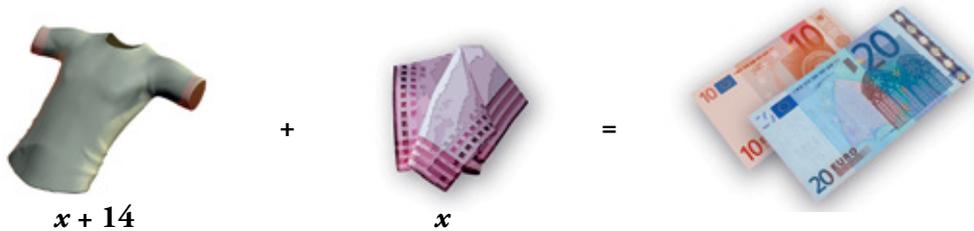


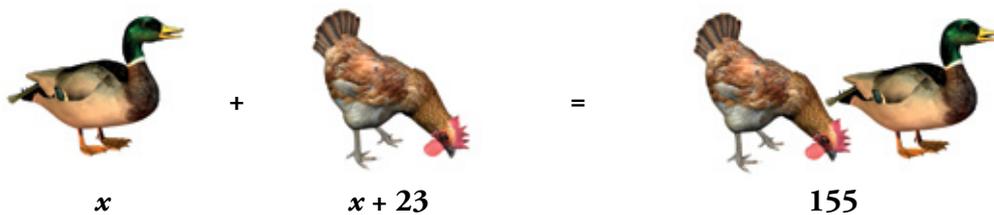
Enunciados y expresiones algebraicas

1. Berta compra una camiseta y un pañuelo por cincuenta euros. Si la camiseta cuesta catorce euros más que el pañuelo, ¿cuánto cuesta cada artículo?



Un pañuelo cuesta x euros.	Pañuelo $\rightarrow x$
Una camiseta cuesta 14 € más que un pañuelo.	Camiseta $\rightarrow x + 14$
Una camiseta y un pañuelo cuestan 50 €.	$x + (x + 14) = 50$
Una camiseta y un pañuelo cuestan lo mismo que dos pañuelos más 14 €.	$2x + 14 = 50$
Dos pañuelos cuestan el resultado de quitar 14 € a 50 €.	$2x = 50 - 14$
Dos pañuelos cuestan 36 €.	$2x = 36$
Un pañuelo cuesta la mitad de 36 €.	$x = 36 : 2$
Un pañuelo cuesta 18 €.	$x = 18$
Una camiseta cuesta 14 € más que un pañuelo.	$x + 14 = 32$
Una camiseta cuesta 32 €.	

2. En la granja, entre gallinas y patos, son 155. Si hay 23 gallinas más que patos, ¿cuántos patos y cuántas gallinas son?



Hay x patos.	Patos $\rightarrow x$
Hay 23 gallinas más que patos.	Gallinas $\rightarrow x + 23$
Entre gallinas y patos son 155.	$x + x + 23 = 155$ $2x + 23 = 155$
El doble de patos son 132.	$2x = 155 - 23$ $2x = 132$
El número de patos es la mitad de 132.	$x = 132 : 2$
El número de patos es 66.	$x = 66$
El número de gallinas es el de patos más 23, en total 89.	$66 + 23 = 89$

1 Ecuaciones: significado y utilidad

Página 137

1. ¿Qué enunciado asocias a cada ecuación?

- a) La tercera parte de un número es igual a su cuarta parte más 20 unidades.
(Número $\rightarrow x$)
- b) La edad de Andrés es el triple que la de su hermana, y entre los dos suman 20 años.
(Andrés $\rightarrow x$ años)
- c) Un rectángulo es 3 metros más largo que ancho, y su perímetro mide 30 metros.
(Ancho $\rightarrow x$ metros)
- d) He pagado 30 € por 3 blocs de dibujo y una caja de acuarelas. Pero la caja costaba el doble que un bloc. (Bloc $\rightarrow x$ euros)
- e) Un ciclista ha recorrido la distancia desde A hasta B a la velocidad de 15 km/h y un peatón, a 5 km/h, ha tardado una hora más. (Ciclista $\rightarrow x$ horas)
- f) Un grillo avanza, en cada salto, un metro menos que un saltamontes. Pero el grillo, en 15 saltos, llega igual de lejos que el saltamontes en 5. (Saltamontes $\rightarrow x$ metros)

