PREGUNTA 1: En una población se han presentado dos partidos políticos A y B, a las elecciones municipales y se han contabilizado 6464 votos. Si 655 votantes del partido A hubiesen votado a B, ambos partidos habrían empatado a votos. Los votos nulos y en blanco suponen el 1% de los que han votado a A o a B. Halla el número de votos obtenidos por cada partido. (2 p)

PREGUNTA 2: Estudia el siguientes sistema según los valores del parámetro a y resuélvelo en los casos en que sea posible considerando todos los posibles valores de a. (3 p)

$$\left.\begin{array}{r} x+y+3z=5 \\ x+az=a \\ 3x+ay+az=a \end{array}\right\}$$

PREGUNTA 3: Un ganadero debe suministrar un mínimo diario de 4 mg de vitamina A y 6 mg de vitamina B en el pienso que da a sus reses. Dispone para ello de dos tipos de pienso, P1 y P2, cuyos contenidos vitamínicos por kilogramo son los que aparecen en la tabla:

	A	B
P1	2	6
P2	4	3

El kilogramo de pienso P1 vale 0,4 € y el del P2 vale 0,6 €. Utilizando técnicas de programación lineal, determina cómo deben mezclarse los piensos para suministrar a las reses las vitaminas requeridas con un coste mínimo. (2,5 p)

PREGUNTA 4: Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos:

TIPO A, con 3 refrescos con cafeína y 3 sin cafeína.

TIPO B, con 2 refrescos con cafeína y 4 sin cafeína.

El vendedor gana 6 € por cada paquete que vende de tipo A y 5 € por cada paquete de tipo B. Utilizando técnicas de programación lineal calcula de forma razonada cuántos paquetes ha de vender de cada tipo para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es ese beneficio? (2,5 p)

ENTREGA CADA PREGUNTA EN HOJAS SEPARADAS. PON EL NOMBRE EN TODAS ELLAS.

PREGUNTA 1:

Llamemos : $x \equiv$ nº de votos al partido A
$y \equiv$ nº de votos al partido B
$z \equiv$ nº de votos en blanco o no válidos

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=6464 \\ z=0{,}01(x+y) \\ x-655=y+655 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=6464 \\ x+y-100z=0 \\ x-y=1310 \end{array}\right\}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6464 \\ 1 & 1 & -100 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1310 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{E_2-E_1 \\ E_3-E_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6464 \\ 0 & 0 & -101 & -6464 \\ 0 & -2 & -1 & -5154 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$\Rightarrow -101z=-6464 \Rightarrow z=\boxed{64 \text{ votos nulos o en blanco}} \Rightarrow$

$\Rightarrow -2y-64=-5154 \Rightarrow -2y=-5090 \Rightarrow y=\boxed{2545 \text{ votos a B}} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=6464-2545-64=\boxed{3855 \text{ votos al partido A}}$

PREGUNTA 2: discusión 1,5
resolución < S.C.I: 0,5 ; S.C.D: 1

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & a & a \\ 3 & a & a & a \end{array}\right)$$

A

$$|A| = 3a + 3a - a^2 - a = 5a - a^2$$

$$|A| = 0 \Leftrightarrow a(5-a) = 0 \Rightarrow a = 0 ; a = 5$$

- Si $a=0$:

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$|A| = 0 \Rightarrow rg(A) < 3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow rg(A) = 2$$

$rg(A^*)$:

$$|A| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (C_3 = 5C_2)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (C_3 = \tfrac{5}{3}C_2)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{2 filas nulas})$$

$\Rightarrow rg(A^*) = 2$

Luego: $rg(A) = rg(A^*) = 2 < n = 3 \Rightarrow$ S. COMPATIBLE INDETERMINADO

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y = 5 - 3\lambda \\ x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 5 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{array}}$$

• Si $a=5$:

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 5 \end{array}\right)$$

$|A| = 0 \Rightarrow rg(A) < 3$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow rg(A) = 2$

$rg(A^*)$: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 0 + \cancel{25} + 15 - 0 - \cancel{25} - 5 = 10 \neq 0 \Rightarrow rg(A^*) = 3$

$rg(A) \neq rg(A^*) \Rightarrow$ S. INCOMPATIBLE

• Si $a \neq 0$ y $a \neq 5$: $rg(A) = 3 = rg(A^*) = n \Rightarrow$ S. COMPATIBLE DETERMINADO

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ a & 0 & a \\ a & a & a \end{vmatrix}}{a(5-a)} = \frac{3a^2 + \cancel{a^2} - 5a^2 - \cancel{a^2}}{a(5-a)} = \frac{-2a^{\cancel{2}}}{\cancel{a}(5-a)} = \frac{2a}{a-5}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1 & a & a \\ 3 & a & a \end{vmatrix}}{a(5-a)} = \frac{\cancel{a^2} + 3a + 15a - 9a - \cancel{a^2} - 5a}{a(5-a)} = \frac{4\cancel{a}}{\cancel{a}(5-a)} = \frac{4}{5-a}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & a \\ 3 & a & a \end{vmatrix}}{a(5-a)} = \frac{0 + 5a + 3a - 0 - a^2 - a}{a(5-a)} = \frac{-a^{\cancel{2}} + 7\cancel{a}}{\cancel{a}(5-a)} = \frac{7-a}{5-a}$$

