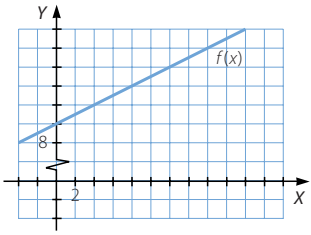
En una vivienda pagan 10 euros de gasto fijo y 0,50 euros por cada kilovatio consumido a la empresa que les suministra electricidad.

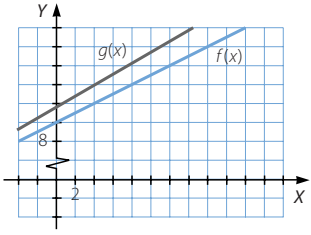
a) Obtén una expresión de la relación que existe entre el consumo y el precio y represéntala.

b) Si a esta cantidad hay que aumentarle el 16 % de IVA, ¿cómo será la ecuación? ¿Qué variación sufre la gráfica?

a) $f(x) = 10 + 0{,}5x$



b) $g(x) = (10 + 0{,}5x) \cdot 1{,}16 = 11{,}6 + 0{,}58x$



La gráfica es otra recta con mayor pendiente que la primera.

Halla el dominio de las funciones del tipo $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[n]{x}}$, siendo n un número natural.

Si n es impar: Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$

Si n es par: Dom $f = (0, +\infty)$

El manual de usuario de un vehículo afirma que el ruido producido por el motor sigue aproximadamente la fórmula:

$$r = at^2 + 2{,}8t + 8$$

donde t es el número de años de antigüedad del vehículo; a es un número fijo, que se denomina coeficiente de atenuación, y r es el nivel de ruido, medido en decibelios.

La semana pasada llevé mi vehículo a pasar la revisión de los cuatro años y en el informe figura que la medición fue de 27 decibelios. ¿Cuál es el coeficiente de atenuación? ¿Cuántos decibelios producirá a los ocho años?

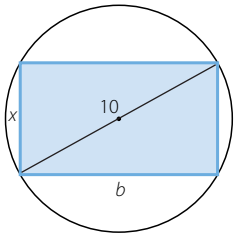
$27 = a \cdot 4^2 + 2{,}8 \cdot 4 + 8 \rightarrow 16a = 7{,}8 \rightarrow a = 0{,}4875$

A los ocho años producirá: $r = 0{,}4875 \cdot 8^2 + 2{,}8 \cdot 8 + 8 = 61{,}6$ decibelios

En una circunferencia de 5 cm de radio se inscribe un rectángulo de lado x.

Expresa el área en función de x. ¿Cuál es su dominio?

Realiza un tanteo para determinar el máximo valor que puede tomar esa función. ¿Cuánto medirán los lados del rectángulo en ese caso? ¿Qué tanto por ciento de la superficie del círculo ocupa el rectángulo?



a) Por el teorema de Pitágoras: $10^2 = b^2 + x^2 \rightarrow b = \sqrt{100 - x^2}$

El área del rectángulo viene dada por la función: $f(x) = x\sqrt{100 - x^2}$

b) Al ser x la medida de un lado, el dominio de la función es: Dom $f = [0, 10]$

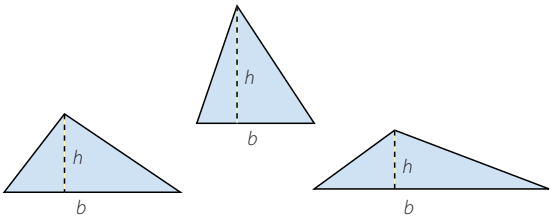
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0	9,95	19,59	28,62	36,66	43,3	48	49,98	48	39,23	0

El máximo valor del área es, aproximadamente, 49,98 cm^2. En ese caso, el lado x mide 7 cm. Así, el otro lado mide: $b = \sqrt{51} = 7{,}14$ cm

El área del círculo mide: $A = \pi r^2 = 78{,}53$ cm^2

Como $\dfrac{49{,}98}{78{,}53} = 0{,}6364$, el área del rectángulo ocupa el 63,64 % de la superficie del círculo.

Considera los triángulos cuya superficie mide S.



a) Escribe la expresión algebraica que relaciona la base en función de la altura en estos triángulos.

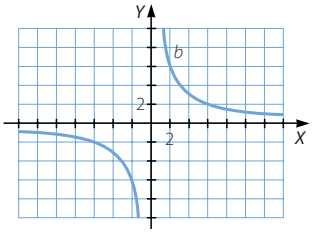
b) ¿Cuál es la función que relaciona la altura en función de la base?

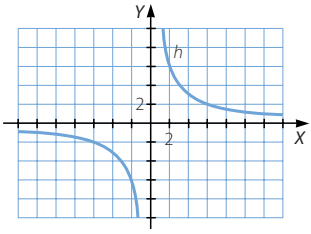
c) Representa ambas funciones.

a) $b = \dfrac{2A}{h}$

b) $h = \dfrac{2A}{b}$

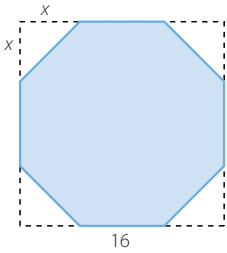
c)





Las dos gráficas son iguales.

En un cuadrado de 16 cm de lado se suprime, de cada esquina, un triángulo rectángulo e isósceles de cateto x. Expresa el área y el perímetro del polígono resultante en función de x. ¿Cuál es su dominio? ¿Y su recorrido?

