

PREGUNTA 1.- Dadas las funciones: $f(x) = 1 + x^2$; $g(x) = \sqrt{4 - 2x}$; $h(x) = \frac{1}{1 - x^2}$

Calcula las siguientes funciones y halla sus dominios de definición:

a) $(f+h)(x)$ b) $(g \cdot g)(x)$ c) $(g \circ f)(x)$ d) $(h \circ g)(x)$

PREGUNTA 2.- Calcula, si es posible, la función inversa de $f(x) = \frac{2 - x}{x - 2}$

PREGUNTA 3.- Se ha observado que la vida media, en minutos, de una bacteria varía en función de la temperatura del medio en el que vive. Se dispone de los siguientes valores tomados experimentalmente:

Temperatura [°C]	6	9	12	15	16
Vida media [min]	104,2	140,4	181,7	220,2	257,6

¿Qué vida media estimas para un cultivo de bacterias en un medio a 10°C?

PREGUNTA 4.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}{x^2 - 6x - 7}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x + 5} - \sqrt{3x})$

PREGUNTA 5.- Halla las asíntotas de las siguientes funciones y esboza sus gráficas:

a) $y = \frac{(x + 3)^2}{(x + 1)^2}$ b) $y = \frac{2x^2}{x + 3}$

PREGUNTA 6.- Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } -1 \geq x \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos; c) 0,75 puntos; d) 0,75 puntos
2	0,5 puntos
3	1 punto
4	a) 0,75 puntos; b) 0,75 puntos
5	a) 1,5 puntos; b) 1,5 puntos
6	1,5 puntos

Sólo se valorarán aquellas respuestas que estén debidamente justificadas.

EX 8-3-2010 : SOLUCIONES

PREGUNTA 1: $D(f) = \mathbb{R}$; $D(g) = \{x / 4-2x \geq 0\} = (-\infty, 2]$;

$$D(h) = \{x / 1-x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$a) (f+h)(x) = 1+x^2 + \frac{1}{1-x^2} = \frac{(1+x^2)(1-x^2)+1}{1-x^2} = \frac{1-x^4+1}{1-x^2} = \frac{2-x^4}{1-x^2}$$

$$D(f+h) = D(f) \cap D(h) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$b) (g \cdot g)(x) = (\sqrt{4-2x})(\sqrt{4-2x}) = 4-2x$$

$$D(g \cdot g) = D(g) \cap D(g) = D(g) = (-\infty, 2]$$

$$c) (g \circ f)(x) = g[f(x)] = \sqrt{4-2(1+x^2)} = \sqrt{4-2-2x^2} = \sqrt{2-2x^2}$$

$$* D(f) = \mathbb{R}$$

$$* 2-2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-1, 1]$$

$$D(g \circ f) = [-1, 1]$$

$$d) (h \circ g)(x) = h[g(x)] = \frac{1}{1-(\sqrt{4-2x})^2} = \frac{1}{1-4+2x} = \frac{1}{2x-3}$$

$$* D(g) = (-\infty, 2]$$

$$* 2x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2} \left. \vphantom{2x-3 \neq 0} \right\} D(h \circ g) = (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2]$$

PREGUNTA 2: $f(x) = \frac{2-x}{x-2}$

$$y = \frac{2-x}{x-2} ; \quad yx - 2y = 2-x ; \quad yx + x = 2+2y ; \quad x(y+1) = 2+2y ;$$

$$x = \frac{2+2y}{y+1} \Rightarrow \boxed{y = \frac{2+2x}{x+1}} \text{ es la inversa de } f(x)$$

PREGUNTA 3: Recta que pasa por A(9; 140,4) y B(12; 181,7)

$$y = ax + b$$

$$\left. \begin{array}{l} E1: 140,4 = 9a + b \\ E2: 181,7 = 12a + b \end{array} \right\} \Rightarrow (E2 - E1): 41,3 = 3a \Rightarrow a = 13,77 \Rightarrow \\ \Rightarrow b = 140,4 - 9 \cdot 13,77 = 16,47$$

luego: $y = 13,77x + 16,47$; si $x = 10^\circ\text{C} \Rightarrow \boxed{y = 13,77 \cdot 10 + 16,47 = 154,2 \text{ min}}$

PREGUNTA 4:

