0ºC? *(Soluc: x=1800 m)*

42. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

a) Hallar la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg. *(Sol: y=5x+12)*

b) Representarla gráficamente.

c) ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g? *(Sol: 15 €)*

d) Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar? *(Sol: 7,6 kg)*

43. Los beneficios de una empresa desde el momento de su creación son los que figuran en la siguiente tabla:

MESES TRANSCURRIDOS	0	3	6	9
BENEFICIOS (millones de €)	4	3		1

a) Representar el beneficio en función del tiempo transcurrido. ¿Qué tipo de función se obtiene?

b) Obtener gráficamente la pendiente y la ordenada en el origen, e indicar a continuación su expresión algebraica. *(Soluc: y=–x/3+4)*

c) Hallar analíticamente el dato que falta en la tabla. *(Soluc: 2)*

d) Hallar analíticamente a partir de qué mes la empresa no tendrá beneficios. *(Soluc: x=12)*

44. Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un carrete, un precio fijo de 1,5 €, y por cada foto, 50 céntimos.

a) Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos. Indicar su expresión algebraica.

b) ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?

c) ¿Cuántas fotos podremos revelar con 100 €?

☞ *Ejercicios libro ed. Santillana: pág. 236: 24 y 25; pág. 242 y ss.: 66, 67,* ***68, 70, 71, 72 y 73***

45. **Función de proporcionalidad inversa:** Supongamos que un pintor tarda 120 minutos en pintar él solo un muro. Es evidente que, por tanto, dos obreros trabajando a la vez tardarían 60 minutos, y así sucesivamente. Con estos datos, se pide:

a) Completar la siguiente tabla:

nº de pintores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
tiempo empleado en pintar el muro (en minutos	120	60														

b) ¿Cuál es la expresión algebraica de la función correspondiente?

c) Representarla gráficamente. ¿Qué pasa a medida que el número de pintores aumenta? ¿Cómo se llama, por tanto, una función así?

d) Indica otros tres ejemplos de situaciones de la vida real en las que se da una función de proporcionalidad inversa.

EJERCICIOS DE PARÁBOLAS

46. Representar sobre los mismos ejes las siguientes parábolas. ¿Qué conclusiones podemos extraer?:

a) $y=x^2$ **b)** $y=2x^2$ **c)** $y=x^2/2$ **d)** $y=-x^2$ **e)** $y=-4x^2$

47. Dadas las siguientes parábolas, hallar:
i) Vértice.
ii) Posibles puntos de corte con los ejes.
iii) Representación gráfica.

- **a)** $y=x^2-6x+8$
- **b)** $y=x^2-2x-3$
- **c)** $y=-x^2-4x-3$
- **d)** $y=x^2-4x+7$
- **e)** $y=x^2-6x$
- **f)** $y=x^2+x+1$
- **g)** $y=3x^2+15x+18$
- **h)** $y=-x^2-2x-2$
- **i)** $y=x^2+2x-1$
- **j)** $y=x^2-4$
- **k)** $y=x^2+4$
- **l)** $y=x^2+4x+5$
- **m)** $y=x^2+4x+3$
- **n)** $y=-x^2-8x-4$
- **o)** $y=2x^2+4x+6$
- **p)** $y=-x^2-1$
- **q)** $y=(x+5)^2-8$
- **r)** $y=2(x-1)^2-8$
- **s)** $y=(x-5)^2+8$
- **t)** $y=-2(x-1)^2+8$
- **u)** $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-5$
- **v)** $y=x^2-2x+1$
- **w)** $y=x^2-4x+2$
- **x)** $y=2x^2-8x+6$
- **y)** $y=-3x^2-6x+12$
- **z)** $y=x^2-2x+3$
- **α)** $y=x^2-6x+5$
- **β)** $y=\frac{1}{4}x^2+x-2$
- **γ)** $y=2x^2-10x+8$
- **δ)** $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$
- **ε)** $y=x^2-8x+7$

48. **a)** Se sabe que la función $y=ax^2+bx+c$ pasa por los puntos (1,1), (0,0) y (–1,1). Calcular **a**, **b** y **c**.
(Soluc: $y=x^2$)

b) Ídem para los puntos (1,4), (0,–1) y (2,15) *(Soluc: $y=3x^2+2x-1$)*

49. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y=ax^2+ax+a$ y pasa por el punto P(1,9). Calcular el valor de **a**. ¿Cuál sería su vértice?

↕

50. Calcular **b** para que la parábola $y=x^2+bx+3$ pase por el punto P(2,–1). ¿Cuál sería su vértice?

51. Calcular **m** para que la parábola $y=x^2+mx+10$ tenga el vértice en el punto V(3,1). ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

52. ¿Cuánto debe valer **k** para que la parábola $y=4x^2-20x+k$ tenga un solo punto de corte con el eje de abscisas? ¿Para qué valores de **k** no cortará al eje x?

53. La parábola $y=ax^2+bx+c$ pasa por el origen de coordenadas. ¿Cuánto valdrá **c**? Si además sabemos que pasa por los puntos (1,3) y (4,6), ¿cómo calcularíamos **a** y **b**? Hallar a y b y representar la parábola.

54. Una parábola corta al eje de abscisas en los puntos $x=1$ y $x=5$. La ordenada del vértice es $y=-2$. ¿Cuál es su ecuación?

55. Calcular la expresión de una función cuadrática cuya intersección con el eje x son los puntos (2,0) y (3,0)

56. **a)** Una parábola tiene su vértice en el punto V(1,1) y pasa por P(0,2). Hallar su ecuación. *(Sol: $y=x^2-2x+2$)*

b) Ídem para la parábola de vértice V(–2,3) que pasa por P(1,–3) $\left(Sol: y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x-\frac{1}{3} \right)$

57. En cada apartado, representar las parábolas sobre los mismos ejes:

a) $\left.\begin{array}{l} y=x^2 \\ y=(x-4)^2 \\ y=(x+5)^2 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} y=x^2 \\ y=x^2+4 \\ y=x^2-5 \end{array}\right\}$ **c)** A la vista de lo anterior, ¿cómo sería la parábola $y=(x-4)^2+5$? ¿Cuál es su vértice?

58. La longitud de la circunferencia y el área del círculo se expresan en función del radio. ¿Qué tipo de funciones son? Dibujar las gráficas sobre unos mismos ejes cartesianos. ¿Para qué valor del radio coinciden numéricamente la longitud y el área?

59. Con un listón de madera de 4 m de largo queremos fabricar un marco para un cuadro.

a) Indicar la expresión analítica de la función "Superficie" en función de la longitud *x* de la base.

b) Representar gráficamente la función anterior.

c) A la vista de la gráfica, ¿para qué valor de la base se obtiene la superficie máxima? ¿Cuánto vale dicha superficie? Interpretar el resultado.

60.

Con 100 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared de 60 metros de largo, como indica la figura.

a) Llamando **x** a uno de los lados contiguos al muro (ver fig.), expresar los otros dos lados en función de **x**

b) Obtener la función que expresa el área del recinto en función de x.

c) Representar la función anterior.

d) ¿Cuándo se hace máxima el área del recinto? ¿Cuánto vale dicha área?

61. Un labrador tiene 72 m de valla para hacer un corral de gallinas de forma rectangular. ¿Cómo cambiará el área del corral al variar la longitud *x* de uno de los lados? Representar gráficamente la función anterior.