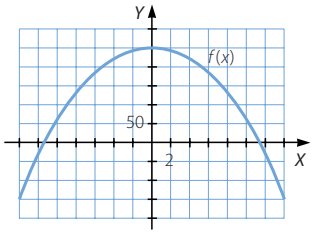


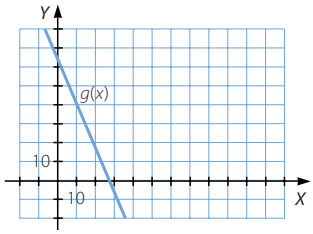
El área de la figura viene dada por la función: $f(x) = 16^2 - 4 \cdot \frac{x^2}{2} = 256 - 2x^2$

La hipotenusa de los triángulos mide: $a^2 = x^2 + x^2 \rightarrow a = \sqrt{2}x$

El perímetro de la figura viene dado por la función:

$$g(x) = 4\sqrt{2}x + 4(16 - 2x) = \left(4\sqrt{2} - 8\right)x + 64$$





Dom $f = \left[0, 8\sqrt{2}\right]$

Im $f = [0, 256]$

Dom $g = \left[0, 8\sqrt{2} + 16\right]$

Im $g = [0, 64]$

Un grupo de alumnos de 1.º Bachillerato pide presupuesto en dos agencias de viajes para realizar una excursión.

La primera agencia les hace la siguiente propuesta.

- Si el número de alumnos que va a la excursión es 40 o menos, les cobrará 200 € por alumno.
- Si el número de alumnos es superior a 40 le descontará un 10 % a cada uno de los alumnos que se inscriba.

La oferta de la segunda agencia es:

- Si completan un autobús, con capacidad para 60 personas, el precio será de 150 € por persona. Si alguno de los autobuses no está completo, se incrementará el precio en un 1 % por cada persona que falte para completarlo.

¿Qué agencia les conviene más?

Un descuento del 10 % en el precio de 200 € significa un precio de: $200 \cdot 0{,}9 = 180$ €

Así, la función que representa la propuesta de la primera agencia es:

$$f(x) = \begin{cases} 200x & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 40 \\ 180x & \text{si} \quad x > 40 \end{cases}$$

El incremento de un 1 % por cada persona que falte significa que el precio será:

$$150 \cdot \left(1 + \frac{60 - x}{100}\right)x = 150x + 1{,}5(60x - x^2) = 240x - 1{,}5x^2$$

La función que representa la propuesta de la segunda agencia es:

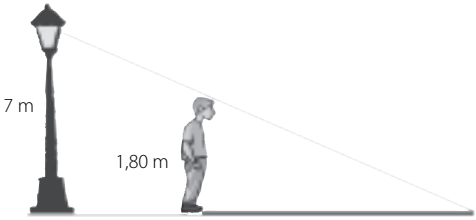
$$g(x) = \begin{cases} 240x - 1{,}5x^2 & \text{si} \quad 0 \leq x < 60 \\ 150x & \text{si} \quad x \geq 60 \end{cases}$$

Los puntos de intersección de ambas funciones son:

- Si $0 \leq x \leq 40 \rightarrow 200x = 240x - 1{,}5x^2 \rightarrow 1{,}5x^2 - 40x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{80}{3} = 26{,}\widehat{6} \end{cases}$
- Si $40 < x < 60 \rightarrow 180x = 240x - 1{,}5x^2 \rightarrow 1{,}5x^2 - 60x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 40 \end{cases}$
- Si $x \geq 60 \rightarrow 180x = 150x \rightarrow x = 0$

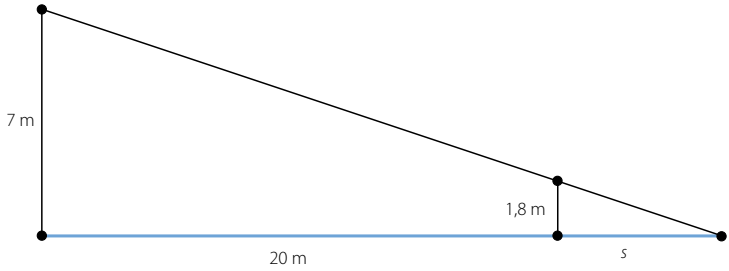
Por tanto, la primera agencia resulta más conveniente si el número de alumnos es menor o igual a 26. A partir de 27 alumnos, es más económica la segunda agencia.

Una farola tiene 7 m de altura. En su base hay una persona de 1,80 m de altura que empieza a andar en línea recta, alejándose de la farola a una velocidad de 2 m/s.
Al cabo de 10 segundos, ¿cuál será la longitud de su sombra?



Halla una función que exprese la longitud de la sombra en función del tiempo, *t*, que se camina.

Al cabo de 10 segundos, la persona ha recorrido 20 m.



Como la farola y la persona forman ángulos rectos con el suelo, sus alturas determinan dos lados paralelos de triángulos que se encuentran en posición de Tales.

$$\frac{7}{1{,}8} = \frac{20}{s} \rightarrow s = \frac{1{,}8 \cdot 20}{7} = 5{,}14 \text{ m}$$

La función que expresa la longitud de la sombra en función del tiempo es:

$$f(t) = \frac{1{,}8 \cdot 2t}{7} = \frac{3{,}6t}{7}$$