Instrucciones:
Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS
Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B; sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.
Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] La función $f : R \to R$ definida por $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & \text{si} \quad x \le 0 \\ \dfrac{Ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$, es derivable en el punto x = 0. ¿Cuánto valen b y c?
(Nota: Ln(t) es el logaritmo neperiano de t.)

Ejercicio 2. [2'5 puntos] De las funciones continuas f , g : R → R se sabe que

$$\int_1^2 (f(x)+g(x))dx=3 \,,\ \int_2^3 3(f(x)-g(x))dx=3 \,,\ \int_1^3 f(x)dx=3 \,,\ \int_1^2 2f(x)dx=3.$$

Calcula, si es posible, $\int_1^3 f(x)dx$ y, si no es posible, di por qué.

Ejercicio 3. Los puntos A = (1, 2) y B = (5, 6) son los extremos de un diámetro de una circunferencia.
(a) [1'5 puntos] Calcula la ecuación de la circunferencia.
(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto A.

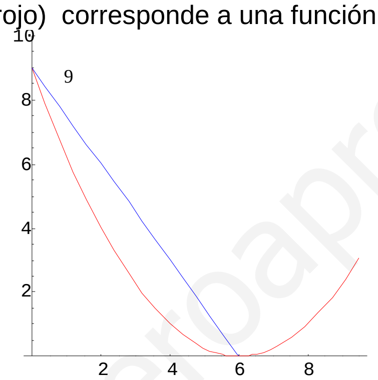
Ejercicio 4.- Se dice que dos matrices A y B son semejantes cuando existe una matriz invertible P tal que AP = PB
Halla a, b, c y d sabiendo que:
(a) [1'5 puntos] Prueba que las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ son semejantes.
(b) [1 punto] Resuelve los sistemas: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=2\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=-\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Instrucciones:
Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS
Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B; sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.
Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Opción B

Ejercicio 1. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = 2x^3 – 5x^2 + 2x$.
(a) [1'5 puntos] Demuestra que la recta tangente de ecuación y = - 2x + 1 es tangente a la gráfica de la función y halla el punto de tangencia correspondiente.
(b) [1 punto] ¿Corta esta recta tangente a dicha gráfica en algún punto distinto al de tangencia?

Ejercicio 2. La gráfica f de la figura (en rojo) corresponde a una función polinómica de grado 2.



(a) [1'5 puntos] Determina una expresión algebraica de la función f.
(b) [1 punto] Determina el área de la región limitada por dicha función y la recta dibujada (en azul).

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Un paralelogramo cuyo centro es M = (3/2, 3, 4) tiene por vértices los puntos A = (1, 2, 3) y B = (3, 2, 5).
(a) [1 punto] Halla las coordenadas de los otros dos vértices.
(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que pasa por M y es perpendicular al plano que contiene al paralelogramo.
(c) [0'5 puntos] Calcula el área del paralelogramo.

Ejercicio 4. Se dice que una matriz A cuadrada de orden 3 es ortogonal si su inversa A^{-1} y su traspuesta A^t coinciden. Dado un número real x sea B la matriz

$$B=\begin{pmatrix} \cos(x) & \mathrm{sen}(x) & 0 \\ -\mathrm{sen}(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) [1'5 puntos] ¿Es ortogonal la matriz B?
(b) [1 punto] ¿Es B^2 ortogonal?