FICHA 1: Teorema de Pitágoras

1. Aplicar el teorema de Pitágoras para responder a las siguientes cuestiones (y hacer un dibujo aproximado, cuando proceda):

a) Hallar la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que sus catetos son 20 y 21 cm. *(Soluc: 29 cm)*

b) Si un cateto de un triángulo rectángulo y la hipotenusa miden 5 y 13 cm, respectivamente, ¿cuánto mide el otro cateto? *(Soluc: 12 cm)*

c) ¿Puede existir un triángulo rectángulo tal que su hipotenusa mida 73 cm y sus catetos 48 y 55 cm? *(Soluc: SÍ)*

d) ¿Y uno en el que los catetos midan 3 y 4 cm, y la hipotenusa 6 cm? *(Soluc: NO)*

e) Calcular el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 24 cm. *(Soluc: 40 cm)*

f) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y uno de los catetos 6 cm. Obtener la longitud del otro cateto (resultado con dos decimales, bien aproximados). *(Soluc: $\cong$10,39 cm)*

g) Contestar, sin utilizar el teorema de Pitágoras: ¿Puede haber un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa mide 12 cm y los catetos 9 y 15 cm? ¿Y uno en el que la hipotenusa sea 9 cm y los catetos 2 y 3 cm? *(Soluc: NO; NO)*

h) Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 34 cm y un cateto 30 cm, ¿cuánto mide el otro cateto? *(Soluc: 16 cm)*

i) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 21 y 28 cm. Hallar la hipotenusa. *(Soluc: 35 cm)*

j) Evaluar si los siguientes lados determinan un triángulo rectángulo: 8cm, 5 cm y 4 cm. *(Soluc: NO)*

k) Ídem para 10 cm, 8 cm y 6 cm. *(Soluc: SÍ)*

2. Determinar el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 8 cm (resultado con dos decimales, bien aproximados). *(Soluc: $\cong$5,66 cm)*

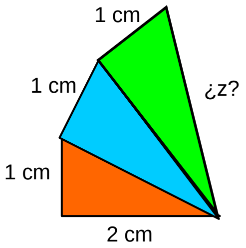
3. Hallar el lado de un triángulo equilátero de altura 28 cm (resultado con dos decimales, bien aproximados). *(Soluc: $\cong$32,33 cm)*

4. En un triángulo isósceles sabemos que los lados iguales miden 7 cm y el otro lado es de 4 cm. Calcular su altura. *(Soluc: $\cong$6,71 cm)*

5. Hallar la altura de un triángulo equilátero de perímetro 30 cm. *(Soluc: $\cong$8,66 cm)*

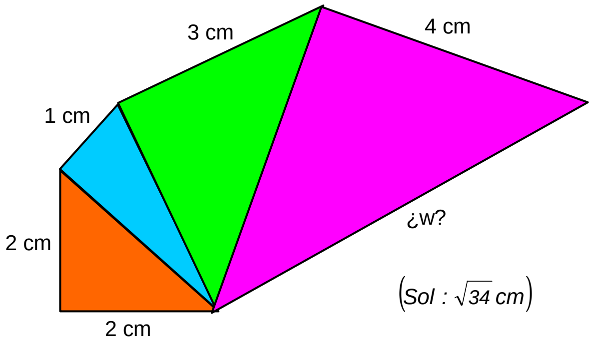
6. Hallar, en las construcciones de la figura a base de triángulos rectángulos, la longitud de los segmentos indicados, dejando el resultado en forma de raíz:

a)



$\left(Sol:\sqrt{7}\,cm\right)$

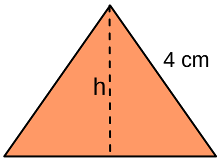
b)



$\left(Sol:\sqrt{34}\,cm\right)$

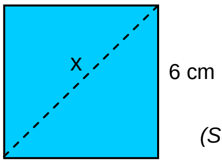
7. Calcular el valor de la altura del triángulo equilátero y de la diagonal del cuadrado (resultado con dos decimales, bien aproximados):

a)



(Sol: ≅ 3,46 cm)

b)



(Sol: ≅ 8,49 cm)

8. Obtener la longitud de la base de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 17 cm y su altura 8 cm.

(Soluc: 30 cm)

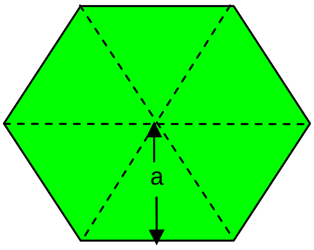
9. Hallar la base de un rectángulo de 20 m de diagonal y 12 m de altura. *(Soluc: 16 m)*

10. Hallar la longitud de los lados iguales de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 42 cm y su altura 20 cm. *(Soluc: 29 cm)*

11. Determinar la longitud del lado de un triángulo equilátero cuya altura es de 6 cm. *(Soluc: ≅ 6,93 cm)*

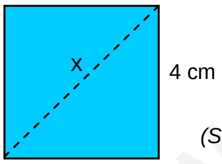
12. Obtener la altura de un triángulo equilátero de 6 m de base. *(Soluc: ≅ 5,20 m)*

13. La **apotema** de un polígono regular es el segmento trazado desde su centro al punto medio de un lado (ver figura). Hallar la apotema de un hexágono regular de 12 cm de lado. (Ayuda: Obsérvese que cada uno de los seis triángulos en que puede subdividirse el hexágono son equiláteros). *(Soluc: ≅ 10,39 m)*



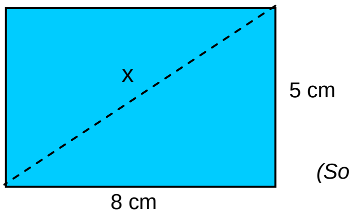
14. Calcular la longitud de **x** en las figuras:

a)



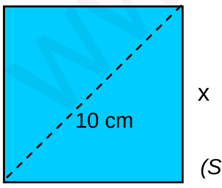
(Sol: ≅ 5,66 cm)

b)



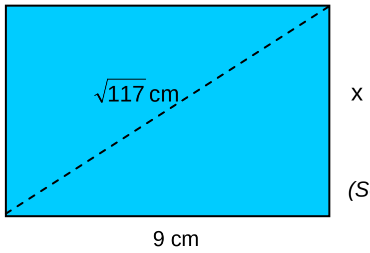
(Sol: ≅ 9,43 cm)

c)



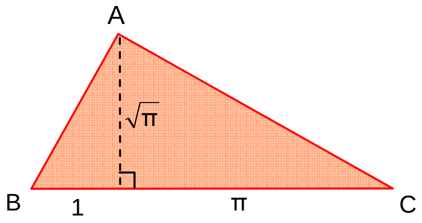
(Sol: ≅ 7,07 cm)

d)



(Sol: 6 cm)

15. **TEORÍA:** Demostrar que el triángulo ABC de la figura es rectángulo en A



FICHA 2: Áreas de triángulos y cuadriláteros

Pasos a seguir para resolver un problema de Geometría:

1. ¿Qué nos piden? (Área, volumen o perímetro)
2. ¿Qué fórmula necesitamos para calcular lo anterior? (¡Aprenderse el formulario!)
3. Para aplicar la fórmula anterior, ¿tenemos todos los datos o, por el contrario, hay que hallar algo –normalmente por Pitágoras– previamente?

Además, hay que tener en cuenta las unidades:

perímetro → unidades lineales
área → unidades^2
volumen → unidades^3

1. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Un triángulo escaleno obtusángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. *(Soluc: 26 cm^2)*

b) Un triángulo rectángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. *(Soluc: Ídem)*

c) Un cuadrado de 3 dm de lado. Hallar también su perímetro. *(Soluc: 9 dm^2; 12 dm)*

d) Un rectángulo de 4 cm de altura y doble de base. Hallar también su perímetro. *(Soluc: 32 cm^2; 24 cm)*

e) Un rectángulo de 8 cm de altura y la mitad de base. *(Soluc: Ídem)*

f) Un paralelogramo de base 5 m y altura 3 m. *(Soluc: 15 m^2)*

g) Un rombo de diagonales 9 y 12 dam. *(Soluc: 54 dam^2)*

h) Un trapecio isósceles de bases 12 y 8 cm y altura 5 cm. *(Soluc: 50 cm^2)*

i) Un trapecio escaleno de bases 12 y 8 cm y altura 5 cm. *(Soluc: Ídem)*

j) Un rombo de diagonales 2 y 4 km. *(Soluc: 4 km^2)*

k) Un trapecio rectángulo de bases 10 y 8 cm y altura 6 cm. *(Soluc: 54 cm^2)*

2. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Un rectángulo de 3 mm de alto y 5 mm de diagonal. Hallar su perímetro. *(Soluc: 12 mm^2; 14 mm)*

b) Un triángulo equilátero de 10 cm de lado. ¿Cuál es su perímetro? *(Soluc: $\cong$43,30 cm^2; 30 cm)*

c) Un triángulo rectángulo de hipotenusa 13 m, siendo uno de los catetos 5 m. Indicar también su perímetro. *(Soluc: 30 m^2; 30 m)*

d) Un triángulo equilátero de 90 hm de perímetro. *(Soluc: $\cong$389,71 hm^2)*

e) Un cuadrado de diagonal $\sqrt{50}$ cm (Ayuda: considerar el cuadrado como un rombo) *(Soluc: 25 cm^2)*

f) Un rectángulo cuya base mide 10 cm y la diagonal $\sqrt{116}$ cm. Hallar su perímetro. *(Soluc: 40 cm^2; 28 cm)*

g) Un rectángulo de base 7 m y perímetro 24 m. *(Soluc: 35 m^2)*

h) Un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 m. Hallar su perímetro. *(Soluc: $\cong$15,58 m^2; 18 m)*