PREGUNTA 3

CRITERIO CALIFICACIÓN
$F(x,y)$: 0,5p
Restricciones: 0,75
R.F. 0,75
Solución: 0,5

P1, $x \equiv$ Kg P1:
- 2mg vit A
- 6mg vit B
- 0,4€/Kg

P2, $y \equiv$ Kg P2:
- 4mg vit A
- 3mg vit B
- 0,6€/Kg

VIT A: 4mg/día mínimo

VIT B: 6 mg/día mínimo

$F(x,y) = 0{,}4x + 0{,}6y$ sujeto a: $\begin{cases} 2x+4y \geq 4 \\ 6x+3y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

MINIMIZAR

$r_1 \equiv 2x+4y=4 \Rightarrow x+2y=2$

$r_2 \equiv 6x+3y=6 \Rightarrow 2x+y=2$

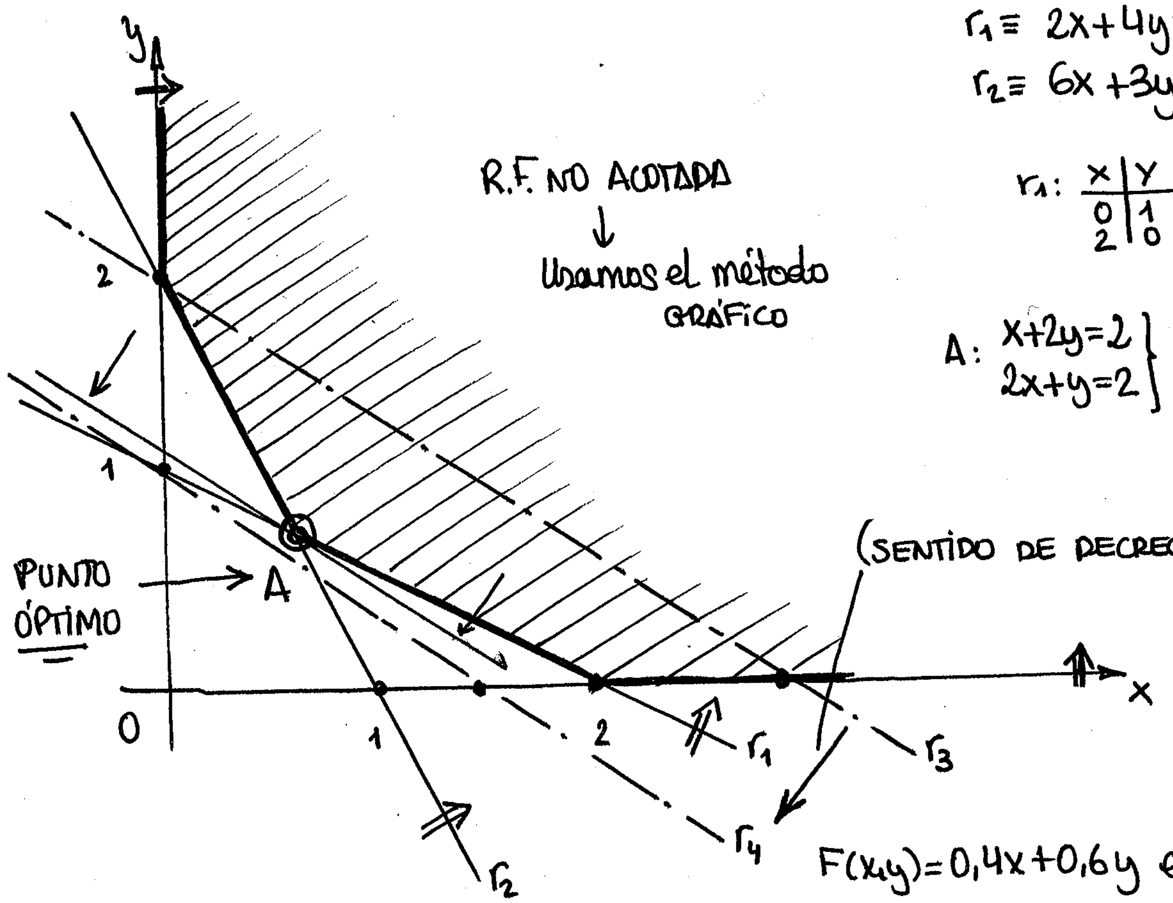
r_1:

x	y
0	1
2	0

r_2:

x	y
0	2
1	0

A: $\left.\begin{array}{l} x+2y=2 \\ 2x+y=2 \end{array}\right\}$ $3y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{3}$, $x=\frac{2}{3}$



$F(x,y) = 0{,}4x + 0{,}6y$ en dos niveles

r_3:

x	y
0	2
3	0

r_4:

x	y
0	1
1,5	0

r_3: $0{,}4x+0{,}6y=1{,}2 \Rightarrow 4x+6y=12 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x+3y=6$

r_4: $0{,}4x+0{,}6y=0{,}6 \Rightarrow 4x+6y=6 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x+3y=3$

Deben suministrarse $\frac{2}{3}$ Kg al día de cada pienso.

