Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

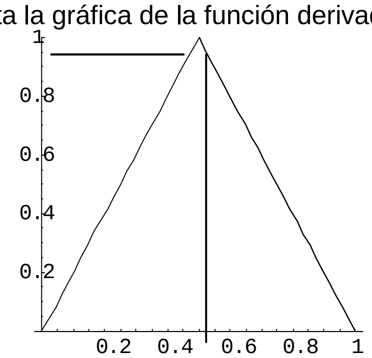
Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B; sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-4-1998

Opción A

Ejercicio 1. En la figura adjunta se representa la gráfica de la función derivada f ' de una cierta función $f : [0,1] \to \Re$.



(a) Halla una expresión algebraica de f sabiendo que su gráfica pasa por el origen de coordenadas.
(a) Representa gráficamente la función f.
(a) Estudia la derivabilidad de f '.

Ejercicio 2.- Se sabe que la temperatura, medida en grados centígrados, de una cámara frigorífica viene dada por la expresión $f(t) = at^2 +bt+c$ donde t representa las horas transcurridas desde su conexión a la red y a, b y c son tres constantes reales. Al conectarla, la temperatura interior asciende, por efecto del calor del motor, y alcanza su máximo a los tres cuartos de hora. A partir de ese momento comienza a descender la temperatura y transcurrida una hora desde su conexión alcanza los cero grados centígrados. A las dos horas de haberla conectado es de tres grados centígrados. Usando estos datos, determina los valores de las constantes a, b y c.

Ejercicio 3. Sean Π_1 y Π_2 los planos de ecuaciones: $\Pi_1 \equiv x - 2y + z + 3 = 0$ y $\Pi_2 \equiv x - 2y + z - 4 = 0$.
Explica algún procedimiento para saber si un punto de $\Re^3$ se encuentra entre Π_1 y Π_2 y aplícalo para saber si el punto P = (2, 2, 1) se encuentra o no entre dichos planos.

Ejercicio 4.- Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

¿Existe algún valor real λ para el cual el sistema $AX = \lambda X$ tiene una solución distinta de la trivial? Si la respuesta es afirmativa, indica el valor de λ y resuelve el sistema; si es negativa, di por qué.

Modelo-4-1998

Opción B

Ejercicio 1. Considera la función $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = | x + 1|$.
(a) Represéntala gráficamente.
(b) Estudia su derivabilidad.
(c) Calcula $\int_{-2}^{3} f(x)dx$

Ejercicio 2. La temperatura medida en una ciudad andaluza, desde las 12 horas del mediodía hasta la medianoche de un cierto día de Agosto, viene dada por la expresión $T(x) = ax^2 + bx + c$, en la que x representa el número de horas transcurridas desde el mediodía.
(a) Calcula a, b y c sabiendo que a las 5 de la tarde se alcanzó una temperatura máxima de 35º y que a las 12 del mediodía se midieron 30º.
(b) Determina de forma razonada los puntos en los que la función anterior alcanza sus extremos absolutos y relativos..

Ejercicio 3. Sea A una matriz no nula dada y considera la ecuación matricial AX = A + X, donde X es la incógnita.
(a) Encuentra la relación que debe existir entre las dimensiones de A y de X para que la ecuación tenga sentido..
(b) ¿ Puede ser la suma de dos soluciones una nueva solución? ¿ Y el producto de un número por una solución? Justifica la respuesta
(c) Si $A=\begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y buscamos una solución de la forma $X=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, discute la ecuación matricial que resulta y resuélvela cuando sea posible

Ejercicio 4. Considera el tetraedro de vértices A = (1, 0, 0), B = (0, 1, 0), C = (0, 0, 1) y D = (0, 0, 0).
(a) Halla la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A, B y C.
(a) Halla la mínima distancia entre la recta r y la recta que pasa por los puntos A y B.
(a) Calcula el volumen del tetraedro.