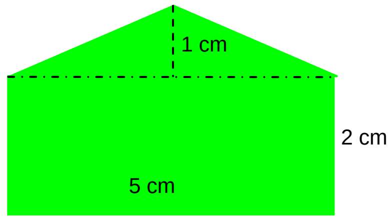
i) Un triángulo isósceles de base 6 cm y lados iguales 12 cm. Hallar también su perímetro.*(Sol: 34,86 cm^2; 30 cm)*

3. Hallar el lado y el área de un rombo de diagonales 2 y 4 cm. *(Soluc: ≅ 2,24 cm; 4 cm^2)*

4. Ídem con un rombo de diagonales 10 y 24 mm. *(Soluc: 13 mm; 120 mm^2)*

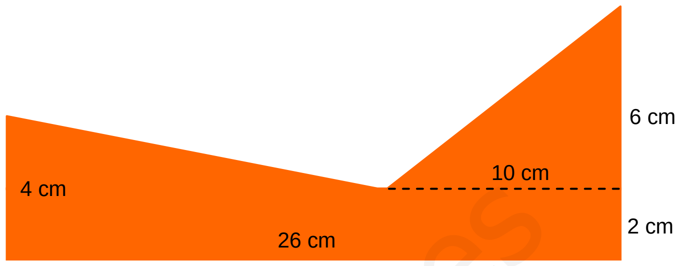
5. Determinar el área las siguientes figuras compuestas:

a)



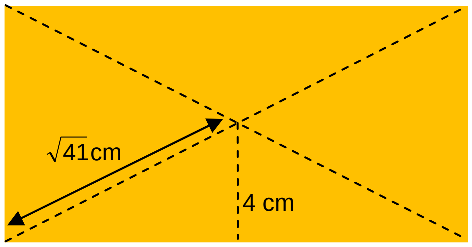
(Sol: 12,5 cm^2)

b)



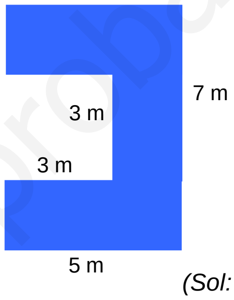
(Sol: 98 cm^2)

c)



(Sol: 80 cm^2)

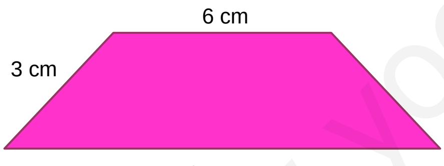
d)



(Sol: 26 m^2)

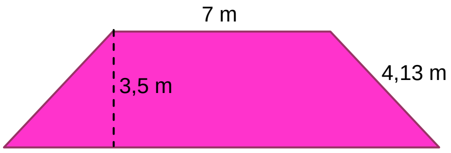
6. Hallar el área de los siguientes trapecios <u>isósceles</u>:

a)



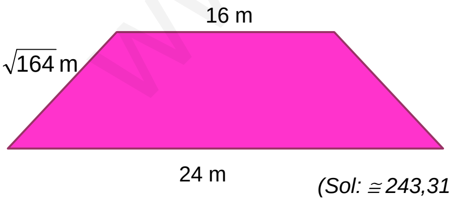
(Sol: ≅ 17,92 cm^2)

b)



(Sol: ≅ 32,17 m^2)

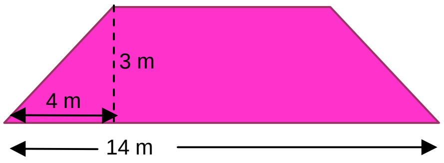
c)



(Sol: ≅ 243,31 m^2)

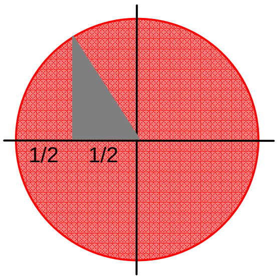
7.

d)



(Sol: 30 m^2)

7. Hallar el área del triángulo sombreado:



(Sol : $\sqrt{3}/32$)

FICHA 3: Áreas de polígonos regulares y figuras circulares

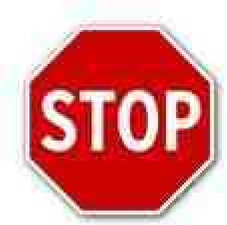
Áreas de polígonos regulares:

1. Calcular el área de un hexágono regular de 6 m de lado. *(Soluc: ≅93,53 m²)*

2. Hallar el área de un hexágono regular de $\sqrt{3}$ dm de apotema. Dejar el resultado en forma de raíz. $\left(Sol: 6\sqrt{3}\,dm^2\right)$

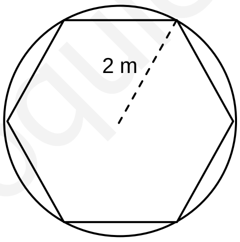
3. Calcular el área de un hexágono regular de 24 cm de perímetro. *(Soluc: ≅41,57 cm²)*

4. Hallar el área de la siguiente señal de tráfico, si su altura es 90 cm y su lado mide 37 cm.



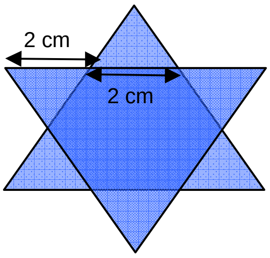
(Sol: 6660 cm²)

5. Obtener el área de un hexágono regular circunscrito (ver figura) en una circunferencia de radio 2 m.



(Sol: ≅10,39 m²)

6. Hallar el área del siguiente hexágono regular estrellado (Ayuda: relacionar primero el área de los seis triángulos con la del hexágono interior):



(Sol: ≅20,78 cm²)

Áreas de figuras circulares:

7. **Para realizar en casa:** Medir, por medio de una cinta métrica, el perímetro de la circunferencia de un objeto cilíndrico (p.ej. una lata de conservas). A continuación, medir con una regla su diámetro. Finalmente, dividir el perímetro entre el diámetro. Obtendremos siempre, sea cual sea el objeto utilizado, una cantidad muy próxima a $\pi \cong 3{,}141592654\ldots$

NOTA: En los siguientes ejercicios se recomienda trabajar con todos los decimales de π que aporta la calculadora, con el fin de disminuir el error en el resultado.

8. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Una circunferencia de 6 cm de radio. Hallar también su longitud. *(Soluc: ≅113,10 cm^2; ≅37,70 cm)*

b) Un sector circular de 120 º de amplitud y 20 cm de radio. Hallar su perímetro. *(Soluc: ≅418,88 cm^2)*

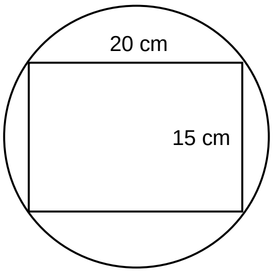
c) Un círculo de 4 m de diámetro. Obtener su longitud. *(Soluc: ≅12,57 m^2; ≅12,57 m)*

d) Un sector circular en un círculo de 8 m de diámetro, con una abertura de 60º. *(Soluc: ≅8,38 m^2)*

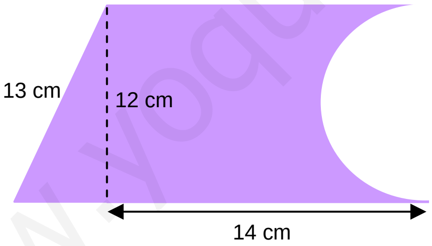
e) Una circunferencia de 9 dam de radio. Hallar su perímetro. *(Soluc: ≅254,47 dam^2; ≅56,55 dam)*

9. Hallar el área de la corona circular formada por dos circunferencias concéntricas de radios 3 y 5 cm. Dibujar dicha corona. *(Soluc: ≅50,27 cm^2)*

