

- 1) Clasificar y dar todas las soluciones del siguiente sistema, resolviéndolo por el método de Gauss. Si tuviera más de una solución, dar una concreta:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y - 2z = 1 \\ -2x + 4y - 3z = 3 \\ 2x - 2y - 7z = 5 \end{array} \right\} \quad (5 \text{ puntos})$$

- 2) En un supermercado, un cliente compra 5 unidades de un producto A, 4 unidades de un producto B y 3 unidades de un producto C, pagando un total de 4.500 ptas. Otro cliente compra 2 unidades de A y 2 unidades de C, pagando en total 2.000 ptas. Una tercera persona compra en la tienda del barrio, que marca los precios un 10% más caro que el supermercado, 3 unidades del producto A y una del B, pagando en total 1.210 ptas. Se pide:

- a) Formular el sistema de ecuaciones asociado al enunciado. (1 punto)  
 b) Calcular el precio por unidad de cada uno de los productos A, B y C en el supermercado. (3 puntos)  
 c) Calcular el precio de cada uno de estos productos en la tienda del barrio. (1 punto)

### Soluciones

- 1) Clasificar y dar todas las soluciones del siguiente sistema, resolviéndolo por el método de Gauss. Si tuviera más de una solución, dar una concreta:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y - 2z = 1 \\ -2x + 4y - 3z = \\ 2x - 2y - 7z = 5 \end{array} \right\} \quad (5 \text{ puntos})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y - 2z = 1 \\ -2x + 4y - 3z = \\ 2x - 2y - 7z = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} (2^a) + (1^a): \\ (3^a) - (1^a): \end{array} \left. \begin{array}{l} 2x - 3y - 2z = 1 \\ y - 5z = 4 \\ y - 5z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Eliminamos la tercera ecuación, por ser redundante. Al quedar, entonces, dos ecuaciones con dos incógnitas, pasamos una de ellas al segundo miembro; a partir de ahora, actuará como parámetro (el valor de esta incógnita será arbitrariamente fijado por nosotros). Dicha incógnita será  $z$ :

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 1 + 2z \\ y = 4 + 5z \end{array} \right\}$$

El sistema ya está triangularizado. Como el valor de  $z$  queda libre, para recalcarlo, llamamos  $z = t$ . Entonces:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 1 + 2t \\ y = 4 + 5t \end{array} \right\}$$

Ya tenemos el valor de dos incógnitas:  $z = t$  e  $y = 4 + 5t$  (de la segunda ecuación). Sustituyendo en la primera:

$$2x - 3(4 + 5t) = 1 + 2t \Rightarrow 2x - 12 - 15t = 1 + 2t \Rightarrow 2x = 13 + 17t \Rightarrow x = \frac{13}{2} + \frac{17}{2}t$$

Luego las soluciones (infinitas, una para cada valor de  $t$ , elegido éste por nosotros de forma arbitraria) son:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{13}{2} + \frac{17}{2}t \\ y = 4 + 5t \\ z = t \end{array} \right\}$$

Es decir, es un sistema compatible indeterminado. Para, por ejemplo  $t = 1$ , obtenemos la solución:  $(x=15, y=9, z=1)$

- 2) En un supermercado, un cliente compra 5 unidades de un producto A, 4 unidades de un producto B y 3 unidades de un producto C, pagando un total de 4.500 ptas. Otro cliente compra 2 unidades de A y 2 unidades de C, pagando en total 2.000 ptas. Una tercera persona compra en la tienda del barrio, que marca los precios un 10% más caro que el supermercado, 3 unidades del producto A y una del B, pagando en total 1.210 ptas. Se pide:

a) Formular el sistema de ecuaciones asociado al enunciado. (1 punto)

Si  $x$  es el precio en el supermercado de A, y el de B y  $z$  el de C, lo que cuestan 5 unidades de A más 4 de B y más 3 de C son:  $5x+4y+3z$ , lo que da un total de 4.500.

Análogo para el segundo cliente:  $2x+2z = 2.000$

En la tienda, el artículo A cuesta  $x$  más el 10% de  $x$ :

$$x + \frac{10}{100}x = x + 0,1x = (1+0,1)x = 1,1x$$

donde en el penúltimo paso se ha extraído  $x$  factor común de los dos sumandos.

Análogo para  $y$ . Por tanto, lo que paga el tercer cliente es:

$$3 \cdot 1,1x + 1,1y = 1210$$

Es decir, que el sistema es:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 4y + 3z = 4500 \\ 2x \quad + 2z = 2000 \\ 3 \cdot 1,1x + 1,1y = 1210 \end{array} \right\}$$

b) Calcular el precio por unidad de cada uno de los productos A, B y C en el supermercado. (3 puntos)

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 4y + 3z = 4500 \\ (2^a)/2: \quad x \quad + z = 1000 \\ (3^a)/1,1: \quad 3x + y = 1100 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (1^a) - 3(2^a): \quad 2x + 4y = 1500 \\ \quad \quad \quad \quad x \quad + z = 1000 \\ \quad \quad \quad \quad 3x + y = 1100 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} (1^a) - 4(3^a): \quad -10x = -2900 \\ \quad \quad \quad \quad x \quad + z = 1000 \\ \quad \quad \quad \quad 3x + y = 1100 \end{array} \right\}$$

Y ya está triangularizado el sistema, porque en la primera ecuación sólo tenemos la incógnita  $x$ , en la 3ª, dicha incógnita más la  $y$ , y en la 2ª, dichas incógnitas (aunque el coeficiente de  $y$  es 0) más la  $z$ . Despejando en la 1ª:

$x = 290 \Rightarrow$  Sustituyendo en la 3ª:  $870 + y = 1100 \Rightarrow y = 230 \Rightarrow$  Sustituyendo en la 2ª:  $290 + z = 1000 \Rightarrow z = 710$

Solución única:  $x=290$ ;  $y=230$ ;  $z=710$

c) Calcular el precio de cada uno de estos productos en la tienda del barrio.

(1 punto)

Multiplicando por 1,1 obtenemos los precios un 10% más caros:

$$x' = 319; \quad y' = 253; \quad z' = 781$$