

1 Ecuaciones

Página 85

1. ¿Es $x = 5$ solución de alguna de estas ecuaciones?

a) $7x + 1 = 34$

b) $x^2 - 10 = 15$

c) $1^x = 5$

d) $2^x = 32$

Justifica tu respuesta.

a) $7 \cdot 5 + 1 = 36 \neq 34 \rightarrow$ No es solución porque no cumple la igualdad.

b) $5^2 - 10 = 25 - 10 = 15 \rightarrow$ Es solución porque cumple la igualdad.

c) $1^5 = 1 \neq 5 \rightarrow$ No es solución porque no cumple la igualdad.

d) $2^5 = 32 \rightarrow$ Es solución porque cumple la igualdad.

2. Obtén “a ojo” una solución de cada una de estas ecuaciones:

a) $2x - 1 = 5$

b) $\frac{x^3}{3} = 9$

c) $x^2 - 1 = 35$

d) $\sqrt{x+1} = 6$

a) $x = 3$

b) $x = 3$

c) $x = 6$

d) $x = 35$

2 Ecuaciones de primer grado

Página 87

1. Resuelve mentalmente. Indica, si es el caso, cuándo la ecuación no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

a) $5x = 15$

b) $3x = -6$

c) $-2x = 10$

d) $-4x = -20$

e) $3x = 1$

f) $-2x = 10$

g) $6x = 0$

h) $0x = 6$

i) $0x = 0$

a) $5x = 15 \rightarrow x = 3$

b) $3x = -6 \rightarrow x = -2$

c) $-2x = 10 \rightarrow x = -5$

d) $-4x = -20 \rightarrow x = 5$

e) $3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

f) $-2x = 10 \rightarrow x = -5$

g) $6x = 0 \rightarrow x = 0$

h) $0x = 6 \rightarrow$ No tiene solución

i) $0x = 0 \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones

2. Resuelve estas ecuaciones. ¿Son equivalentes?

a) $4x - x = 1 + x$

b) $10 - 7x - 6x = 5 - 3x$

c) $4x + 6 - x = 5x + 5$

d) $9 = 9x - x - 3 - 2x$

a) $4x - x = 1 + x \rightarrow 3x = 1 + x \rightarrow 3x - x = 1 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $10 - 7x - 6x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 13x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 5 = 13x - 3x \rightarrow 5 = 10x \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{5}{10} = x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $4x + 6 - x = 5x + 5 \rightarrow 3x + 6 = 5x + 5 \rightarrow 6 - 5 = 5x - 3x \rightarrow 1 = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

d) $9 = 9x - x - 3 - 2x \rightarrow 9 = 6x - 3 \rightarrow 9 + 3 = 6x \rightarrow 12 = 6x \rightarrow \frac{12}{6} = x \rightarrow x = 2$

a), b) y c) sí son equivalentes, ya que las tres tienen el mismo resultado, $x = \frac{1}{2}$, pero d) no es equivalente con ninguna, debido a que sus resultados son distintos.

3. Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.

a) $11x - 3 + x = 10x - 13$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x$

c) $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x$

d) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

e) $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x$

Soluciones: a) -5 ; b) $1/7$; c) $3/2$; d) Sin solución; e) Infinitas soluciones.

a) $11x - 3 + x = 10x - 13 \rightarrow 12x - 3 = 10x - 13 \rightarrow 12x - 10x = -13 + 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

$$\begin{aligned} \text{b) } x - 3 - 4x &= 3x - 4 + x \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{7} = x \end{aligned}$$

$$\text{c) } 9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 6x = 4 - 4x \rightarrow 7 - 4 = 6x - 4x \rightarrow 3 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 8x &= 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2 \rightarrow 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 7x + 12 - 4x - 3 &= 10 + 2x - 1 + x \rightarrow 3x + 9 = 9 + 3x \rightarrow 3x - 3x = 9 - 9 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.} \end{aligned}$$

Página 88

4. Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.

a) $2x + 3(3x - 2) + x = 10(x - 3) + 14$

b) $x - 3 - 4x = 3(x - 1) + x - 1$

c) $6 = 8x - (x - 5) - 10x$

d) $9 - 4x - 2(1 - x) = 1 - 3(x - 1) - x$

e) $-4 = 5(1 - x) - x - 3(1 + 7x)$

f) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

g) $7x - 2(x - 1) - 4 = 10 - 4(3 - x) + x$

Soluciones: a) -5 ; b) $1/7$; c) $-1/3$; d) $-3/2$; e) $2/9$; f) Sin solución; g) Infinitas soluciones.

a) $2x + 9x - 6 + x = 10x - 30 + 14 \rightarrow 12x - 6 = 10x - 16 \rightarrow 12x - 10x = -16 + 6 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 3 + x - 1 \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \frac{1}{7} = x$

c) $6 = 8x - x + 5 - 10x \rightarrow 6 = 5 - 3x \rightarrow 3x = 5 - 6 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{3}$

d) $9 - 4x - 2 + 2x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 2x = 4 - 4x \rightarrow 4x - 2x = 4 - 7 \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = \frac{-3}{2}$

e) $-4 = 5 - 5x - x - 3 - 21x \rightarrow -4 = 2 - 27x \rightarrow 27x = 2 + 4 \rightarrow 27x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{27} \rightarrow x = \frac{2}{9}$

f) $8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow$ No tiene solución.

g) $7x - 2x + 2 - 4 = 10 - 12 + 4x + x \rightarrow 5x - 2 = 5x - 2 \rightarrow 5x - 5x = 2 - 2 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$
 \rightarrow Infinitas soluciones.

5. ¿Qué números pondrías en cada casilla para que la ecuación $\square x + 5 = 2x + \square \dots$

a) ... tenga infinitas soluciones?

b) ... no tenga solución?

a) $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{5} \rightarrow 2x - 2x = 5 - 5 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$ Infinitas soluciones.

b) En la primera casilla se pone un 2, y en la segunda, cualquier número que sea distinto de 5.

Por ejemplo: $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{8} \rightarrow 2x - 2x = 8 - 5 \rightarrow 0x = 3 \rightarrow$ Sin solución.

6. Busca el valor que debe tomar la a en la igualdad

$$3x - a(x + 1) = 5$$

para que la ecuación no tenga solución.

$$3x - a(x + 1) = 5 \rightarrow 3x - ax - a = 5 \rightarrow (3 - a)x = 5 + a$$

Para que esta ecuación no tenga solución, $3 - a = 0$ y $5 + a \neq 0$. Por tanto, es fácil observar que $a = 3$ cumple ambas condiciones.