$$x + \frac{x}{3} = 20$$

$$2x + 2(x + 3) = 30$$

$$15(x - 1) = 5x$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$$

$$3x + 2x = 30$$

$$15x = 5(x + 1)$$

- a) $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$
- b) $x + \frac{x}{3} = 20$
- c) $2x + 2(x + 3) = 30$
- d) $3x + 2x = 30$
- e) $15x = 5(x + 1)$
- f) $15(x - 1) = 5x$

2. Resuelve en el orden en que aparecen.

a) $3x = 21$

b) $3x - 1 = 20$

c) $\frac{3x-1}{5} = 4$

d) $\sqrt{\frac{3x-1}{5}} = 2$

a) $x = 7$

b) $3x = 21 \rightarrow x = 7$

c) $3x - 1 = 20 \rightarrow x = 7$

d) $\frac{3x-1}{5} = 4 \rightarrow x = 7$

3. Resuelve con lo que sabes.

a) $7x = 35$

c) $x + 3 = 10$

e) $\frac{x}{3} = 9$

g) $\frac{x+1}{3} = 2$

i) $\frac{7}{x+1} = 1$

k) $x^2 + 1 = 26$

a) $x = 5$

c) $x = 7$

e) $x = 27$

g) $x + 1 = 6 \rightarrow x = 5$

i) $x + 1 = 7 \rightarrow x = 6$

k) $x^2 = 5 \rightarrow x = 5; x = -5$

b) $4x - 12 = 0$

d) $2x - 4 = 6$

f) $\frac{x-2}{2} = 5$

h) $\frac{3x-4}{2} = 1$

j) $\frac{10}{2x-3} = 2$

l) $\sqrt{3x+1} = 5$

b) $x = 3$

d) $2x = 10 \rightarrow x = 5$

f) $x - 2 = 10 \rightarrow x = 12$

h) $3x - 4 = 2 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$

j) $2x - 3 = 5 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

l) $3x + 1 = 25 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$

4. Encuentra alguna solución por tanteo.

a) $x^2 + 2x + 1 = 4$

c) $\frac{x}{4} + \frac{8}{x} = 3$

a) $x = 1; x = -3$

c) $x = 8; x = 4$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

d) $x^3 - \sqrt{x} = 0$

b) $x = 2; x = 3$

d) $x = 0; x = 1$

2 Ecuaciones: elementos y nomenclatura

Página 138

1. ¿Verdadero o falso?

- a) La ecuación $x^2 + 6x - x^2 = 7x - 1$ es de segundo grado.
- b) La ecuación $2x + x \cdot y = 6$ es de segundo grado.
- c) Los términos de una ecuación son los sumandos que forman los miembros.
- d) Una ecuación puede tener más de dos miembros.
- e) Todas las ecuaciones de primer grado son equivalentes.
- f) La ecuación $x + 1 = 5$ es equivalente a la ecuación $x + 2 = 6$.

- a) Falso.
- b) Verdadero.
- c) Verdadero.
- d) Falso.
- e) Falso.
- f) Verdadero.

2. Copia en tu cuaderno y asocia cada ecuación con su solución:

$$4x + 4 = 5$$

$$4x - 3 = x + 3$$

$$x^2 - 3 = 2x$$

$$3x = x + 1$$

3

$\frac{1}{2}$

-1

$\frac{1}{4}$

2

$$4x + 4 = 5 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 3 = 2x \rightarrow x = 3; x = -1$$

$$4x - 3 = x + 3 \rightarrow x = 2$$

$$3x = x + 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

3. Agrupa las ecuaciones equivalentes.

a) $4x = 20$

b) $3x - 1 = 8$

c) $5x - 4 = x$

d) $3x = 9$

e) $4x - 5 = 15$

f) $4x - 4 = 0$

Son equivalentes a) y e) (solución $x = 5$), b) y d) (solución $x = 3$) y c) y f) (solución $x = 1$).

