

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$$1; \quad 1,1717\dots; \quad \phi; \quad \sqrt{16}; \quad 3,112233\dots; \quad -\frac{2}{7}; \quad 0; \quad 12,131616\dots; \\ 9,111213\dots; \quad 9,111\dots$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-2, 4)$, $B = [1, 7)$ y $C = (0, 8)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

$$1. \quad (3, 21)$$

$$2. \quad [-2, 18]$$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$2\sqrt{75} - \frac{1}{3}\sqrt{147} + 5\sqrt{81}, \quad \frac{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{1 + \sqrt{3}}; \quad \frac{2}{\sqrt[6]{2^5}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{15552x^5y^6}{3125z^7t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2x}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{27z^2t}{4xy^2}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

$$1. \quad \log(2x^2 - 3) - 1 = \log x$$

$$2. \quad \log(x - 1) - 2 = \log(x - 3)$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^3y^2) = 13 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = -1 \end{cases}$$

Solución

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$1 ; 1,1717\dots ; \phi ; \sqrt{16} ; 3,112233\dots ; -\frac{2}{7} ; 0 ; 12,131616\dots ; 9,111213\dots ; 9,111\dots$

Solución:

$1 \in N ; 1,1717\dots \in Q ; \phi \in \text{irracional} ; \sqrt{16} \in N ; 3,112233\dots \in \text{irracional} ; -\frac{2}{7} \in Q ; 0 \in N ; 12,131616\dots \in Q ; 9,111213\dots \in \text{irracional} ; 9,111\dots \in Q$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-2, 4)$, $B = [1, 7)$ y $C = (0, 8)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 4), \quad A \cup C = [-2, 8), \quad B \cap C = [1, 7), \quad B \cup C = (0, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(3, 21)$

2. $[-2, 18]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(3, 21) = \{x \in R : 3 < x < 21\} = E(12, 9) = \{x \in R : |x - 12| < 9\}$

2. $[-2, 18] = \{x \in R : -2 \leq x \leq 18\} = \overline{E}(8, 10) = \{x \in R : |x - 8| \leq 10\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$2\sqrt{75} - \frac{1}{3}\sqrt{147} + 5\sqrt{81}, \quad \frac{\sqrt{5}\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}}$$

Solución:

$$2\sqrt{75} - \frac{1}{3}\sqrt{147} + 5\sqrt{81} = \frac{23\sqrt{3}}{3} + 45, \quad \frac{\sqrt{5}\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{15}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}}; \quad \frac{2}{\sqrt[6]{2^5}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}} = -\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{2}{\sqrt[6]{2^5}} = \sqrt[6]{2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{15552x^5y^6}{3125z^7t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2x}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{27z^2t}{4xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{15552x^5y^6}{3125z^7t^8}} = \frac{6xy}{5zt^2} \sqrt[4]{\frac{12xy^2}{5z^3}}; \quad \frac{2x}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{27z^2t}{4xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^2}{zt^5y^2}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(2x^2 - 3) - 1 = \log x$
2. $\log(x - 1) - 2 = \log(x - 3)$

Solución:

$$1. \log(2x^2 - 3) - 1 = \log x \implies \log \frac{2x^2 - 3}{10} = \log x \implies$$

$$2x^2 - 10x - 3 = 0 \implies x = 5, 28 \text{ y } x = -0, 28 \text{ No Vale.}$$

$$2. \log(x - 1) - 2 = \log(x - 3) \implies \log \frac{x - 1}{100} = \log(x - 3) \implies$$

$$99x = 299 \implies x = 299/99$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^3y^2) = 13 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \log(x^3y^2) = 13 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = -1 \end{array} \right. &\implies \left\{ \begin{array}{l} 3\log x + 2\log y = 13 \\ \log x - 2\log y = -1 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} 3u + 2v = 13 \\ u - 2v = -1 \end{array} \right. \\ &\implies \left\{ \begin{array}{l} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 2 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} x = 1000 \\ y = 100 \end{array} \right. \end{aligned}$$