7. Considera la igualdad $5a - 2(a + b) = 7 - 3(a - b)$.

a) Calcula el valor de b cuando $a = 3$.

b) Calcula el valor de a cuando $b = 5$.

$$\begin{aligned} \text{a) Si } a = 3 \rightarrow 5 \cdot 3 - 2(3 + b) &= 7 - 3(3 - b) \rightarrow 15 - 6 - 2b = 7 - 9 + 3b \rightarrow 9 - 2b = -2 + 3b \rightarrow \\ &\rightarrow 9 + 2 = 3b + 2b \rightarrow 11 = 5b \rightarrow b = \frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Si } b = 5 \rightarrow 5a - 2(a + 5) &= 7 - 3(a - 5) \rightarrow 5a - 2a - 10 = 7 - 3a + 15 \rightarrow 3a - 10 = 22 - 3a \rightarrow \\ &\rightarrow 3a + 3a = 22 + 10 \rightarrow 6a = 32 \rightarrow a = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

Página 89

8. Quita denominadores y resuelve.

a) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}$

b) $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1$

d) $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1$

e) $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3}$

Soluciones: a) 15/14; b) -8; c) 20/7; d) 1; e) 6/5

a) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3}\right) = 30 \cdot \left(x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}\right) \rightarrow 15 + 10x = 30x - 15x + 9x \rightarrow$
 $\rightarrow 15 + 10x = 24x \rightarrow 15 = 24x - 10x \rightarrow$
 $\rightarrow 15 = 14x \rightarrow x = \frac{15}{14}$

b) $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1 \rightarrow 8 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} + x\right) = 8 \cdot \left(\frac{5x}{8} + 1\right) \rightarrow 16 - 2x + 8x = 5x + 8 \rightarrow$
 $\rightarrow 16 + 6x = 5x + 8 \rightarrow 6x - 5x = 8 - 16 \rightarrow x = -8$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1 \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5}\right) = 20 \cdot 1 \rightarrow 10x + 5x - 8x = 20 \rightarrow 7x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{7}$

d) $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 \rightarrow 15 \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1\right) \rightarrow 15x - 3 = 10x - 13x + 15 \rightarrow$
 $\rightarrow 15x - 3 = -3x + 15 \rightarrow 15x + 3x = 3 + 15 \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} \rightarrow x = 1$

e) $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3} \rightarrow 18 \cdot \left(1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6}\right) = 18 \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow 18 - 10x + 3x = 18x - 12 \rightarrow$
 $\rightarrow 18 - 7x = 18x - 12 \rightarrow 18 + 12 = 18x + 7x \rightarrow 30 = 25x \rightarrow x = \frac{30}{25} \rightarrow x = \frac{6}{5}$

9. Calcula el valor de x en cada caso:

a) $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10}$

b) $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4}$

c) $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4}$

d) $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1$

e) $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24}$

Soluciones: a) 2; b) 3/19; c) Sin solución; d) 7/9; e) -52/49

a) $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10} \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4}\right) = 20 \cdot \left(x - \frac{2x-1}{10}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 4(x-1) + 5 \cdot 3x = 20x - 2(2x-1) \rightarrow 4x - 4 + 15x = 20x - 4x + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow 19x - 4 = 16x + 2 \rightarrow 19x - 16x = 2 + 4 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} &= x - \frac{1-3x}{4} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} \right) = 12 \cdot \left(x - \frac{1-3x}{4} \right) \rightarrow 2(x+2) - 4 = 12x - 3(1-3x) \rightarrow \\ &\rightarrow 2x + 4 - 4 = 12x - 3 + 9x \rightarrow 2x = 21x - 3 \rightarrow 3 = 21x - 2x \rightarrow 3 = 19x \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{3}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} &= 1 - \frac{3-x}{4} \rightarrow 8 \cdot \left(\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} \right) = 8 \cdot \left(1 - \frac{3-x}{4} \right) \rightarrow 3(1+2x) - 4x = 8 - 2(3-x) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 + 6x - 4x = 8 - 6 + 2x \rightarrow 3 + 2x = 2 + 2x \rightarrow 3 - 2 = 2x - 2x \rightarrow \\ &\rightarrow 1 = 0x \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} &= \frac{2(x+1)}{5} - 1 \rightarrow 40 \cdot \left(\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} \right) = 40 \cdot \left(\frac{2(x+1)}{5} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-2) - 5(3x-1) = 16(x+1) - 40 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x - 8 - 15x + 5 = 16x + 16 - 40 \rightarrow -11x - 3 = 16x - 24 \rightarrow \\ &\rightarrow 24 - 3 = 16x + 11x \rightarrow 21 = 27x \rightarrow x = \frac{21}{27} \rightarrow x = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} &= \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \rightarrow 72 \cdot \left(\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} \right) = 72 \cdot \left(\frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 32(x-2) - 108(1-x) = 9(21x-11) - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 32x - 64 - 108 + 108x = 189x - 99 - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 140x - 172 = 189x - 120 \rightarrow 120 - 172 = 189x - 140x \rightarrow \\ &\rightarrow -52 = 49x \rightarrow x = \frac{-52}{49} \end{aligned}$$

3 Ecuaciones de segundo grado

Página 91

1. Resuelve estas ecuaciones sin aplicar la fórmula:

a) $5x^2 - 5 = 0$

b) $5x^2 + 5 = 0$

c) $2x^2 + 3 = 35$

d) $x^2 - 9x = 0$

e) $2x^2 - 6x = 0$

f) $5x^2 + 5x = 0$

g) $8x^2 - 16x = 0$

h) $4x^2 = 36$

i) $x^2 + 1 = 0$

j) $x^2 + x = 0$

a) $5x^2 - 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $5x^2 + 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = -5 \rightarrow x^2 = \frac{-5}{5} = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$ No tiene solución.

c) $2x^2 + 3 = 35 \rightarrow 2x^2 = 35 - 3 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$

d) $x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$

e) $2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

f) $5x^2 + 5x = 0 \rightarrow 5x(x + 1) = 0 \begin{cases} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

g) $8x^2 - 16x = 0 \rightarrow 8x(x - 2) = 0 \begin{cases} 8x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

h) $4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

i) $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$ No tiene solución.

j) $x^2 + x = 0 \rightarrow x(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

2. Resuelve estas ecuaciones aplicando la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $x^2 + 6x - 7 = 0$

c) $2x^2 + 2x - 24 = 0$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0$

f) $x^2 - x + 1 = 0$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0$

h) $-x^2 + 5x - 6 = 0$

i) $-2x^2 - 12x + 14 = 0$

j) $-x^2 - 2x - 1 = 0$

a) $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 5$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b) $x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow a = 1, b = 6, c = -7$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-6+8}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-6-8}{2} \rightarrow x = \frac{-14}{2} \rightarrow x = -7 \end{cases}$$

c) $2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow a = 2, b = 2, c = -24$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-2+14}{4} \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3 \\ \frac{-2-14}{4} \rightarrow x = \frac{-16}{4} \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-4+2}{2} \rightarrow x = \frac{-2}{2} \rightarrow x = -1 \\ \frac{-4-2}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow a = 1, b = -10, c = 25$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

f) $x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = -1, c = 1$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$g) x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$h) -x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow a = -1, b = 5, c = -6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-5+1}{-2} \rightarrow x = \frac{-4}{-2} \rightarrow x = 2 \\ \frac{-5-1}{-2} \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$i) -2x^2 - 12x + 14 = 0 \rightarrow a = -2, b = -12, c = 14$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{-4} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{12 \pm 16}{-4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{12+16}{-4} \rightarrow x = \frac{28}{-4} \rightarrow x = -7 \\ \frac{12-16}{-4} \rightarrow x = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$j) -x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow a = -1, b = -2, c = -1$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