3 Transposición de términos

Página 139

1. Despeja la incógnita y calcula la solución.

a) $x + 2 = 5$

b) $x + 3 = 2$

c) $x - 1 = 5$

d) $x - 3 = 4$

e) $x - 1 = 1$

f) $3x = 6$

g) $5x = 15$

h) $\frac{x}{2} = 1$

i) $\frac{x}{5} = 3$

a) $x = 5 - 2 \rightarrow x = 3$

b) $x = 2 - 3 \rightarrow x = -1$

c) $x = 5 + 1 \rightarrow x = 6$

d) $x = 4 + 3 \rightarrow x = 7$

e) $x = 1 + 1 \rightarrow x = 2$

f) $x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2$

g) $x = \frac{15}{5} \rightarrow x = 3$

h) $x = 2 \cdot 1 \rightarrow x = 2$

i) $x = 3 \cdot 5 \rightarrow x = 15$

2. Resuelve transponiendo elementos.

a) $3x = 12$

b) $x - 4 = 6$

c) $\frac{x}{3} = 2$

d) $x + 4 = 3$

e) $6 + x = 7$

f) $5 - x = 0$

g) $4 = \frac{x}{2}$

h) $18 = 3x$

i) $4 = x + 2$

a) $x = 4$

b) $x = 10$

c) $x = 6$

d) $x = -1$

e) $x = 1$

f) $x = 5$

g) $x = 8$

h) $x = 6$

i) $x = 2$

7 Resolución de problemas con ecuaciones

Página 144

1. Si al triple de un número le restas 8, obtienes 25.

¿Qué número es?

El número $\rightarrow x$

$$3x - 8 = 25 \rightarrow x = 11$$

El número es 11.

2. Hemos sumado 13 a la mitad de un número y hemos obtenido el mismo resultado que restando 11 a su doble.

¿De qué número se trata?

$$\frac{x}{2} + 13 = 2x - 11 \rightarrow x = 16$$

El número es 16.

3. Anteayer salieron a la venta las entradas para un concierto y, en ese mismo día, se vendió un tercio; ayer, una cuarta parte, y hoy, se han vendido las 200 restantes.

¿Cuántas entradas se pusieron a la venta?

VENDIDAS ANTEAYER	+	VENDIDAS AYER	+	VENDIDAS HOY	=	TOTAL
----------------------	---	------------------	---	-----------------	---	-------

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 200 = x \rightarrow x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{4}\right) = 200 \rightarrow 12x - (4x + 3x) = 2400 \rightarrow 5x = 2400 \rightarrow x = 480$$

Se pusieron a la venta 480 entradas.

Página 145

4. Un kilo de manzanas cuesta 0,50 € más que uno de naranjas. Marta ha comprado tres kilos de naranjas y uno de manzanas por 5,30 €. ¿A cómo están las naranjas? ¿Y las manzanas?

$$\left. \begin{array}{l} \text{NARANJAS} \rightarrow x \\ \text{MANZANAS} \rightarrow x + 0,5 \end{array} \right\} \begin{array}{|l} \text{NARANJAS} \\ \text{COSTE 3 kg} \end{array} + \begin{array}{|l} \text{MANZANAS} \\ \text{COSTE 1 kg} \end{array} = 5,30 \text{ €}$$

$$3x + (x + 0,5) = 5,30 \rightarrow x = 1,20$$

Un kilo de naranjas cuesta 1,20 €.

Un kilo de manzanas cuesta 1,70 €.

5. Rosa tiene 25 años menos que su padre, Juan, y 26 años más que su hijo Alberto. Entre los tres suman 98 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} \text{ROSA} \rightarrow x \\ \text{JUAN} \rightarrow x + 25 \\ \text{ALBERTO} \rightarrow x - 26 \end{array} \right\} \begin{array}{|l} \text{EDAD} \\ \text{DE ROSA} \end{array} + \begin{array}{|l} \text{EDAD} \\ \text{DE JUAN} \end{array} + \begin{array}{|l} \text{EDAD} \\ \text{DE ALBERTO} \end{array} = 98 \text{ años}$$

$$x + (x + 25) + (x - 26) = 98 \rightarrow x = 33$$

Rosa tiene 33 años, Juan 58 años y Alberto 7 años.