10. Hallar el área de la circunferencia circunscrita a un rectángulo de lados 15 y 20 cm (ver figura). *(Soluc: ≅490,87 cm^2)*



11. Calcular la superficie de la siguiente pieza:

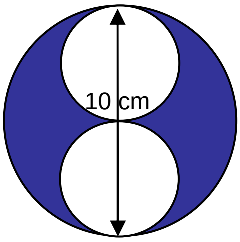


(Soluc: ≅141,45 cm^2)

12. Dibujar un sector circular de amplitud 30º asociado a una circunferencia de 12 m de radio. Calcular su área y su perímetro. *(Soluc: ≅3,77 m^2; ≅24,63 m)*

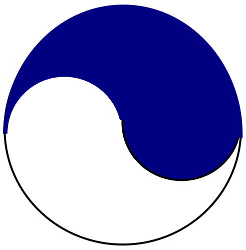
13. Hallar el área de los siguientes recintos sombreados, sabiendo que la circunferencia exterior mide en todos los casos 10 cm de diámetro:

a)



(Sol: ≅39,27 cm^2)

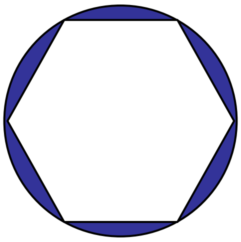
b)



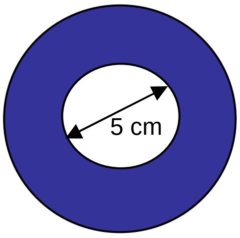
(Sol: ≅39,27 cm^2)

c)

d)



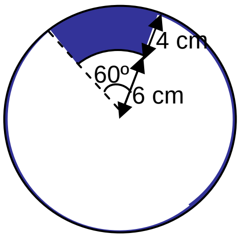
(Sol: ≅ 13,59 cm^2)



CORONA CIRCULAR

(Sol: ≅ 58,90 cm^2)

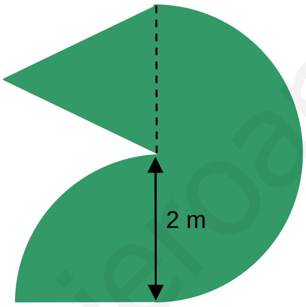
e)



TRAPECIO CIRCULAR

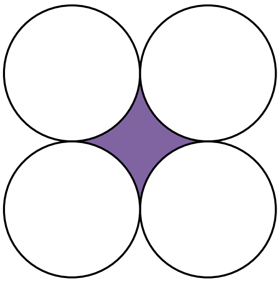
(Sol: ≅ 33,51 cm^2)

14. Calcular la superficie de la siguiente figura:

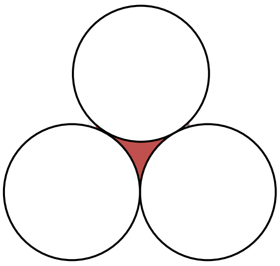


(Sol: ≅ 11,42 m^2)

15. En la figura adjunta cada uno de los círculos tiene radio r. Hallar, en función de r, el área y el perímetro de la zona sombreada. *(Soluc: $(4-\pi)r^2$ y $2\pi r$, respectivamente)*



16. Ídem con la siguiente figura (Ayuda: considerar el triángulo equilátero cuyos vértices son los centros de cada circunferencia) *(Soluc: $(\sqrt{3}-\pi/2)r^2$ y πr, respectivamente)*



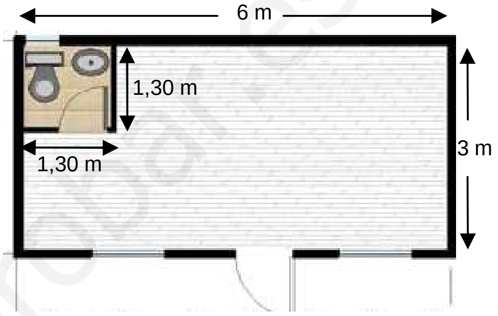
FICHA 4: 32 Problemas de planteamiento y aplicación de áreas y volúmenes

Problemas de planteamiento de áreas:

1. Una torre de 150 m de alto proyecta a cierta hora del día una sombra de 200 m. ¿Qué distancia hay desde el punto más alto de la torre hasta el extremo de la sombra? (Hacer un dibujo explicativo). *(Soluc: 250 m)*

2. Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre una pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared? (Hacer un dibujo explicativo). *(Soluc: 8 m)*

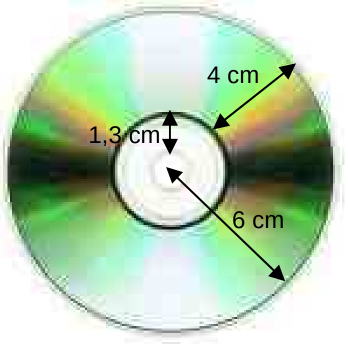
3. Se tiene una mesa cuadrada de 74 cm de lado y un mantel circular de 107 cm de diámetro. Cubrirá el mantel por completo la mesa? Razonar la respuesta. *(Soluc: Sí, porque en dicho círculo se puede inscribir un cuadrado de 75,66 cm)*



4. En los lados de un campo en forma de cuadrado se han plantado 16 árboles, separados 5 m entre sí. ¿Cuál es el área del terreno? *(Soluc: 400 m^2)*

5. Se desea enmoquetar el suelo de una oficina, cuya planta es la de la figura adjunta. Si la moqueta cuesta 20 €/m^2, ¿cuánto costará en total? *(Soluc: 72.600 €)*

6. En una pista circular de 30 m de diámetro se quieren echar 30 kg de arena por m^2 ¿Cuántas toneladas de arena se necesitarán? *(Soluc: ≅21,21 t)*

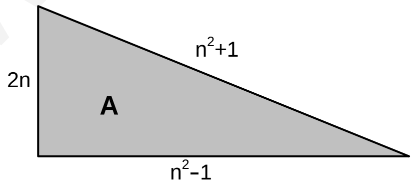


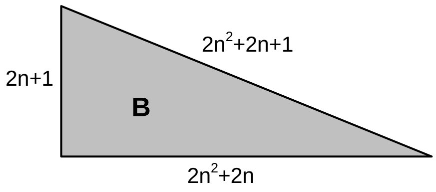
7. Calcular, a la vista de la figura adjunta, el área que puede grabarse de un disco compacto. ¿Qué porcentaje del área total del disco se aprovecha para grabar? *(Soluc: ≅100,53 cm^2; ≅90,11%)*

8. Calcular los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son tres números consecutivos. *(Sol: 3, 4 y 5)*

9. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm^2 ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? *(Soluc: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)*

10. Los griegos conocían las dos siguientes posibles formas de construir un triángulo rectángulo con sus tres lados de longitud entera, sin más que dar valores a $n \in IN$. Comprobar la veracidad de dichas fórmulas generando algunos casos concretos.





Problemas de volúmenes y áreas de cuerpos geométricos:

11. Dibujar los siguientes cuerpos y hallar su volumen:

a) Un cubo de 9 m de arista. Hallar también su área. *(Soluc: 729 m^3; 486 m^2)*

b) Un prisma triangular regular recto de arista básica 5 cm y 16,5 cm de altura. Calcular también su área. *(Soluc: ≅178,62 cm^3; ≅269,15 cm^2)*

c) Un ortoedro de base 9 x 6 m y altura 16 m. Hallar, además, su área. *(Soluc: 864 m^3; 588 m^2)*

d) Un prisma hexagonal regular recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Obtener su área. *(Soluc: $\cong$1662,77 cm^3; $\cong$812,55 cm^2)*

e) Un cilindro recto de 3 cm de radio y 10 cm de altura. Hallar también su área. *(Soluc: $\cong$282,74 cm^3)*

f) Un cilindro circular oblicuo de 3 mm de radio y 5 mm de altura. *(Soluc: $\cong$141,37 mm^3)*

g) Un cono recto de altura 4 cm y radio de la base 3 cm. Hallar también su área. *(Soluc: $\cong$37,70 cm^3)*

h) Un cono recto de 4 cm de radio y 6 cm de generatriz. Hallar previamente su altura. Hallar también su área. *(Soluc: $\cong$4,47 cm; $\cong$74,93 cm^3)*