Página 92

3. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1)$

b) $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2$

c) $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17$

d) $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2$

e) $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x$

f) $10x + (2x - 3)(2x + 3) = 5 - 2(x - 1)^2$

g) $8x - [x^2 + (x - 2)^2] = -(x + 2)^2$

a) $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1) \rightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 - 5x^2 - 5x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -4x^2 - 5x \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + 4x^2 - 3x + 5x + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 2x + 1 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} \rightarrow$ Sin solución

b) $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2 \rightarrow 3x - 3 - 4x = 2(x^2 - 1) + 2 \rightarrow -x - 3 = 2x^2 - 2 + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} \rightarrow$ Sin solución

c) $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 17 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - x^2 - 6x - 9 + 17 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{6+2}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4 \\ \frac{6-2}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{array} \right.$

d) $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2 \rightarrow 2x^2 - (x^2 - 10x + 25) = 11 - (x^2 - 12x + 36) \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 10x - 25 = 11 - x^2 + 12x - 36 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + x^2 - 12x + 10x - 25 - 11 + 36 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x - 1) = 0 \left\{ \begin{array}{l} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{array} \right.$

e) $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x \rightarrow 5x^3 - 5x^2 + 1 = 5x^3 - 3x^2 + x \rightarrow$
 $\rightarrow 5x^3 - 5x^3 - 5x^2 + 3x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1}}{2 \cdot (-2)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{-4} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{1 \pm 3}{-4} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1+3}{-4} \rightarrow x = \frac{4}{-4} \rightarrow x = -1 \\ \frac{1-3}{-4} \rightarrow x = \frac{-2}{-4} \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \text{f) } 10x + (2x - 3)(2x + 3) &= 5 - 2(x - 1)^2 \rightarrow 10x + 4x^2 - 9 = 5 - 2(x^2 - 2x + 1) \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 + 10x - 9 = 5 - 2x^2 + 4x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 - 2x^2 + 10x - 4x - 9 - 3 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} \frac{-1+3}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-1-3}{2} \rightarrow x = \frac{-4}{2} \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 8x - [x^2 + (x - 2)^2] &= -(x + 2)^2 \rightarrow 8x - [x^2 + x^2 - 4x + 4] = -(x^2 + 4x + 4) \rightarrow \\ &\rightarrow 8x - 2x^2 + 4x - 4 = -x^2 - 4x - 4 \rightarrow \\ &\rightarrow -2x^2 + x^2 + 8x + 4x - 4 + 4 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow -x^2 + 16x = 0 \rightarrow x(-x + 16) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ -x + 16 = 0 \rightarrow x = 16 \end{cases} \end{aligned}$$

4. Reduce, resuelve y comprueba las soluciones:

$$\text{a) } x + \frac{2x+3}{3} = 1 - \frac{2x^2}{3} \qquad \text{b) } \frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - \frac{1}{12} \qquad \text{c) } \frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \qquad \text{e) } \frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } x + \frac{2x+3}{3} &= 1 - \frac{2x^2}{3} \rightarrow 3 \cdot \left(x + \frac{2x+3}{3}\right) = 3 \cdot \left(1 - \frac{2x^2}{3}\right) \rightarrow 3x + 2x + 3 = 3 - 2x^2 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(2x + 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x = \frac{-5}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Comprobamos las soluciones:

• Si $x = 0 \rightarrow 0 + \frac{2 \cdot 0 + 3}{3} = 1 - \frac{2 \cdot 0^2}{3} \rightarrow 1 = 1$

• Si $x = \frac{-5}{2} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) + 3}{3} = 1 - \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2}{3} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{-5+3}{3} = 1 - \frac{25}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{-5}{2} - \frac{2}{3} = 1 - \frac{25}{6} \rightarrow \frac{-15-4}{6} = \frac{6-25}{6} \rightarrow \frac{-19}{6} = \frac{-19}{6}$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} &= \frac{x}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{12}\right) \rightarrow 6x^2 - 2x = 3x - 1 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x^2 - 2x - 3x + 1 = 0 \rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{5+1}{12} \rightarrow x = \frac{6}{12} \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \frac{5-1}{12} \rightarrow x = \frac{4}{12} \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12}$$

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2} - \frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{\frac{1}{3}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{\frac{1}{9}}{2} - \frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{\frac{1}{3}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{18} - \frac{1}{18} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \rightarrow 0 = 0$$

$$\text{c) } \frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5}\right) = 30 \cdot \left(\frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 \cdot 5x^2 + 6 \cdot 2x = 15 \cdot 3x^2 + 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 50x^2 + 12x = 45x^2 + 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 50x^2 - 45x^2 + 12x - 10x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(5x + 2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 5x + 2 = 0 \rightarrow 5x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{5} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 0 \rightarrow \frac{5 \cdot 0^2}{3} + \frac{2 \cdot 0}{5} = \frac{3 \cdot 0^2}{2} + \frac{0}{3} \rightarrow 0 = 0$$

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{-2}{5} \rightarrow \frac{5\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{3} + \frac{2\left(\frac{-2}{5}\right)}{5} = \frac{3\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{2} + \frac{\frac{-2}{5}}{3} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{4}{25}}{3} - \frac{\frac{4}{5}}{5} = \frac{3 \cdot \frac{4}{25}}{2} - \frac{\frac{2}{5}}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{15} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25} - \frac{2}{15} \rightarrow \frac{20}{75} - \frac{12}{75} = \frac{18}{75} - \frac{10}{75} \rightarrow \frac{8}{75} = \frac{8}{75}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x \cdot \left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 3x^2 - 2 = 3x \rightarrow 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 + \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 + \sqrt{33}}{6}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} =$$

$$= \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} =$$

$$= \frac{18 + 6\sqrt{33} + 18 - 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} &\rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 - \sqrt{33}}{6}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} = \\ &= \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} = \\ &= \frac{18 - 6\sqrt{33} + 18 + 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x} &\rightarrow 3x \cdot \left(\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x}\right) = 3x \cdot \left(1 - \frac{2}{3x}\right) \rightarrow x^2 - 3x + 3 = 3x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 3x - 3x + 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 1 \rightarrow \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{1} = 1 - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\bullet \text{ Si } x = 5 \rightarrow \frac{5}{3} - 1 + \frac{1}{5} = 1 - \frac{2}{3 \cdot 5} \rightarrow \frac{25 - 15 + 3}{15} = \frac{15 - 2}{15} \rightarrow \frac{13}{15} = \frac{13}{15}$$

4 Resolución de problemas mediante ecuaciones

Página 93

1. Calcula tres números sabiendo que:

- El primero es 20 unidades menor que el segundo.
- El tercero es igual a la suma de los dos primeros.
- Entre los tres suman 120.

Llamamos x al segundo número. Entonces, tenemos que:

– Primer número $\rightarrow x - 20$

– Tercer número $\rightarrow (x - 20) + x = 2x - 20$

$$x + (x - 20) + (2x - 20) = 120 \rightarrow x + x + 2x - 20 - 20 = 120 \rightarrow 4x - 40 = 120 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 120 + 40 \rightarrow 4x = 160 \rightarrow x = \frac{160}{4} \rightarrow x = 40$$

- El segundo número es 40.
- El primer número es $40 - 20 = 20$.
- El tercer número es $20 + 40 = 60$.

2. Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

Llamamos x al precio del helado. Por tanto, tenemos que:

– Precio del cómic $\rightarrow 2x$

– Precio del videojuego $\rightarrow 5 \cdot 2x = 10x$

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = \frac{14,30}{13} \rightarrow x = 1,10$$

- El precio del helado es 1,10 €.
- El precio del cómic es $2 \cdot 1,10 = 2,20$ €.
- El precio del videojuego es $5 \cdot 2,20 = 11$ €.

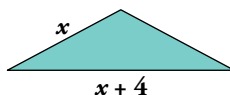
3. Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?

Llamamos x al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó $\frac{2}{5}x$.

$$x + \frac{2}{5}x = 1400 \rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 1400 \rightarrow \frac{7}{5}x = 1400 \rightarrow x = \frac{1400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \rightarrow x = 1000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1000 € y el otro, debe cobrar, $1000 \cdot \frac{2}{5} = 400$ €.

4. En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 4 cm más que cada uno de sus lados iguales. Halla la longitud de los lados sabiendo que su perímetro es de 40 cm.



Llamamos x a la medida de los lados iguales. Entonces, el lado desigual mide $x + 4$ cm.

$$x + x + (x + 4) = 40 \rightarrow 2x + x + 4 = 40 \rightarrow 3x = 40 - 4 \rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

- Los lados iguales miden 12 cm.
- El lado desigual mide 16 cm.

Página 94

- 5. Una peña deportiva contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, cada uno habría pagado 8,50 €; pero quedaron 3 plazas vacías, y el viaje costó 9 €. ¿Cuántas plazas tenía el autobús?**

Llamamos x al número de seguidores que viajan en el autobús.

$$(x + 3) \cdot 8,50 = x \cdot 9 \rightarrow 8,50x + 25,50 = 9x \rightarrow 25,50 = 9x - 8,50x \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,50x = 25,50 \rightarrow x = \frac{25,50}{0,50} \rightarrow x = 51$$

El autobús tenía $51 + 3 = 54$ plazas.

- 6. Si divido un número entre 5, el resultado es dos unidades mayor que si lo divido entre 6. ¿Qué número es?**

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{6} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2\right) = 30 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 6x - 60 = 5x \rightarrow 6x - 5x = 60 \rightarrow x = 60$$

El número que buscamos es 60.

- 7. Me faltan 1,80 € para comprar una revista. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?**

Llamamos x al dinero que tengo.

$$x + 1,80 = 2x - 2 \rightarrow 1,80 + 2 = 2x - x \rightarrow x = 3,80 \text{ €}$$

Tengo 3,80 euros.

Por tanto, la revista cuesta $3,80 + 1,80 = 5,60 \text{ €}$.

- 8. José tiene 15 años; su hermano Juan, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de pasar para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?**

Llamamos x a los años que deben pasar.

EDAD DE...	HOY	DENTRO DE x AÑOS
JOSÉ	15	$15 + x$
JUAN	13	$13 + x$
PADRE	43	$43 + x$

$$(15 + x) + (13 + x) = 43 + x \rightarrow 28 + 2x = 43 + x \rightarrow 2x - x = 43 - 28 \rightarrow x = 15$$

Han de pasar 15 años para que entre los dos hijos igualen la edad del padre.

Página 95

9. Si un número se aumenta en un 30% y se le suman 12 unidades, se obtiene el mismo resultado que si a su doble se le quita un 20%. ¿Qué número es?

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

– El número aumentado en un 30% más 12 unidades $\rightarrow 1,3x + 12$

– El doble del número disminuido un 20% $\rightarrow 0,8 \cdot (2x)$

$$1,3x + 12 = 0,8 \cdot 2x \rightarrow 1,3x + 12 = 1,6x \rightarrow 12 = 1,6x - 1,3x \rightarrow$$

$$\rightarrow 12 = 0,3x \rightarrow x = \frac{12}{0,3} \rightarrow x = 40$$

El número buscado es 40.

10. Marta compra una camiseta rebajada un 10%. Después, en otra tienda, compra una blusa que costaba 10 € más, pero estaba rebajada un 40%. Así, paga lo mismo por ambas prendas. ¿Cuánto costaba cada prenda sin rebajar?

PRECIO $\rightarrow x$

REBAJA 10%



PRECIO $\rightarrow x + 10$

REBAJA 40%

Llamamos:

Precio de la camiseta $\rightarrow x$

Con una rebaja del 10% $\rightarrow 0,9x$

Precio de la blusa $\rightarrow x + 10$

Con una rebaja del 40% $\rightarrow 0,6(x + 10)$

$$0,9x = 0,6(x + 10) \rightarrow 0,9x = 0,6x + 6 \rightarrow 0,9x - 0,6x = 6 \rightarrow 0,3x = 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{6}{0,3} \rightarrow x = 20$$

La camiseta costaba 20 € y la blusa $20 + 10 = 30$ €.

11. Teo ha mezclado 12 kg de azúcar, de 1,10 €/kg, con cierta cantidad de miel, de 4,20 €/kg. La mezcla sale a 2,34 €/kg. ¿Cuánta miel mezcló?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
AZÚCAR	12	1,10	13,20
MIEL	x	4,20	$4,20x$
MEZCLA	$12 + x$	2,34	$2,34(12 + x)$

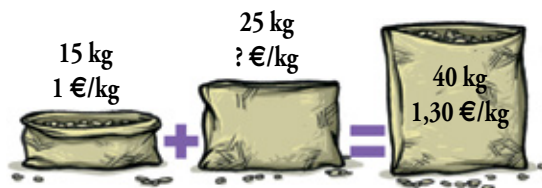
$$13,20 + 4,20x = 2,34(12 + x) \rightarrow 13,20 + 4,20x = 28,08 + 2,34x \rightarrow$$

$$\rightarrow 4,20x - 2,34x = 28,08 - 13,20 \rightarrow 1,86x = 14,88 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{14,88}{1,86} \rightarrow x = 8$$

Mezcló 8 kg de miel.

- 12.** Mezclando 15 kg de arroz de 1 €/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30 €/kg. ¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?



	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
ARROZ A	15	1,00	15
ARROZ B	25	x	$25x$
MEZCLA	40	1,35	54

$$15 + 25x = 54 \rightarrow 25x = 54 - 15 \rightarrow 25x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{25} \rightarrow x = 1,56 \text{ €/kg}$$


La segunda clase de arroz cuesta 1,56 €/kg.

Ejercicios y problemas

Página 96

Practica

Ecuaciones: soluciones, tanteo...