6. La pandilla ha entrado a merendar en una bocadillería. Un bocadillo cuesta un euro más que un sándwich. Por tres sándwiches y dos bocadillos pagan 11 euros. ¿Cuánto cuesta un sándwich? ¿Y un bocadillo?

$$\begin{array}{|l} \text{COSTE} \\ \text{Sándwiches} \end{array} + \begin{array}{|l} \text{COSTE} \\ \text{Bocadillos} \end{array} = 11 \text{ €}$$

$$\text{Sándwich} \rightarrow x \qquad \text{Bocadillo} \rightarrow x + 1$$

$$3x + 2 \cdot (x + 1) = 11 \rightarrow x = 1,80$$

El sándwich cuesta 1,80 € y el bocadillo 2,80 €.

7. Un frutero ha cargado en su furgoneta 26 cajas: unas de kiwis, de 12 kilos, y otras de plátanos, de 10 kilos. Si en total pesan 290 kilos, ¿cuántas cajas eran de cada clase?

$$\text{Cajas kiwis} \rightarrow x$$

$$\text{Cajas plátanos} \rightarrow 26 - x$$

$$12x + 10 \cdot (26 - x) = 290 \rightarrow x = 15$$

Había 15 cajas de kiwis y 11 cajas de plátanos.

8. En un test de 50 preguntas se consiguen dos puntos por cada respuesta correcta y se pierden dos por cada respuesta errónea o en blanco. ¿Cuántos aciertos son necesarios para superar la prueba si se exige un mínimo de 75 puntos?

$$\text{Correcta} \rightarrow x \qquad \text{Incorrecta o blanco} \rightarrow 50 - x$$

$$2x - 2 \cdot (50 - x) = 75 \rightarrow x = 43,75$$

Son necesarios al menos 44 aciertos.

Página 146

9. Un almacenista dispone de dos tipos de café:

TIPO	PRECIO
Calidad superior	12,70 €/kg
Calidad inferior	7,80 €/kg

¿Cuántos kilos del café superior debe mezclar con 100 kilos del inferior para conseguir una mezcla de calidad intermedia que salga a 9,90 €/kg?

Mezcla $\rightarrow x$

Superior $\rightarrow x - 100$

$$9,90x = 7,80 \cdot 100 + 12,70 \cdot (x - 100) \rightarrow x = \frac{490}{2,80} = 175$$

Debe mezclar 75 kilos del café superior.

10. Martina ha mezclado pinturas roja y amarilla para obtener 40 litros de pintura naranja.

Roja $\rightarrow x$ litros

Amarilla $\rightarrow (40 - x)$ litros

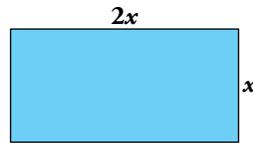
El litro de pintura roja cuesta 3,40 €, y el de amarilla, 2,60 €. ¿Cuántos litros de cada tipo ha utilizado si la pintura naranja ha salido a 2,95 €/litro?

$$3,40x + 2,60 \cdot (40 - x) = 2,95 \cdot 40 \rightarrow x = \frac{14}{0,80} = 17,5$$

Martina ha utilizado 17,5 litros de pintura roja y 22,5 litros de pintura amarilla.

Página 147

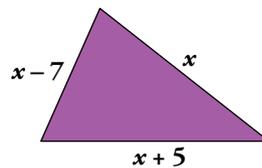
11. Se han necesitado 150 metros de alambrada para cercar una finca rectangular que es el doble de larga que de ancha. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca?



$$x + 2x + x + 2x = 150 \rightarrow x = 25$$

La parcela mide 25 m de ancho y 50 m de largo.

12. En un triángulo escaleno, el lado mediano mide 7 cm más que el lado menor y 5 cm menos que el lado mayor. Si el perímetro mide 52 cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?

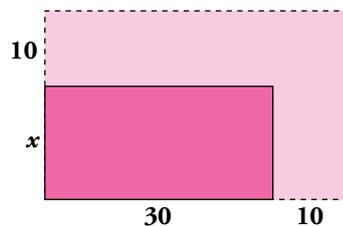


$$(x - 7) + x + (x + 5) = 52 \rightarrow x = 18$$

Los lados del triángulo miden 11 m, 18 m y 23 m.

