Problemas de optimización

1º Queremos construir una caja abierta, de base cuadrada y volumen 256 l. Halla las dimensiones para que la superficie, y por tanto el coste, sea mínimo.

2º Entre todos los rectángulos de área 16 halla el de perímetro mínimo.

3º De todos los cilindros inscritos en una esfera de radio 1 m, hallar el valor del volumen del que lo tenga máximo.

4º Entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio $2\sqrt{2}$, ¿cuál es el de superficie máxima?

5º La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 40 cm. Halla sus dimensiones para que la superficie de ese rectángulo sea máxima.

6º Hallar las dimensiones de un rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio 2.

7º De todos los triángulos isósceles de perímetro 9. Hallar las dimensiones del que tenga área máxima.

8º Hallar dos números que sumen 18 y que su producto sea máximo.

9º Hallar dos números que sumen 9 y que el producto del cuadrado de uno por el triple del otro sea máximo.

10º Se quiere vallar una parcela rectangular junto a una carretera. Si la valla junto a la carretera cuesta 1 euro/m y el resto 50 céntimos/m. ¿Cuáles serán las dimensiones de la parcela para que el área sea máxima si disponemos de 180 euros?

11º Un ganadero quiere encerrar a sus ovejas en un redil rectangular de área máxima, para lo cual aprovecha la pared de la finca y con 100 metros de valla construye ese redil. Halla las dimensiones del rectángulo.

12º La suma de las aristas de un prisma recto de base cuadrada es 36. Halla las dimensiones para que el volumen sea máximo.

13º Un círculo de diámetro 8 cm se divide en dos trozos para formar los diámetros de otros dos círculos. Halla la medida de los trozos para que la diferencia entre el área del círculo grande y las de los dos pequeños sea máxima.

14º Hallar los puntos de la curva $y^2 = x$ cuya distancia al punto (3/2,0) sea mínima.

15º Una hoja de papel debe contener 288 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo?

16º La vidriera de una iglesia está formada por un rectángulo y sobre él una semicircunferencia, si se quiere que el perímetro sea mínimo y que el área sea $8+2\pi$ m^2. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la vidriera?.

17º Entre los pares de números cuyo producto es 64 encuentra aquellos positivos cuya suma de cuadrados sea mínima.

18º En un campo se quiere limitar una parcela de 24 m^2 por medio de una valla rectangular y además dividirla en dos partes iguales por medio de otra valla paralela a uno de los lados. ¿Qué dimensiones deben elegirse para que la cantidad de valla sea mínima?

19º Se quieren fabricar latas de refresco (cilíndricas) cuyo contenido sea de 1/3 de litro, de manera que el coste de la chapa sea mínimo; halla su altura y radio de la base. Mide las dimensiones de cualquier lata que tengas en casa y comprueba si se fabrican siguiendo ese criterio.

20º Queremos vallar una parcela rectangular de 200 m^2 de una finca aprovechando un muro ya existente, de modo que en ese lado no es necesaria una valla. ¿Cómo debe ser ese rectángulo para que el coste de la valla sea mínimo?

21º Se desea abrir una ventana rectangular en una pared de una casa. Queremos que nos salga lo más económica posible sin perder luz, para ello pretendemos que el área sea de 16/15 m^2. Sabemos que el coste en vertical es de 50 euros/m y en horizontal 30 euros/m. ¿Cómo debe ser la ventana?.

Soluciones

1º x = 8, y = 4
2º x = y = 4
3º V = $4\sqrt{3}/9\pi$
4º Un cuadrado de lado 4
5º Dos catetos iguales de 20 cm
6º x= $\sqrt{8}$, y= $\sqrt{8}$
7º x=3, y=3
8º 9 y 9
9º x=6, y=3
10º 60×90 m
11º 25×50
12º x = 3; y = 3
13º d = d' = 4 cm
14º $(1,\pm 1)$
15º 28×14 cm
16º x=4, y=2 m
17º 8 y 8
18º 6 m de largo por 4 m de ancho
19º $R=(6\pi)^{-1/3}$ $h=\sqrt[3]{36/27\pi}$
20º 10×20
21º 4/5 × 4/3