1.  Comprueba cuál de los números 1, 2 o 4 es la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3x - 5 = 1$

b) $\frac{x}{2} - 3x = -10$

c) $x^3 - 1 = 0$

d) $2^x = 4$

e) $\sqrt{x} = 2$

f) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

a) $3x - 5 = 1$

$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 - 5 = -2 \neq 1$

$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$x = 4 \rightarrow 3 \cdot 4 - 5 = -2 \neq 1$

c) $x^3 - 1 = 0$

$x = 1 \rightarrow 1^3 - 1 = 0$

$x = 2 \rightarrow 2^3 - 1 = 7 \neq 0$

$x = 4 \rightarrow 4^3 - 1 = 63 \neq 0$

e) $\sqrt{x} = 2$

$x = 1 \rightarrow \sqrt{1} = 1 \neq 2$

$x = 2 \rightarrow \sqrt{2} \neq 2$

$x = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$

b) $\frac{x}{2} - 3x = -10$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} - 3 \cdot 1 = \frac{-5}{2} \neq -10$

$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} - 3 \cdot 2 = -5 \neq -10$

$x = 4 \rightarrow \frac{4}{2} - 3 \cdot 4 = -10$

d) $2^x = 4$

$x = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \neq 4$

$x = 2 \rightarrow 2^2 = 4$

$x = 4 \rightarrow 2^4 = 16 \neq 4$

f) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{1}{2}$

$x = 2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

2.  Resuelve mentalmente y explica el proceso seguido.

a) $\frac{x-5}{4} = 1$

b) $5x + 1 = 11$

c) $3(x-2) = 12$

d) $\frac{x}{3} + 1 = 6$

e) $\frac{x+1}{3} = 6$

f) $x^3 = 8$

g) $3^x = 81$

h) $\sqrt{2x} = 4$

a) $x = 9$

Buscamos un número que al restarle 5 el resultado sea 4.

b) $x = 2$

Buscamos un número que al multiplicarlo por 5 su resultado sea 10.

c) $x = 6$

Buscamos un número tal que, al restarle 2 nos quede 4.

d) $x = 15$

La tercera parte del número que buscamos es 5.

e) $x = 17$

Buscamos un número que al sumarle 1 nos quede 18.

f) $x = 2$

Buscamos un número que multiplicado tres veces por sí mismo nos quede 8.

g) $x = 4$

Buscamos el número de veces que tenemos que multiplicar 3 para que el resultado sea 81.

h) $x = 8$

Buscamos un número que al multiplicarlo por dos su resultado sea 16.

3. Resuelve por tanteo.

a) $\frac{x+4}{2} = 65$

b) $\frac{x}{2} - 1 = 3$

c) $2(x+1) = 16$

d) $x^2 = 25$

e) $x^3 = 64$

f) $2^x = 32$

g) $\sqrt{x+1} = 5$

h) $\frac{2}{x} = 1$

a) $x = 126$

b) $x = 8$

c) $x = 7$

d) $x = 5$

e) $x = 4$

f) $x = 5$

g) $x = 24$

h) $x = 2$

Ecuaciones de primer grado

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $12x - 8 = 34 + 5x$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a) $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3) \rightarrow 8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow 4 - 3x = 14x + 21 \rightarrow$
 $\rightarrow 4 - 21 = 14x + 3x \rightarrow -17 = 17x \rightarrow x = -1$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2(x + 3x + 3) = 5x \rightarrow 2(4x + 3) = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 8x - 5x = -6 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x) \rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x \rightarrow$
 $\rightarrow 3x = -x - 12 \rightarrow 3x + x = -12 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$

5. Elimina los denominadores y resuelve.

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6}$

c) $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1$

d) $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0$

e) $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 = 0$

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15} \rightarrow 15 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{2x}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{-1}{15}\right) \rightarrow 5x - 6x = -1 \rightarrow -x = -1 \rightarrow x = 1$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3}\right) = 12 \cdot \frac{13}{6} \rightarrow 6x + 3x + 4x = 26 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = 26 \rightarrow x = \frac{26}{13} \rightarrow x = 2$

c) $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1 \rightarrow 4 \cdot \left(\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4}\right) = 4 \cdot (-1) \rightarrow 2(x+1) + 3x-1 = -4 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 2 + 3x - 1 = -4 \rightarrow 5x + 1 = -4 \rightarrow 5x = -4 - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = -1$

d) $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0 \rightarrow 5 \cdot \left(\frac{3x+1}{5} - x + 1\right) = 5 \cdot 0 \rightarrow 3x + 1 - 5x + 5 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x + 6 = 0 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

e) $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 \cdot \left(\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2}\right) = 6 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow$
 $\rightarrow 2 \cdot 2(x+1) + 3(3x-1) = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x + 4 + 9x - 3 = 1 \rightarrow 13x + 1 = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = 1 - 1 \rightarrow 13x = 0 \rightarrow x = 0$

f) $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 = 0 \rightarrow 7 \cdot \left(\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8\right) = 7 \cdot 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 3(x-1) - 14(x+3) + 56 = 7 \cdot 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x - 3 - 14x - 42 + 56 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -11x + 11 = 0 \rightarrow x = \frac{-11}{-11} = 1$

6. Simplifica y resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6}$

b) $\frac{3x-3}{4} = \frac{x+4}{3}$

c) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) = 8x-1-2(x+3)$

d) $\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}$

e) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} = \frac{x-7}{12} + 7$

f) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} = \frac{1+x}{4} - 1$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6} \rightarrow 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right) = 6 \cdot \left(x - \frac{1}{6}\right) \rightarrow 3 + 2x = 6x - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 3 + 1 = 6x - 2x \rightarrow 4 = 4x \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3x-3}{4} &= \frac{x+4}{3} \rightarrow 12 \cdot \frac{3x-3}{4} = 12 \cdot \frac{x+4}{3} \rightarrow 3(3x-3) = 4(x+4) \rightarrow \\ &\rightarrow 9x-9 = 4x+16 \rightarrow 9x-4x = 16+9 \rightarrow 5x = 25 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{25}{5} \rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) &= 8x-1-2(x+3) \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 8x-1-2x-6 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 6x-7 \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 6x+4x-7-4 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 10x-11 \rightarrow 2 \cdot \frac{3(x+3)}{2} = 2 \cdot (10x-11) \rightarrow \\ &\rightarrow 3(x+3) = 20x-22 \rightarrow 3x+9 = 20x-22 \rightarrow \\ &\rightarrow 9+22 = 20x-3x \rightarrow 31 = 17x \rightarrow x = \frac{31}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} &= \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} \right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 \cdot 3(x+3) - 4(3x-2) = 2 + x + 3 \rightarrow \\ &\rightarrow 9x+27-12x+8 = 5+x \rightarrow -3x+35 = 5+x \rightarrow \\ &\rightarrow 35-5 = x+3x \rightarrow 30 = 4x \rightarrow x = \frac{30}{4} \rightarrow x = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} &= \frac{x-7}{12} + 7 \rightarrow 12 \left(\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} \right) = 12 \left(\frac{x-7}{12} + 7 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 6(x+7) - 2(7-x) = x-7 + 12 \cdot 7 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x+42-14+2x = x-7+84 \rightarrow \\ &\rightarrow 8x+28 = x+77 \rightarrow 8x-x = 77-28 \rightarrow \\ &\rightarrow 7x = 49 \rightarrow x = \frac{49}{7} \rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} &= \frac{1+x}{4} - 1 \rightarrow 20 \left(\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} \right) = 20 \left(\frac{1+x}{4} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 5(5+x) - 4(5-x) = 5(1+x) - 20 \rightarrow \\ &\rightarrow 25+5x-20+4x = 5+5x-20 \rightarrow \\ &\rightarrow 9x+5 = 5x-15 \rightarrow 9x-5x = -15-5 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