13. De una parcela rectangular se han cedido, para calles, 10 m a lo largo y otros 10 m a lo ancho, por lo que la parcela ha perdido una superficie de 480 m².

Si el rectángulo resultante mide 30 metros de largo, ¿cuál es su anchura?



SUPERFICIE ORIGINAL $\rightarrow 40 \cdot (x + 10)$

SUPERFICIE RESULTANTE $\rightarrow 30 \cdot x$

SUPERFICIE PERDIDA $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow 40 \cdot (x + 10) - 30 \cdot x \\ \rightarrow 480 \text{ m}^2 \end{array} \right.$

$$40 \cdot (x + 10) - 30x = 480 \rightarrow x = 8$$

La anchura resultante es de 8 m.

8 Ecuaciones de segundo grado

Página 148

1. Indica cuáles de estas ecuaciones son de segundo grado y exprésalas en la forma general:

a) $x^2 = 5$

b) $x^2 + 3 = x^2 + x$

c) $2x(x - 1) = 4$

d) $x(x - 3) = x^2 - 1$

e) $7x^2 - 4x = x^2 + 2$

f) $5x + 6 - x^2 = 7x^3 + 4$

g) $3x^2 + 9 - 3x^2 = x$

h) $x^3 + 2x = x(x + 3)$

a) $x^2 + 0x - 5 = 0$

c) $2x^2 - 2x - 4 = 0$

e) $6x^2 - 4x - 2 = 0$

2. Asocia cada ecuación con su pareja de soluciones:

a) $x^2 = 25$

b) $x^2 = 9$

c) $x^2 + x - 6 = 0$

d) $x^2 - 7x + 10 = 0$

e) $x^2 + 3x - 10 = 0$

f) $x^2 - 5x + 6 = 0$

3

-5

2

5

-3

a) 5 y -5

b) 3 y -3

c) 2 y -3

d) 2 y 5

e) 2 y -5

f) 2 y 3

9 Resolución de ecuaciones de segundo grado

Página 150

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 = 81$

b) $x^2 = 25$

c) $x^2 = 7$

d) $5x^2 = 20$

e) $4x^2 = 1$

f) $x^2 - 9 = 0$

g) $x^2 + 6 = 10$

h) $3x^2 - 7 = x^2 + 9$

i) $\frac{5x^2}{8} = \frac{2}{5}$

j) $\frac{2x^2}{9} - \frac{1}{50} = 0$

k) $\frac{4x^2}{25} - \frac{1}{25} = 0$

l) $\frac{x^2}{21} - 21 = 0$

a) $x = \pm 9$

b) $x = \pm 5$

c) $x = \pm\sqrt{7}$

d) $x = \pm 2$

e) $x = \pm\frac{1}{2}$

f) $x = \pm 3$

g) $x = \pm 2$

h) $x = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

i) $x = \pm\frac{4}{5}$

j) $x = \pm\frac{3}{10}$

k) $x = \pm\frac{1}{2}$

l) $x = \pm 21$

2. Reduce, saca factor común y resuelve.

a) $x^2 - 4x = 0$

b) $x^2 + 2x = 0$

c) $x^2 - x = 0$

d) $x^2 + x = 0$

e) $3x^2 - 2x = 0$

f) $5x^2 + x = 0$

g) $5x^2 = 4x$

h) $2x^2 = -x$

i) $2x + x^2 = 7x$

j) $3x^2 - 2x = 2x^2 - 4x$

k) $\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$

l) $\frac{x}{3} + \frac{x^2}{4} = \frac{5x}{6}$

a) $x(x - 4) = 0$

b) $x(x + 2) = 0$

c) $x(x - 1) = 0$

$x = 0; x = 4$

$x = 0; x = -2$

$x = 0; x = 1$

d) $x(x + 1) = 0$

e) $x(3x - 2) = 0$

f) $x(5x + 1) = 0$

$x = 0; x = -1$

$x = 0; x = \frac{2}{3}$

$x = 0; x = -\frac{1}{5}$

g) $x(5x - 4) = 0$

h) $x(2x + 1) = 0$

i) $x(x - 5) = 0$

$x = 0; x = \frac{4}{5}$

$x = 0; x = -\frac{1}{2}$

$x = 0; x = 5$

j) $x(x + 2) = 0$

k) $x(3x - 2) = 0$

l) $x(x + 2) = 0$

$x = 0; x = -2$

$x = 0; x = \frac{2}{3}$

$x = 0; x = 2$

3. Calcula las soluciones aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $x^2 + x - 12 = 0$

d) $x^2 + 7x + 10 = 0$

e) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

f) $x^2 - 2x + 1 = 0$

g) $x^2 + 6x + 9 = 0$

h) $x^2 - 3x + 3 = 0$

a) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x = 4; x = 2$

b) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x = 5; x = 1$

c) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow x = 3; x = -4$

d) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x = -2; x = -5$