i) Un prisma hexagonal regular recto cuya arista de la base mide 3 cm y la altura 4 cm. Hallar también su superficie. *(Soluc: $\cong$93,53 cm^3; $\cong$118,77 cm^2)*

j) Un planeta esférico de 10 km de radio. Obtener su superficie. *(Sol: $\cong$4188,79 km^3; $\cong$1256,64 km^2)*

k) Una pirámide recta de altura 1,63 cm y cuya base es un triángulo equilátero de 2 cm de lado. Hallar el área. *(Soluc: $\cong$0,94 cm^3)*

l) Un paralelepípedo oblicuo de altura 10 m cuya base es un rectángulo de 2 x 3 m. *(Soluc: 60 m^3)*

m) Un prisma triangular oblicuo de 1 m de altura y base un triángulo equilátero de medio metro de lado. *(Soluc: $\cong$0,11 m^3)*

n) Una pirámide recta de 15 m de altura cuya base es un cuadrado de 10 m de lado. Hallar también su área. *(Soluc: 500 m^3; $\cong$416,23 m^2)*

o) Una pirámide oblicua de 20 cm de altura cuya base es un triángulo equilátero de 6 cm de lado. *(Soluc: $\cong$103,92 cm^3)*

p) Un cono circular oblicuo de 12 mm de radio y 2 cm de altura; hallar su volumen en mm^3. *(Sol: $\cong$3015,9 mm^3)*

q) Un prisma triangular recto de altura 3 dm y cuya base es un triángulo equilátero de 2 dm de lado. Hallar también su superficie. *(Soluc: $\cong$5,19 dm^3; $\cong$21,46 dm^2)*

r) Un ortoedro de altura 5 cm cuya base es un rectángulo de 3 x 4 cm. Calcular además su área. *(Soluc: 60 cm^3; 94 cm^2)*

s) Una pirámide cuadrangular recta de arista 10 mm y altura 5 mm. *(Soluc: $\cong$166,67 mm^3)*

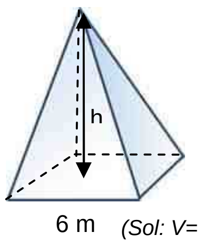
t) Un prisma triangular recto de altura 8 dm y cuya base es un triángulo equilátero de lado 4 dm. Hallar también su área. *(Soluc: $\cong$55,43 dm^3; $\cong$109,86 dm^2)*

u) Un cilindro de 12 dam de diámetro, y altura el triple de éste. *(Soluc: $\cong$4071,50 dam^3)*

v) Un prisma cuadrangular regular recto de base 3 m y altura 7 m, y un cilindro inscrito en él. Hallar el volumen de ambos cuerpos. *(Soluc: 63 m^3; $\cong$49,48 m^3)*

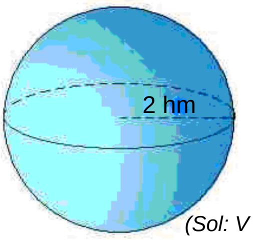
12. Nombrar las siguientes figuras y hallar los elementos que faltan y su volumen; en el caso de las cinco primeras, hallar también su área:

a)



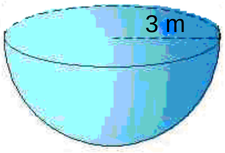
(Sol: V=120 m^3; A $\cong$161,28 m^2)

b)



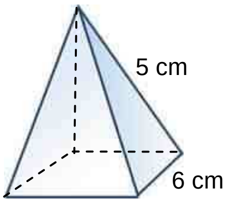
(Sol: V $\cong$33,51 hm^3; A $\cong$50,27 hm^2)

c)



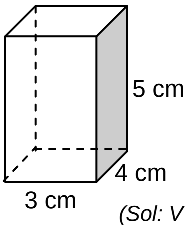
(Sol: V $\cong$56,55 m^3; A $\cong$113.09 m^2)

d)



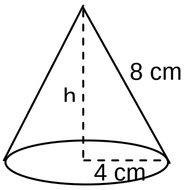
(Sol: $V \cong 31,75\ cm^3$; $A = 84\ cm^2$)

e)



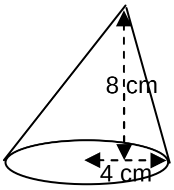
(Sol: $V = 60\ \ cm^3$; $A = 94\ cm^2$)

f)



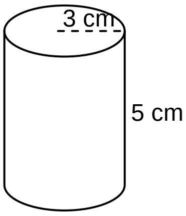
(Sol: $h \cong 6,93$ cm $V \cong 116.08\ cm^3$)

g)



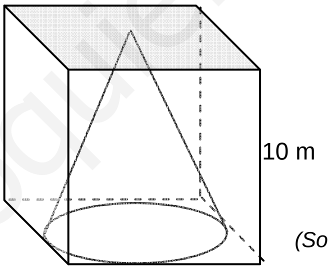
(Sol: $V \cong 134,04\ cm^3$)

h)



(Sol: $V \cong 141,37\ cm^3$; $A \cong 150,80\ cm^2$)

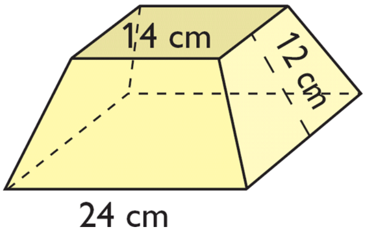
13. Hallar el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura:



(Sol: $\cong 738,20\ cm^3$)

14. Hallar el área de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 6 mm, y con base un triángulo equilátero de 4 mm de lado. (Ayuda: hallar primero la apotema de una cara lateral) *(Soluc: $40,87\ mm^2$)*

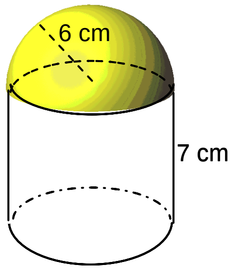
15. Calcular el área de esta figura:



(Sol: $1684\ cm^2$)

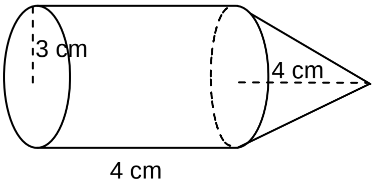
16. Calcular el volumen de estas figuras (y el área, en el caso de la primera):

a)



(Sol: A ≅ 603,19 cm^2;
V ≅ 1244,07 cm^3)

b)



(Sol: V ≅ 150,80 cm^3)

17. **(*)** Dibujar una pirámide cuadrangular regular recta de base 6 cm y apotema 8 cm. Hallar: altura, superficie y volumen. *(Soluc: 5 cm; 60 cm^3; 132 cm^2)*

18. **(*)** Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 6 cm y apotema lateral 12 cm. Hallar su altura, área y volumen. *(Soluc: h ≅ 6,08 cm; A ≅ 189,64 cm^2; V ≅ 309,53 cm^3;)*

19. **(*)** Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 3 m y arista lateral 6 m. Hallar su apotema lateral, altura, área y volumen. *(Soluc: a ≅ 5,81 m; h ≅ 5,20 m; A ≅ 75,67 m^2; V ≅ 121,48 m^3)*

Problemas de aplicación de volúmenes y áreas:

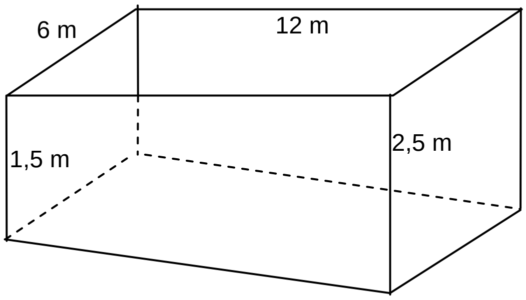
20. Calcular el volumen y la superficie de la Tierra, teniendo en cuenta que su radio medio es de aproximadamente 6371 km. *(Soluc: V ≅ 1,0832x10^{12} km^3; S ≅ 5,1006x10^8 km^2;)*

21. Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m. *(Soluc: 139 650 m^3)*

22. Se desea pintar las paredes y el techo de un salón de planta 12 x 7 m, y altura 3,5 m. Sabiendo que dispone de dos puertas de 1 x 2 m, y tres ventanales de 2 x 2 m, ¿cuánta superficie habrá que pintar? (Hacer un dibujo explicativo) Si disponemos de botes de pintura para 25 m^2, ¿cuántos botes necesitaremos? *(Soluc: 159 m^2; 7 botes)*