Coste: $F(x,y) = 0{,}4 \cdot \frac{2}{3} + 0{,}6 \cdot \frac{2}{3} = \frac{0{,}8}{3} + \frac{1{,}2}{3} = \frac{2}{3}$ €

PREGUNTA 4

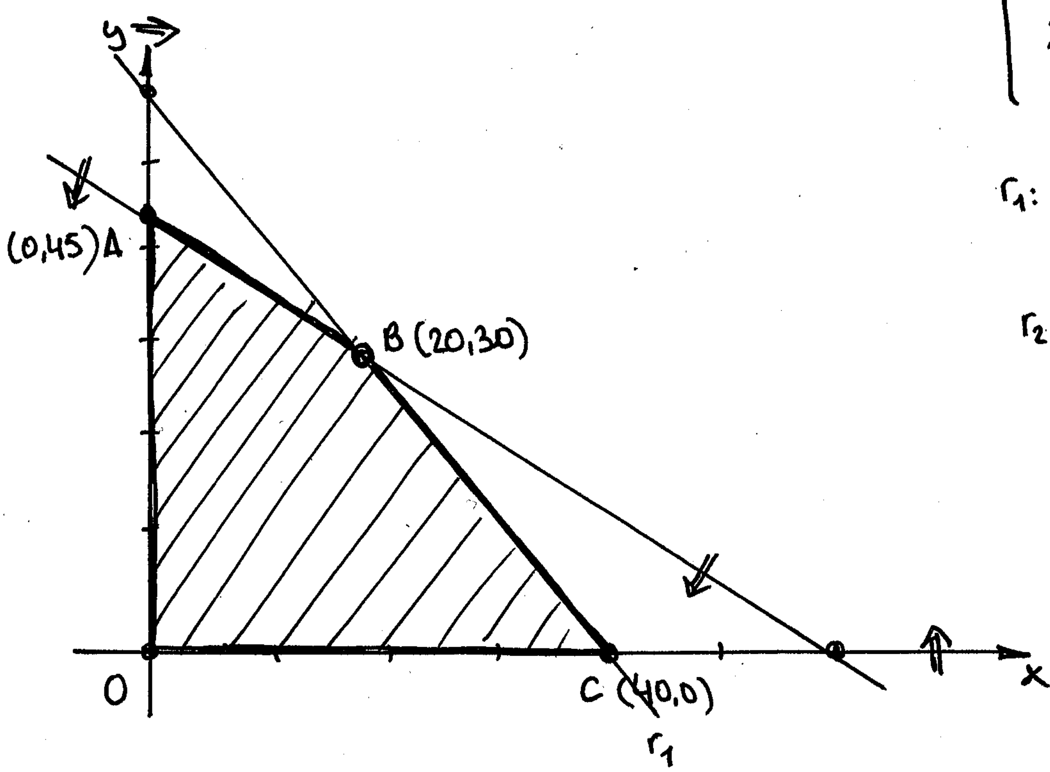
$\begin{cases} F(x,y): 0{,}5p \\ \text{Restr}: 0{,}75p \\ R.F: 0{,}75p \\ \text{SOL}: 0{,}5p \end{cases}$

PAQUETES "A" x — 3 con, 3 sin, 6€ gana

PAQUETES "B" y — 2 con, 4 sin, 5€ gana

120 con, 180 sin } disponibles

Maximizar $F(x,y) = 6x+5y$ sujeta a: $\begin{cases} 3x+2y \leq 120 \\ 3x+4y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$



$r_1: 3x+2y=120$

x	y
0	60
40	0

$r_2: 3x+4y=180$

x	y
0	45
60	0

$$B: \begin{cases} 3x+2y=120 \\ 3x+4y=180 \end{cases}$$

$$2y=60 \Rightarrow y=30$$

$$x=2$$

Evaluamos $F(x,y)$:

$F(O) = 0€$

$F(A) = 6\cdot 0 + 5\cdot 45 = 225€$

$\boxed{F(B) = 6\cdot 20 + 5\cdot 30 = 270€}$ PUNTO ÓPTIMO

$F(C) = 6\cdot 40 + 5\cdot 0 = 240€$

20 paquetes TIPO A

30 paquetes TIPO B

BENEFICIO: 270 €