e) $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} \rightarrow x = 2; x = \frac{3}{2}$

f) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \rightarrow x = 1; x = 1$

g) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2} \rightarrow x = -3; x = -3$

h) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow$ Sin solución

4. Reduce y resuelve.

a) $x^2 - 3x - 5 = 2x + 9$

b) $6x^2 - 5(x - 1) = x(x + 1) + 4$

c) $2x^2 + \frac{x}{4} = x^2 + \frac{4x}{5} + \frac{1}{5}$

d) $x(x + 1) - \frac{1}{2} = \frac{x - 4}{6}$

e) $\frac{2x + 2}{3} + \frac{x^2 - x}{5} = \frac{3x + 7}{10}$

a) $x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow x = 7; x = -2$

b) $5x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = 1; x = \frac{1}{5}$

c) $20x^2 - 11x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{5}; x = -\frac{1}{4}$

d) $6x^2 + 5x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{3}$

e) $6x^2 + 5x - 1 = 0 \rightarrow x = -1; x = \frac{1}{6}$

5. Resuelve estas ecuaciones, observa sus parecidos y diferencias, y compara sus soluciones:

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 - 6x + 10 = 0$

$x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x = 5; x = 1$

$x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x = 3; x = 3$

$x^2 - 6x + 10 = 0 \rightarrow$ Sin solución.

La primera tiene dos soluciones diferentes; la segunda tiene dos soluciones iguales, y la tercera no tiene solución. Esto depende de que, en la fórmula, el radicando ($b^2 - 4ac$) sea mayor, igual o menor que cero.

Ejercicios y problemas

Página 151

Ecuaciones sencillas

1. Resuelve mentalmente.

a) $x + 4 = 5$

c) $7 + x = 10$

e) $9 = 15 - x$

a) $x = 1$

c) $x = 3$

e) $x = 6$

b) $x - 3 = 6$

d) $7 - x = 5$

f) $2 - x = 9$

b) $x = 9$

d) $x = 2$

f) $x = -7$

2. Resuelve.

a) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$

c) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$

e) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$

a) $x = 1$

c) $x = \frac{2}{3}$

e) Es una identidad. Tiene infinitas soluciones.

f) Incompatible. Sin solución.

b) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$

d) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$

f) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

b) $x = 3$

d) $x = -2$

3. Quita paréntesis y resuelve.

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$

c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

e) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$

g) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$

a) $6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

b) $18x - 13 = 8 - 12x + 4 \rightarrow 30x = 25 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

c) $3x + 10x - 5 = 8 - 12 + 15x \rightarrow -1 = 2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

d) $5 - 4x - 6 = 3x + 7 - 4x \rightarrow -8 = 3x \rightarrow x = -\frac{8}{3}$

e) $x - 14x - 7 = 12 - 10x - 13 \rightarrow -6 = 3x \rightarrow x = -2$

f) $11 - 15x - 10 + 7x = 1 - 8x \rightarrow 1 - 8x = 1 - 8x \rightarrow$ Identidad. Infinitas soluciones.

g) $13x - 5x - 10 = 8x - 4 + 7 \rightarrow 8x - 10 = 8x + 3 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.