23. Hallar el volumen de un cubo de Rubik de 8 cm de arista. Hallar también el de una de sus piezas. *(Soluc: 512 cm^3; ≅ 18,96 cm^3)*

24. Hallar la capacidad, en m^3, de la piscina de la figura. (Dato: 1 m^3 = 1 000 l) *(Soluc: 144 000 l)*



25. Continuando con el ejercicio anterior, cuántas horas tardaría en llenarse con un caudal de 0,5 l/s? *(Soluc: 80 horas)*

26. Hallar el volumen, en ml, de una lata de Coca-Cola, sabiendo que tiene 10,9 cm de alto y 6,2 cm de diámetro (Dato: 1 ml = 1 cm^3) *(Soluc: $\cong$ 330 ml)*

27. Hallar el volumen de la pirámide de Keops, sabiendo que su altura actual es de 230,35 m y el cuadrilátero que forma su base tiene 136,86 m de lado. *(Soluc: 2 420 648,41 m^3)*

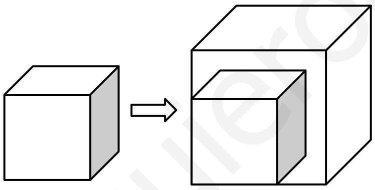
28. En una naranja de 10 cm de diámetro, ¿qué superficie de cáscara le corresponde a cada uno de sus 12 gajos? *(Soluc: $\cong$ 26,18 cm^2)*

29. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m^3. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. *(Soluc:20 m)*

30. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 m^2. Calcular sus dimensiones. *(Soluc: d=h=6 m)*

31. A un paciente se le aplica un suero intravenoso tal que cae una gota cada 20 segundos. Si suponemos que el recipiente es un cilindro de 2 cm de radio y 5 de altura, y la gota es aproximadamente una esfera de 6 mm de diámetro, hallar cuánto durará el suero. *(Soluc: $\cong$ 3h 5 min)*

32. Al aumentar en 1 cm la arista de un cubo su volumen aumenta en 271 cm^3. ¿Cuánto mide la arista? (Ayuda: plantear una ecuación de 3er grado) *(Soluc: 9 cm)*



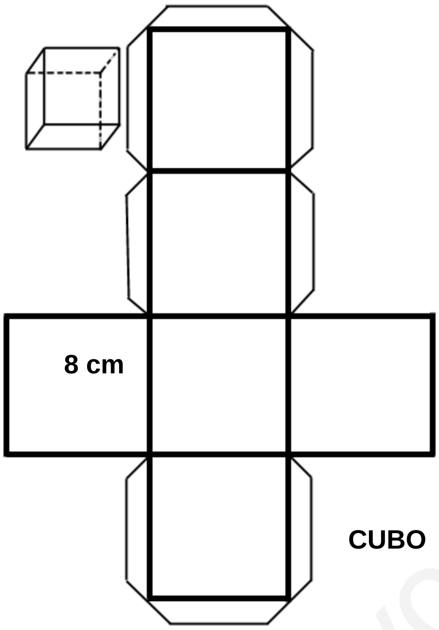
- Observad los siguientes desarrollos de algunos cuerpos geométricos, y realizad los siguientes pasos:

a) Construid, por parejas, el cuerpo geométrico que os asigne el profesor, con las medidas que se indican en la figura. Para ello, **previamente tendréis que traer de casa: cartulina, tijeras, regla, (compás) y pegamento de barra.**

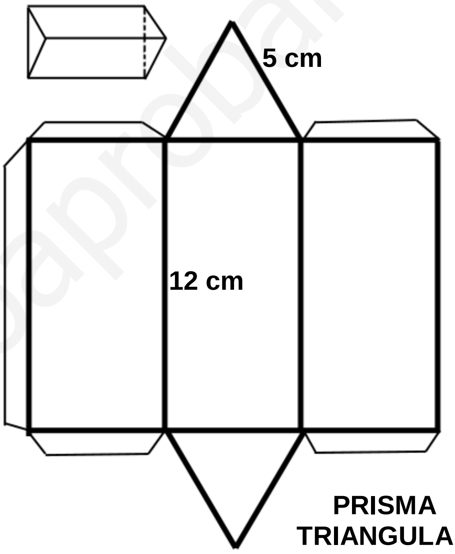
b) Finalmente, escribid en una de sus caras la siguiente información:

- El nombre de la figura construida.
- La fórmula de su volumen.
- El nombre de los dos componentes de la pareja, el grupo y el año académico.

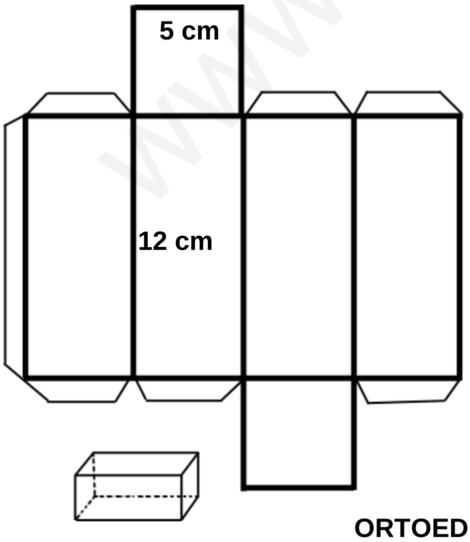
[En la página web del profesor (www.alfonsogonzalez.es) podéis ver los desarrollos de muchos más cuerpos geométricos]