7.  Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla su solución:

a) $(x+1)(x-1) - 3(x+2) = x(x+2) + 4$

b) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 = x(x+3) - (x^2+1)$


c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x-2)$

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4 \rightarrow x^2 - 1 - 3x - 6 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 3x - 7 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow x^2 - x^2 - 3x - 2x - 7 - 4 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -5x - 11 = 0 \rightarrow -5x = 11 \rightarrow x = \frac{-11}{5}$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1) \rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) = x^2 + 3x - x^2 - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 = 3x - 1 \rightarrow 24x = 3x - 1 \rightarrow 24x - 3x = -1 \rightarrow$
 $\rightarrow 21x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{21}$

c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2) \rightarrow x^2 - \frac{1}{9} - x^2 - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow -\frac{1}{6}x - \frac{1}{9} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow 18 \cdot \left(-\frac{1}{6}x - \frac{1}{9}\right) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow -3x - 2 = 6x - 2 \cdot 6 \rightarrow$
 $\rightarrow 12 - 2 = 6x + 3x \rightarrow 10 = 9x \rightarrow x = \frac{10}{9}$

Ecuaciones de segundo grado

8.  Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $7x^2 - 21x = 0$

b) $2x^2 + x = 0$

c) $2x^2 - 14x = 0$

d) $4x^2 - 32x = 0$

e) $x^2 - 36 = 0$

f) $3x^2 - 147 = 0$

a) $7x^2 - 21x = 0 \rightarrow 7x(x - 3) = 0 \begin{cases} 7x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$


b) $2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$

c) $2x^2 - 14x = 0 \rightarrow 2x(x - 7) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x = 7 \end{cases}$

d) $4x^2 - 32x = 0 \rightarrow 4x(x - 8) = 0 \begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8 \end{cases}$

e) $x^2 - 36 = 0 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \begin{cases} x = -6 \\ x = 6 \end{cases}$

f) $3x^2 - 147 = 0 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = \frac{147}{3} \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \begin{cases} x = -7 \\ x = 7 \end{cases}$

9.  Resuelve estas ecuaciones:

- a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$ b) $3x^2 - 3x - 6 = 0$ c) $4x^2 + 16x + 16 = 0$ d) $x^2 + x + 3 = 0$
 e) $x^2 - 18x + 81 = 0$ f) $x^2 - 5x - 24 = 0$ g) $x^2 - 9x + 14 = 0$ h) $x^2 - 6x + 10 = 0$

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \begin{cases} \frac{6+2}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{6-2}{4} \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b) $3x^2 - 3x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{6} = \frac{3 \pm 9}{6} \begin{cases} \frac{3+9}{6} \rightarrow x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3-9}{6} \rightarrow x = \frac{-6}{6} \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

c) $4x^2 + 16x + 16 = 0 \rightarrow 4(x^2 + 4x + 4) = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} \rightarrow x = -2$$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

e) $x^2 - 18x + 81 = 0$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18 \pm 0}{2} \rightarrow x = 9$$

f) $x^2 - 5x - 24 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2}$$


$$x = \begin{cases} \frac{5+11}{2} \rightarrow x = \frac{16}{2} \rightarrow x = 8 \\ \frac{5-11}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

g) $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} \begin{cases} \frac{9+5}{2} \rightarrow x = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7 \\ \frac{9-5}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

h) $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

10.  Reduce, resuelve y comprueba las soluciones.

a) $5x^2 - 3x(x - 4) = (x - 2)^2 + 13$

b) $3x(x - 2) - 6 = (x + 1)(x - 4)$

c) $x - \frac{x^2}{2} = \frac{x - 2}{5}$

d) $\frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3} = 11 - \frac{x^2}{2} + 2$

e) $5x - \frac{3}{x} = \frac{x - 1}{x}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 5x^2 - 3x(x - 4) &= (x - 2)^2 + 13 \rightarrow 5x^2 - 3x^2 + 12x = x^2 - 4x + 4 + 13 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 + 12x = x^2 - 4x + 17 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - x^2 + 12x + 4x - 17 = 0 \rightarrow x^2 + 16x - 17 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)}}{2 \cdot 1} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 68}}{2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-16 + 18}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-16 - 18}{2} \rightarrow x = \frac{-34}{2} \rightarrow x = -17 \end{cases}$$

- Si $x = 1 \rightarrow 5 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1(1 - 4) = (1 - 2)^2 + 13 \rightarrow 5 - 3 \cdot (-3) = (-1)^2 + 13 \rightarrow$
 $\rightarrow 5 + 9 = 14 \rightarrow 14 = 14$

- Si $x = -17 \rightarrow 5 \cdot (-17)^2 - 3 \cdot (-17) \cdot (-17 - 4) = (-17 - 2)^2 + 13 \rightarrow$
 $\rightarrow 1445 - 1071 = 361 + 13 \rightarrow 374 = 374$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x(x - 2) - 6 &= (x + 1)(x - 4) \rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 4x + x - 4 \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 3x - 4 \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x + 3x - 6 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{3 + 5}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3 - 5}{4} \rightarrow x = \frac{-2}{4} \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

- Si $x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot (2 - 2) - 6 = (2 + 1)(2 - 4) \rightarrow 0 - 6 = 3 \cdot (-2) \rightarrow -6 = -6$

- Si $x = \frac{-1}{2} \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2} - 2\right) - 6 = \left(\frac{-1}{2} + 1\right)\left(\frac{-1}{2} - 4\right) \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-5}{2}\right) - 6 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-9}{2}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{15}{4} - 6 = \frac{-9}{4} \rightarrow \frac{15 - 24}{4} = \frac{-9}{4} \rightarrow \frac{-9}{4} = \frac{-9}{4}$

$$\begin{aligned} \text{c) } x - \frac{x^2}{2} &= \frac{x-2}{5} \rightarrow 10\left(x - \frac{x^2}{2}\right) = 10 \cdot \frac{x-2}{5} \rightarrow 10x - 5x^2 = 2(x-2) \rightarrow \\ &\rightarrow 10x - 5x^2 = 2x - 4 \rightarrow 0 = 5x^2 - 10x + 2x - 4 \rightarrow 5x^2 - 8x - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{10} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{10} = \frac{8 \pm 12}{10}$$