Ecuaciones de primer grado con denominadores

4. Quita denominadores y resuelve.

a) $\frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x$

b) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$

c) $\frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10}$

d) $\frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1$

e) $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{5}{6} + \frac{x}{6} - \frac{2}{3}$

a) $10x + 6 = 5 + 6x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

b) $12x - 5 = 20x - 14x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{6}$

c) $10x + 8 - 30x = 5 - 21x \rightarrow x = -3$

d) $14x - 8 - x = 8x + 5x + 8 \rightarrow 0x = 16 \rightarrow$ Sin solución.

e) $3x + 1 - 2x = x - 4 + 5 \rightarrow x + 1 = x + 1 \rightarrow$ Identidad. Tiene infinitas soluciones.

5. Elimina los paréntesis y los denominadores, y resuelve.

a) $2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$

b) $\frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$

a) $4x - 5 = x - 3 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $5(2x - 1) - 6x = x \rightarrow 10x - 5 - 6x = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2x - \frac{8}{5} \rightarrow x - 5 = 10x - 8 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{5}{6} \rightarrow 6x - 2 = 2x - 5 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$

6. Elimina denominadores y resuelve.

a) $1 - \frac{x+1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$

b) $1 - \frac{1-x}{3} = x + \frac{1}{2}$

c) $\frac{3x-1}{2} - 1 = 2x - 2$

d) $x + \frac{2-3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$

e) $2x + \frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{4}$

f) $\frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x+1}{2}$

g) $\frac{x+3}{5} - \frac{x-6}{7} = 1$

h) $\frac{1-x}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3x-1}{4}$

a) $3 - (x + 1) = 6x - 1 \rightarrow 3 - x - 1 = 6x - 1 \rightarrow x = \frac{3}{7}$

b) $6 - 2(1 - x) = 6x + 3 \rightarrow 6 - 2 + 2x = 6x + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$

c) $3x - 1 - 2 = 4x - 4 \rightarrow x = 1$

d) $10x + 2(2 - 3x) = 5x + 10 \rightarrow 10x + 4 - 6x = 5x + 10 \rightarrow x = -6$

e) $8x + 2(x - 3) = x - 3 \rightarrow 8x + 2x - 6 = x - 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

f) $6x - 10 = 10x - 5(x + 1) \rightarrow 6x - 10 = 10x - 5x - 5 \rightarrow x = 5$

g) $7(x + 3) - 5(x - 6) = 35 \rightarrow 7x + 21 - 5x + 30 = 35 \rightarrow x = -8$

h) $4(1 - x) - (x - 1) = 3(3x - 1) \rightarrow 4 - 4x - x + 1 = 9x - 3 \rightarrow x = \frac{4}{7}$

7. Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} = \frac{7x-13}{20}$

b) $2 + \frac{2}{5}(x+1) = x - \frac{2x+3}{5}$

c) $\frac{2}{3}(1-3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1-x)$

d) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3} + 1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$

a) $5(3x-1) - 4(2x+1) = 7x-13 \rightarrow 15x-5-8x-4 = 7x-13 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.

b) $10 + 2(x+1) = 5x - (2x+3) \rightarrow 10 + 2x + 2 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x = 15$

c) $8(1-3x) + 9(x-1) = 5(1-x) \rightarrow 8 - 24x + 9x - 9 = 5 - 5x \rightarrow x = \frac{-3}{5}$

d) $\frac{x-1}{5} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2} \rightarrow 4x - 4 + 12 + 20x = 15x - 10 \rightarrow x = -2$

8. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

9. Resuelve, como en el ejercicio anterior.

a) $\frac{2}{x} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3x} + 1$

b) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5x} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x} = 1 + \frac{1}{3x}$

d) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2(x-1)}$

Multiplícala por $6x$, $10x$, $18x$ y $2(x-1)$, respectivamente.

a) $6x \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2}\right) = 6x \cdot \left(\frac{5}{3x} + 1\right) \rightarrow 12 + 3x = 10 + 6x \rightarrow$

$\rightarrow 12 - 10 = 6x - 3x \rightarrow 2 = 3x \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $10x \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{5}\right) = 10x \cdot \left(\frac{1}{5x} + \frac{1}{2}\right) \rightarrow 5 + 2x = 2 + 5x \rightarrow$