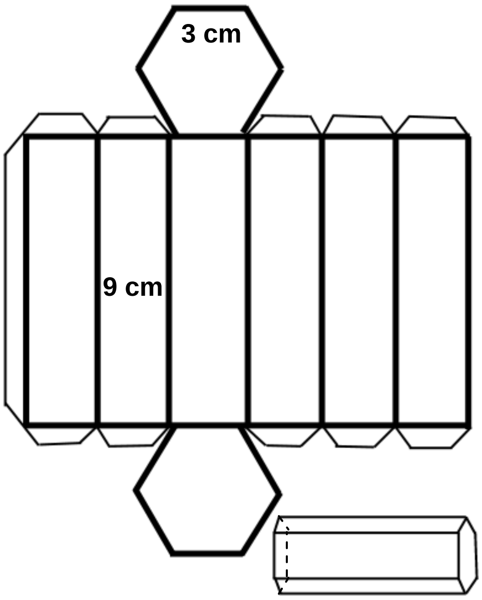
CUBO



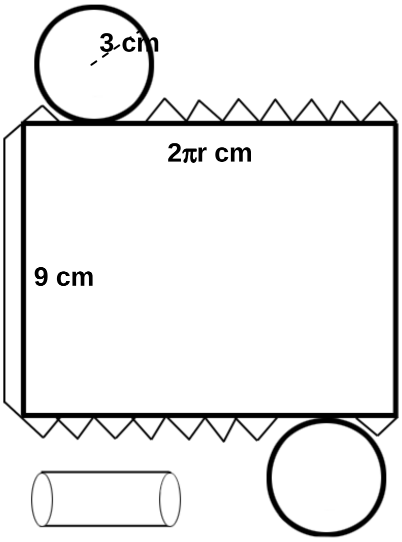
PRISMA TRIANGULAR RECTO



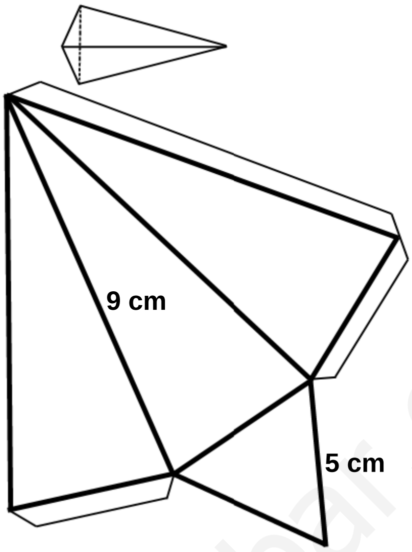
ORTOEDRO



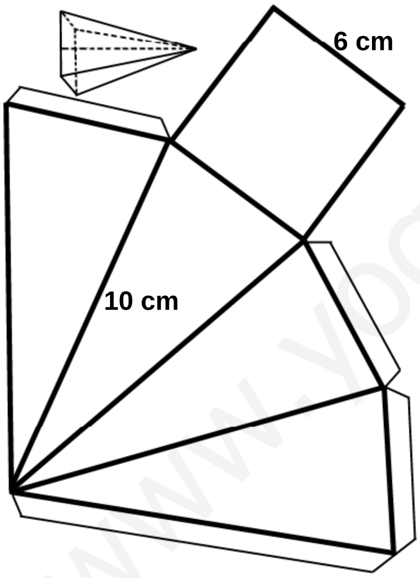
PRISMA HEXAGONAL RECTO



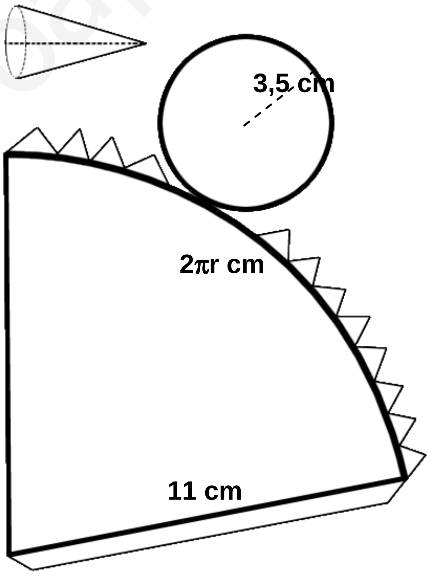
CILINDRO



PIRÁMIDE TRIANGULAR RECTA



PIRÁMIDE CUADRANGULAR RECTA



CONO

La **criba de Eratóstenes** es un procedimiento para hallar todos los números primos menores que un número natural dado. Se llama así en honor al astrónomo y geógrafo griego del siglo III a. C. que, parece ser, fue el primero en dar con este método. Nosotros aquí vamos a hallar los primos menores que 1000. Para ello, eliminamos de la lista sombreándolos los múltiplos de 2. Luego tomamos el primer número después del 2 que no fue eliminado (el 3) y eliminamos de la lista sus múltiplos, y así sucesivamente. Es fácil advertir que bastará continuar este proceso hasta $\sqrt{1000} \cong 31{,}62...$, es decir, hasta el 31. Los números que permanecen en blanco son los **primos**[1]:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128
129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224
225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256
257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352
353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384
385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416
417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448
449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512
513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544
545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576
577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608
609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640
641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672
673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704
705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736
737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768
769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800
801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832
833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864
865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896
897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928
929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960
961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992
993	994	995	996	997	998	999	1000																								

---

[1] Teniendo en cuenta la definición de número primo –todo número natural que tiene únicamente dos divisores naturales distintos: él mismo y el 1–, el 2 es primo (de hecho, es el único número primo par). El 1, por convenio, no se considera ni primo ni compuesto.

PRINCIPALES SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

	SÍMBOLO	SIGNIFICADO
1	∀	Para todo
2	∃	Existe al menos uno
3	∃!	Existe un único
4	∄	No existe
5	/	Tal que
6	:	Tal que
7	<	Menor que
8	=	Igual que
9	>	Mayor que
10	≤	Menor o igual que
11	≥	Mayor o igual que
12	∞	Infinito
13	∘	Composición de funciones
14	∝	Proporcional a
15	⊥	Perpendicular a
16	≠	Distinto de
17	≈ ≅ ≃	Aproximadamente igual a
18	≡	Idéntico a
19	∪	Unión de conjuntos
20	∩	Intersección de conjuntos
21	⊂	Contenido en
22	⊃	Contiene a
23	∈	Perteneciente a
24	∉	No perteneciente a
25	∅	Conjunto vacío
26	⇒	Implica
27	⇔	Si y sólo si
28	∑	Sumatorio
29	∏	Productorio
30	ℕ	Números naturales
31	ℤ	Números enteros
32	ℚ	Números racionales
33	𝕀	Números irracionales[1]
34	ℝ	Números reales
35	ℂ	Números complejos

---

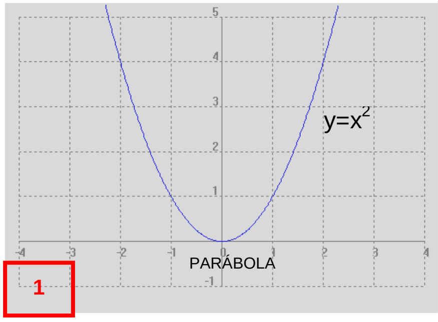
[1] En realidad esta notación no es muy estándar; la forma correcta de nombrar los irracionales sería $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

Nombre		Símbolo	
		Minúscula	Mayúscula
1	Alfa	α	Α
2	Beta	β	Β
3	Gamma	γ	Γ
4	Delta	δ	Δ
5	Épsilon	ε	Ε
6	Zeta	ζ	Ζ
7	Eta	η	Η
8	Theta	θ,ϑ	Θ
9	Iota	ι	Ι
10	Kappa	κ	Κ
11	Lambda	λ	Λ
12	My	μ	Μ
13	Ny	ν	Ν
14	Xi	ξ	Ξ
15	Ómicron	ο	Ο
16	Pi	π	Π
17	Rho	ρ	Ρ
18	Sigma	σ, ς	Σ
19	Tau	τ	Τ
20	Ípsilon	υ	Υ
21	Fi	ϕ,φ	Φ
22	Ji	χ	Χ
23	Psi	ψ	Ψ
24	Omega	ω	Ω

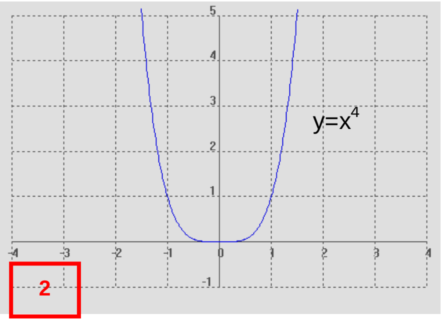
NÚMERO	NUMERAL MULTIPLICATIVO
2	doble *o* duplo-a
3	triple *o* triplo-a
4	cuádruple *o* cuádruplo-a
5	quíntuple *o* quíntuplo-a
6	séxtuple *o* séxtuplo-a
7	séptuple *o* séptuplo-a
8	óctuple *u* óctuplo-a
9	nónuplo-a
10	décuplo-a
11	undécuplo-a
12	duodécuplo-a
13	terciodécuplo-a
100	céntuplo-a

Fuente: Diccionario panhispánico de dudas de la RAE

GRÁFICAS MÁS REPRESENTATIVAS



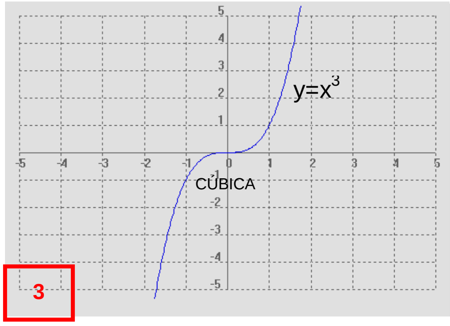
1



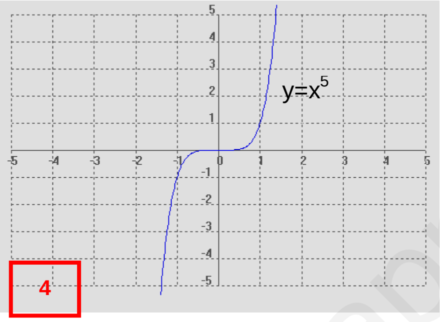
2

En general, las curvas $y=x^n$, siendo n positivo par, tienen esta forma.

(cuanto mayor es n, más acusada es la curvatura)



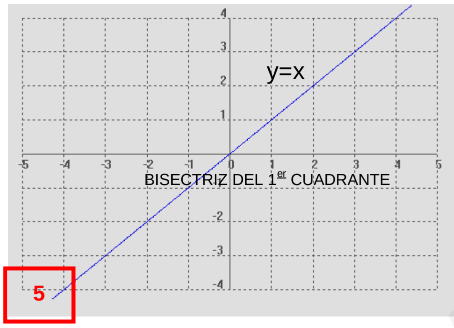
3



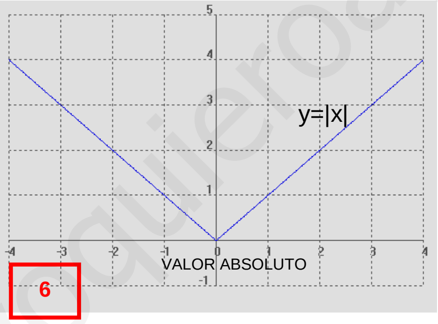
4

En general, las curvas $y=x^n$, siendo n positivo impar ($\neq 1$), tienen esta forma.