$$x = \begin{cases} \frac{8+12}{10} \rightarrow x = \frac{20}{10} \rightarrow x = 2 \\ \frac{8-12}{10} \rightarrow x = \frac{-4}{10} \rightarrow x = \frac{-2}{5} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Si } x = 2 \rightarrow 2 - \frac{2^2}{2} = \frac{2-2}{5} \rightarrow 2 - \frac{4}{2} = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-2}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{2} &= \frac{\frac{-2}{5} - 2}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{4}{50} = \frac{-12}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{4}{50} = \frac{-12}{25} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-20}{50} - \frac{4}{50} = \frac{-24}{50} \rightarrow \frac{-24}{50} = \frac{-24}{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3} &= 11 - \frac{x^2}{2} + 2 \rightarrow 6\left(\frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3}\right) = 6\left(11 - \frac{x^2}{2} + 2\right) \rightarrow \\ &\rightarrow 5x - 2x^2 = 66 - 3x^2 + 12 \rightarrow 5x - 2x^2 = -3x^2 + 78 \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 - 2x^2 + 5x - 78 = 0 \rightarrow x^2 + 5x - 78 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-78)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 312}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{337}}{2} \begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{337}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{337}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-5 + \sqrt{337}}{2} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{-5 + \sqrt{337}}{2}}{6} - \frac{\left(\frac{-5 + \sqrt{337}}{2}\right)^2}{3} &= 11 - \frac{\left(\frac{-5 + \sqrt{337}}{2}\right)^2}{2} + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-25 + 5\sqrt{337}}{12} - \frac{25 - 10\sqrt{337} + 337}{12} = 13 - \frac{25 - 10\sqrt{337} + 337}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-387 + 15\sqrt{337}}{12} = \frac{-258 + 10\sqrt{337}}{8} \rightarrow \frac{-129 + 5\sqrt{337}}{4} = \frac{-129 + 5\sqrt{337}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-5 - \sqrt{337}}{2} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{-5 - \sqrt{337}}{2}}{6} - \frac{\left(\frac{-5 - \sqrt{337}}{2}\right)^2}{3} &= 11 - \frac{\left(\frac{-5 - \sqrt{337}}{2}\right)^2}{2} + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-25 - 5\sqrt{337}}{12} - \frac{25 + 10\sqrt{337} + 337}{12} = 13 - \frac{25 + 10\sqrt{337} + 337}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-387 - 15\sqrt{337}}{12} = \frac{-258 - 10\sqrt{337}}{8} \rightarrow \frac{-129 - 5\sqrt{337}}{4} = \frac{-129 - 5\sqrt{337}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } 5x - \frac{3}{x} &= \frac{x-1}{x} \rightarrow x\left(5x - \frac{3}{x}\right) = x \cdot \frac{x-1}{x} \rightarrow 5x^2 - 3 = x - 1 \rightarrow \\
 &\rightarrow 5x^2 - x - 3 + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 - x - 2 = 0
 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{1+40}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{10} \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{41}}{10} \\ x = \frac{1 - \sqrt{41}}{10} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \text{ Si } x &= \frac{1 + \sqrt{41}}{10} \rightarrow 5 \cdot \frac{1 + \sqrt{41}}{10} - \frac{3}{\frac{1 + \sqrt{41}}{10}} = \frac{\frac{1 + \sqrt{41}}{10} - 1}{\frac{1 + \sqrt{41}}{10}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1 + \sqrt{41}}{2} - \frac{30}{1 + \sqrt{41}} = \frac{1 + \sqrt{41} - 10}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{(1 + \sqrt{41})^2 - 2 \cdot 30}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{(1 + 2\sqrt{41} + 41) - 60}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{2\sqrt{41} - 18}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \text{ Si } x &= \frac{1 - \sqrt{41}}{10} \rightarrow 5 \cdot \frac{1 - \sqrt{41}}{10} - \frac{3}{\frac{1 - \sqrt{41}}{10}} = \frac{\frac{1 - \sqrt{41}}{10} - 1}{\frac{1 - \sqrt{41}}{10}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1 - \sqrt{41}}{2} - \frac{30}{1 - \sqrt{41}} = \frac{1 - \sqrt{41} - 10}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{(1 - \sqrt{41})^2 - 2 \cdot 30}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{(1 - 2\sqrt{41} + 41) - 60}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{-2\sqrt{41} - 18}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}}
 \end{aligned}$$


Piensa y resuelve

11.  **Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.**

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{2} + 20 = \frac{x}{3} \rightarrow 6\left(\frac{x}{2} + 20\right) = 6 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x + 120 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -120 \rightarrow x = -120$$


El número que buscamos es -120 .

12.  **Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?**

Llamamos x al número que buscamos.

$$x - 12 = \frac{x}{3} \rightarrow 3(x - 12) = 3 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18$$


Es el número 18.

13.  **La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?**

Llamamos x a uno de los números que buscamos.

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 4(x - 1) \rightarrow 3x = 4x - 4 \rightarrow 4 = 4x - 3x \rightarrow 4 = x$$

Los números que buscamos son 3, 4 y 5.

14.  **El producto de un número natural por su siguiente es 31 unidades mayor que el quintuplo de la suma de ambos. ¿Cuál es ese número?**

Llamamos x al número que buscamos.


$$x \cdot (x + 1) - 31 = 5[x + (x + 1)] \rightarrow x^2 + x - 31 = 5(2x + 1) \rightarrow x^2 + x - 31 = 10x + 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + x - 10x - 31 - 5 = 0 \rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0$$

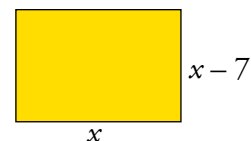
$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{9 + 15}{2} \rightarrow x = \frac{24}{2} \rightarrow x = 12 \\ \frac{9 - 15}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \rightarrow \text{No es natural. No vale} \end{cases}$$

Es el número 12.

15.  **En un rectángulo de 74 cm de perímetro sabemos que la altura mide 7 cm menos que la base. Halla sus dimensiones.**


Llamamos x a la medida de la base del rectángulo.



$$2 \cdot x + 2 \cdot (x - 7) = 74 \rightarrow 2x + 2x - 14 = 74 \rightarrow 4x - 14 = 74 \rightarrow 4x = 74 + 14 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 88 \rightarrow x = \frac{88}{4} \rightarrow x = 22$$

La base del rectángulo mide 22 cm y la altura $22 - 7 = 15$ cm.

- 16.**  El mayor de los ángulos de un triángulo mide 50° más que el mediano; y este mide 20° más que el pequeño. ¿Cuánto mide cada ángulo?


Llamamos x al ángulo más pequeño.

- El ángulo mediano mide $x + 20$ grados.
- El mayor de los ángulos mide $x + 20 + 50 = x + 70$ grados.

$$x + (x + 20) + (x + 70) = 180 \rightarrow 3x + 90 = 180 \rightarrow 3x = 180 - 90 \rightarrow 3x = 90 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{90}{3} \rightarrow x = 30^\circ$$

El menor de los ángulos mide 30° , el mediano $30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$, y el mayor $30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$.

- 17.**  La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Llamamos x a la edad de la madre. Entonces, tenemos que:


- La edad del padre es $x + 6$ años.
- La edad de cada uno de los gemelos es $x - 27$ años.

$$x + (x + 6) + 2 \cdot (x - 27) = 104 \rightarrow x + x + 6 + 2x - 54 = 104 \rightarrow 4x - 48 = 104 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 104 + 48 \rightarrow 4x = 152 \rightarrow x = \frac{152}{4} \rightarrow x = 38$$

La madre tiene 38 años.