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}{x^2 - 6x - 7} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - 3x + 5)}{(x+1)(x-7)} = \boxed{\frac{-9}{8}}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & 2 & 5 \\ -1 & & -1 & 3 & -5 \\ \hline & 1 & -3 & 5 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -6 & -7 \\ -1 & & -1 & 7 \\ \hline & 1 & -7 & 0 \end{array}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x+5} - \sqrt{3x}) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{3x+5} - \sqrt{3x})(\sqrt{3x+5} + \sqrt{3x})}{(\sqrt{3x+5} + \sqrt{3x})} = \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{3x+5})^2 - (\sqrt{3x})^2}{(\sqrt{3x+5} + \sqrt{3x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5 - 3x}{(\sqrt{3x+5} + \sqrt{3x})} = \frac{5}{\infty} = \boxed{0}$$

PREGUNTA 5:

$$a) y = \frac{(x+3)^2}{(x+1)^2}$$

AS. VERT. EN $\boxed{x = -1}$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{+}{+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{+}{+} = +\infty$$

AS. HORIZONTAL:

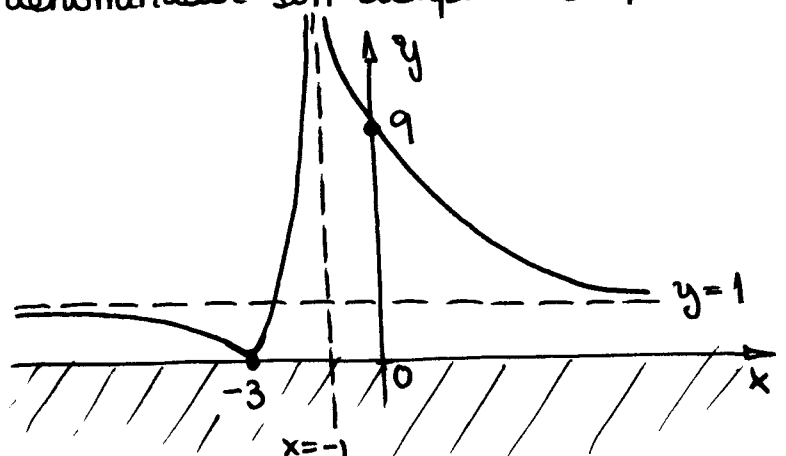
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

+ Tanto el numerador como el denominador son siempre ≥ 0 por estar elevados al cuadrado.

+ Puntos de corte:

$$\text{eje } x \Rightarrow x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

$$\text{eje } y \Rightarrow y = \frac{(0+3)^2}{(0+1)^2} = 9$$



$$b) y = \frac{2x^2}{x+3}$$

$$\underline{\text{A.V:}} \quad \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2}{x+3} = \frac{+}{-} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x^2}{x+3} = \frac{+}{+} = +\infty$$

$$\underline{\text{A.H:}} \quad \text{No hay: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x+3} = \infty$$

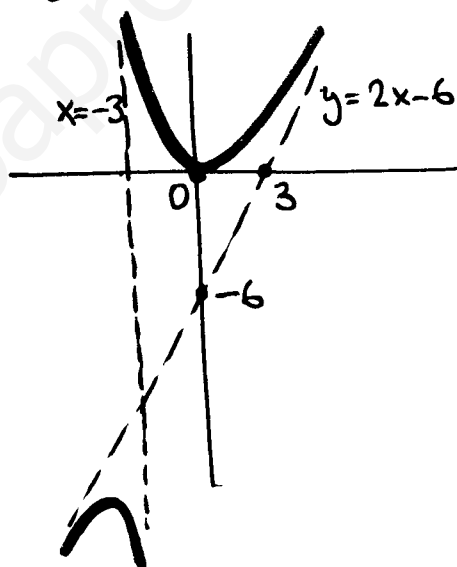
$$\underline{\text{A. OBLICUAS}} \quad y = mx + n \quad \left\{ \begin{array}{l} m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2+3x} = 2 \\ n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{x+3} - 2x \right) = \end{array} \right.$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{2x^2} - 2\cancel{x^2} - 6x}{x+3} = -6$$

$$\boxed{y = 2x - 6}$$

x	y
0	-6
	0

PUNTOS DE CORTE: $\left\{ \begin{array}{l} \text{eje } x: 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ \text{eje } y: y = \frac{0}{3} = 0 \end{array} \right. (0,0)$



PREGUNTA 6

$$\text{Si } \boxed{x = -1}: \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -(-1) - 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1 - (-1)^2 = 1 - 1 = 0 \\ f(-1) = -(-1) - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \\ \text{luego } f(x) \text{ es continua en } x = -1 \end{array}$$

$$\text{Si } \boxed{x = 1}: \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 - 1^2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + 1 = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Como } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow \text{DISCONTI-} \\ \text{NUA EN } x = 1 \text{ (Salto de 2 unidades)} \end{array}$$

Si $x \neq 1, -1$; $f(x)$ está compuesta por tramos polinómicos, por lo tanto la función es continua.