(cuanto mayor es n, más acusada es la curvatura)

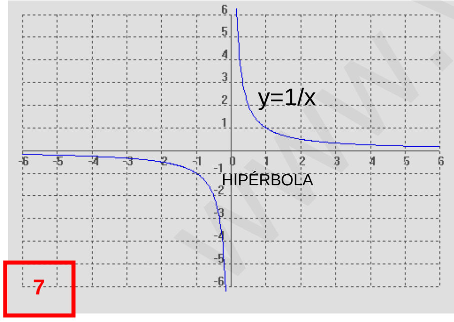


5

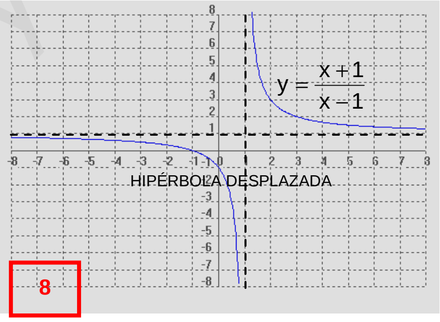


6

En general, la gráfica de y=|f(x)| se obtiene reflejando la de f(x) respecto al eje OY en el semiplano superior.



7

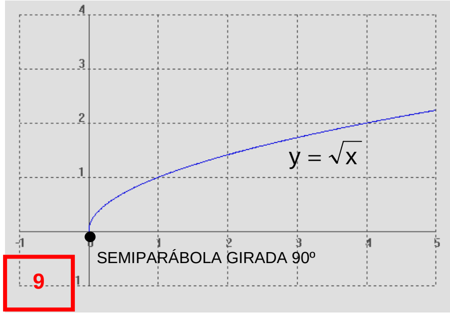


8

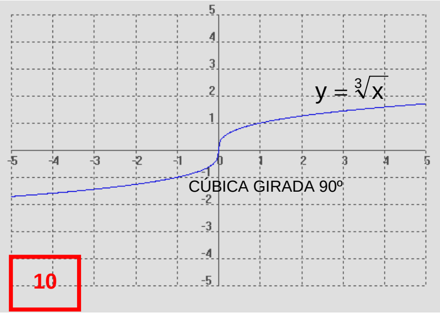
En general,

$$y=\frac{ax+b}{cx+d}$$

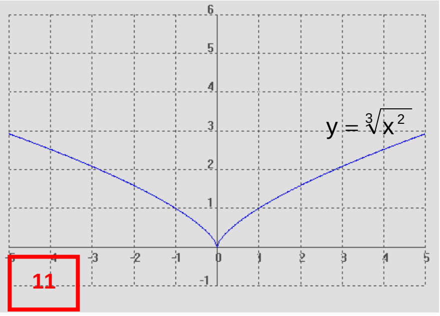
donde c≠0, es una hipérbola.



9



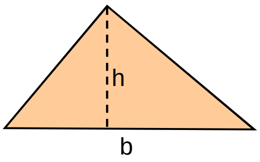
10



11

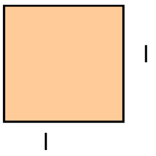
ÁREAS

Triángulo:



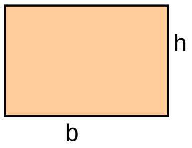
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Cuadrado:



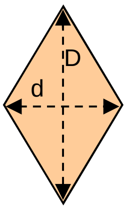
$$A = l^2$$

Rectángulo:



$$A = b \cdot h$$

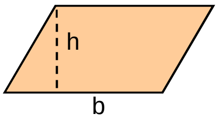
Rombo:



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

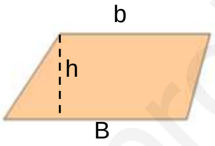
(semiproducto de las diagonales)

Paralelogramo: (Romboide[1])



$$A = b \cdot h$$

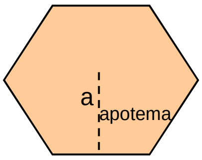
Trapecio:



$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

(semisuma de las bases por altura)

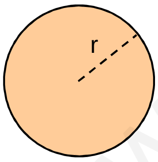
Polígonos regulares:



$$A = \frac{p \cdot a}{2}$$

(semiproducto de perímetro y apotema)

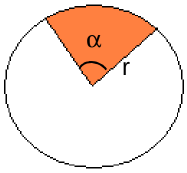
Circunferencia:



Área = πr^2

Longitud = $2 \pi r$

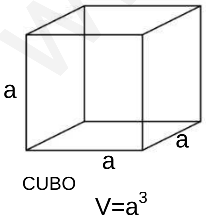
Sector circular:



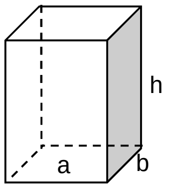
$$A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$$

VOLÚMENES

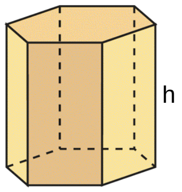
Prismas:



CUBO $V=a^3$



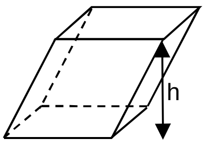
PRISMA CUADRANGULAR RECTO (ORTOEDRO) $V=a\ b\ h$



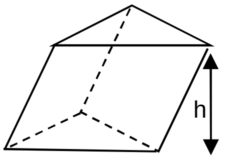
PRISMA HEXAGONAL RECTO

$$V = A_{base} \cdot h$$

$$A = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$



$\underbrace{\text{PRISMA CUADRANGULAR}}_{\text{PARALELEPÍPEDO}}$ OBLICUO



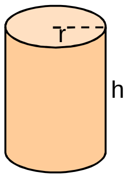
PRISMA TRIANGULAR OBLICUO

---

[1] En realidad, podemos considerar cuatro tipos de paralelogramos: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide; por lo tanto, en puridad un romboide sería un paralelogramos que no es ni cuadrado ni rectángulo ni rombo…

VOLÚMENES

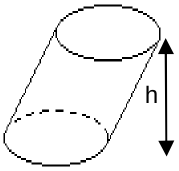
Cilindros:



CILINDRO (CIRCULAR) RECTO

$$V = A_{base} \cdot h = \pi r^2 h$$

$$A = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base} = $$
$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$



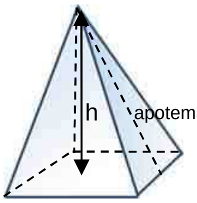
CILINDRO OBLICUO

$$V = A_{base} \cdot h$$

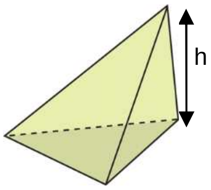
(La base puede ser un círculo o una elipse)

$$A = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

Pirámides:



PIRÁMIDE CUADRANGULAR RECTA

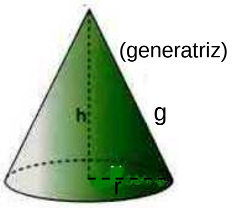


PIRÁMIDE TRIANGULAR OBLICUA

$$V = \frac{1}{3} A_{base} \cdot h$$

$$A = A_{lateral} + A_{base}$$

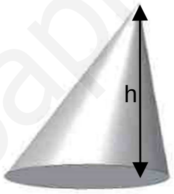
Conos:



CONO (CIRCULAR) RECTO

$$V = \frac{1}{3} A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$A = A_{lateral} + A_{base} = $$
$$= \pi rg + \pi r^2$$



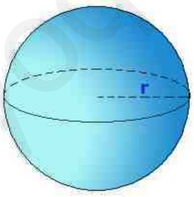
CONO OBLICUO

$$V = \frac{1}{3} A_{base} \cdot h$$

(La base puede ser un círculo o una elipse)

$$A = A_{lateral} + A_{base}$$

Esfera:



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$A = 4 \pi r^2$$