Por tanto, el padre tiene $38 + 6 = 48$ años, y los gemelos, $38 - 27 = 11$ años cada uno.

- 18.**  Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,50 €. La entrada de la piscina cuesta 1,50 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?


Llamamos x al precio de la entrada al cine. Por tanto, tenemos que:

- La entrada de la piscina cuesta $x - 1,50$ euros.

$$2(x - 1,50) + x + 4,50 = 12 \rightarrow 2x - 3 + x + 4,50 = 12 \rightarrow 3x + 1,50 = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x = 12 - 1,50 \rightarrow 3x = 10,50 \rightarrow x = \frac{10,50}{3} \rightarrow x = 3,50$$

La entrada del cine cuesta 3,50 €.


- 19.**  Se ha vertido un bidón de aceite de orujo, de 1,60 €/litro, en una tinaja que contenía 400 litros de aceite de oliva de 3,20 €/litro. Sabiendo que el litro de la mezcla cuesta 2,60 €/litro, ¿cuántos litros había en el bidón?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
ACEITE DE ORUJO	x	1,60	$1,60x$
ACEITE DE OLIVA	400	3,20	1 280
MEZCLA	$400 + x$	2,60	$2,60(400 + x)$

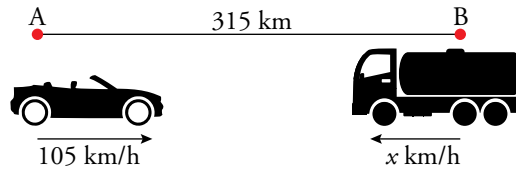
$$1,60x + 1 280 = 2,60(400 + x) \rightarrow 1,60x + 1 280 = 1 040 + 2,60x \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 280 - 1 040 = 2,60x - 1,60x \rightarrow x = 240$$

En el bidón había 240 litros de aceite.

- 20.**  Un coche sale de una ciudad A hacia otra B, distante 315 km, a una velocidad de 105 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un camión que tarda en cruzarse con el coche una hora y cuarenta y cinco minutos. ¿Cuál era la velocidad del camión?

Llamamos x a la velocidad a la que circula el camión.



Tardan 1 hora y 45 minutos en encontrarse $\rightarrow t = 1,75$ horas


$$t = \frac{d}{v} \rightarrow 1,75 = \frac{315}{105 + x}$$

$$1,75 = \frac{315}{105 + x} \rightarrow 1,75(105 + x) = 315 \rightarrow 183,75 + 1,75x = 315 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,75x = 315 - 183,75 \rightarrow 1,75x = 131,25 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{131,25}{1,75} \rightarrow x = 75 \text{ km/h}$$

La velocidad del camión era de 75 km/h.

- 21.**  Un ciclista que va a 18 km/h tarda 45 minutos en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 6 km. ¿Qué velocidad lleva el que iba delante?

Llamamos x a la velocidad del ciclista que salió primero.

– El segundo ciclista tarda 45 minutos = 0,75 horas en alcanzar al primero.


– El primer ciclista recorrerá $\rightarrow 0,75x$ km

– El segundo ciclista recorrerá $\rightarrow 18 \cdot 0,75$ km

$$18 \cdot 0,75 = 0,75x + 6 \rightarrow 13,5 = 0,75x + 6 \rightarrow 7,5 = 0,75x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7,5}{0,75} \rightarrow x = 10 \text{ km/h}$$

El ciclista que va delante lleva una velocidad de 10 km/h.

- 22.**  Un ciclista sale a la carretera a una velocidad de 15 km/h. ¿Qué velocidad deberá llevar otro ciclista que sale media hora después si pretende alcanzar al primero en hora y media?

Llamamos x a la velocidad del ciclista que en segundo lugar.


– 1 hora y media $\rightarrow 1,5$ horas

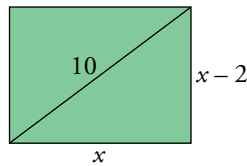
– El primer ciclista recorrerá $\rightarrow 15 \cdot 2 = 30$ km

– El segundo ciclista recorrerá $\rightarrow 1,5x$

$$1,5x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{1,5} \rightarrow x = 20 \text{ km/h}$$

El ciclista deberá llevar una velocidad de 20 km/h.

- 23.**  Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.



Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$10^2 = x^2 + (x - 2)^2 \rightarrow 100 = x^2 + x^2 - 4x + 4 \rightarrow 0 = 2x^2 - 4x + 4 - 100 \rightarrow 2x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-96)}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 768}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{784}}{4} = \frac{4 \pm 28}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{4 + 28}{4} \rightarrow x = \frac{32}{4} \rightarrow x = 8 \\ \frac{4 - 28}{4} \rightarrow x = \frac{-24}{4} \rightarrow x = -6 \rightarrow \text{No vale, las medidas son siempre positivas.} \end{cases}$$

La base del rectángulo mide 8 cm y la altura $8 - 2 = 6$ cm.

Curiosidades matemáticas

Leyenda china

Un genio que vivía en un estrecho desfiladero ofrecía a los viajeros el siguiente trato:

– *Para pasar, has de pagar la cantidad de cuatro veces cuatro monedas. Después, como prueba de amistad, yo doblaré el dinero de tu bolsa.*

Un campesino algo ambicioso, enterado del caso, reunió sus ahorros y se empeñó en atravesar muchas veces el desfiladero. Sin embargo, se encontró que a la cuarta, su bolsa estaba vacía. ¿Con cuántas monedas se presentó por primera vez ante el genio?

Cada vez que pasa el campesino por el desfiladero ha de darle 16 monedas al genio y lo que le queda en la bolsa el genio lo multiplica por dos. Por tanto, si llamamos x a las monedas que llevaba el campesino:

$$[[[(x - 16) \cdot 2] - 16] \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[(2x - 32 - 16) \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[(2x - 48) \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[4x - 96 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[4x - 112] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$8x - 224 - 16 = 0$$

$$8x - 240 = 0$$

$$8x = 240$$

$$x = \frac{240}{8}$$

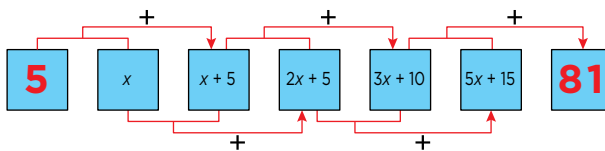
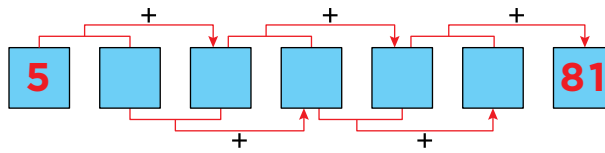
$$x = 30$$

La primera vez se presentó ante el genio con 30 monedas.

Usa la equis

Has de completar cada casilla de forma que sumando los números de dos consecutivas obtengas el número de la siguiente.

Si, por ejemplo, la segunda casilla tiene un valor x , la tercera valdrá...



$$(3x + 10) + (5x + 15) = 81 \rightarrow 8x + 25 = 81 \rightarrow 8x = 81 - 25 \rightarrow 8x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{8} \rightarrow x = 7$$