$\rightarrow 5 - 2 = 5x - 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$

c) $18x \cdot \left(\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x}\right) = 18x \cdot \left(1 + \frac{1}{3x}\right) \rightarrow 9 - 4 = 18x + 6 \rightarrow$

$\rightarrow 5 - 6 = 18x \rightarrow -1 = 18x \rightarrow x = -\frac{1}{18}$

d) $2(x-1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2}\right) = 2(x-1) \cdot \left(\frac{3}{2(x-1)}\right) \rightarrow 2 + 3(x-1) = 3 \rightarrow$

$\rightarrow 2 + 3x - 3 = 3 \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

Ecuaciones de segundo grado**10.**  Observa, razona y resuelve.

a) $5x^2 = 45$

c) $x(x - 3) = 0$

e) $x(3x - 1) = 0$

g) $x^2 - 7x = 0$

i) $3x^2 = 2x$

a) $x = \pm 3$

c) $x = 0; x = 3$

e) $x = 0; x = \frac{1}{3}$

g) $x = 0; x = 7$

i) $x = 0; x = \frac{2}{3}$

b) $12x^2 = 3$

d) $(x + 5)x = 0$

f) $3x(5x + 2) = 0$

h) $x^2 + 4x = 0$

j) $5x^2 = x^2 - 2x$

b) $x = \pm \frac{1}{2}$

d) $x = 0; x = -5$

f) $x = 0; x = -\frac{2}{5}$

h) $x = 0; x = -4$

j) $x = 0; x = -\frac{1}{2}$

Página 152

11.  Resuelve aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

c) $x^2 + 9x + 40 = 0$

e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$

g) $x^2 - 10x + 25 = 0$

i) $6x^2 - 5x + 2 = 0$

a) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} \rightarrow x = 7; x = 3$

c) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 160}}{2} \rightarrow$ Sin solución.

e) $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{30} \rightarrow x = \frac{2}{3}; x = \frac{2}{5}$

g) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \rightarrow x = 5; x = 5$

i) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{12} \rightarrow$ Sin solución.

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

j) $6x^2 - x - 5 = 0$

b) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$

d) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} \rightarrow x = \frac{1}{5}; x = -3$

f) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} \rightarrow x = \frac{1}{7}; x = -\frac{1}{2}$

h) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} \rightarrow x = -\frac{1}{3}; x = -\frac{1}{3}$

j) $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} \rightarrow x = 6; x = -5$

12.  Reduce a la forma general y aplica la fórmula.

a) $x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \left(\frac{x}{4} - 1 \right)$

b) $\frac{x}{2} \left(x + \frac{1}{30} \right) = \frac{x}{3} \left(x + \frac{2}{5} \right)$

c) $\frac{x}{3} \left(x - \frac{1}{20} \right) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{15} \left(2x - \frac{1}{2} \right)$

d) $\frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$

a) $20x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}; x = -\frac{1}{5}$

b) $10x^2 - 7x = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{7}{10}$

c) $10x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow$ Sin solución.

d) $x^2 - 6x - 16 = 0 \rightarrow x = 8; x = -2$

Resuelve problemas con ecuaciones de primer grado

13.  Calcula, primero, mentalmente y, después, con la ayuda de una ecuación.

a) Si a un número le sumas 12, obtienes 25. ¿De qué número se trata?

b) Si a un número le restas 10, obtienes 20. ¿Qué número es?

c) Un número, x , y su siguiente, $x + 1$, suman 13. ¿Cuáles son esos números?

d) En mi clase somos 29 en total, pero hay tres chicos más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

a) $x + 12 = 25 \rightarrow x = 13$

El número es 13.

c) $x + (x + 1) = 13 \rightarrow x = 6$

Los números son 6 y 7.

b) $x - 10 = 20 \rightarrow x = 30$

El número es 30.

d) $\left. \begin{array}{l} \text{Chicas} \rightarrow x \\ \text{Chicos} \rightarrow x + 3 \end{array} \right\} x + (x + 3) = 29 \rightarrow x = 13$

En la clase hay 13 chicas y 16 chicos.

- 14.**  Busca un número cuyo doble más tres unidades sea igual a su triple menos cinco unidades.

$$2x + 3 = 3x - 5 \rightarrow x = 8. \text{ El número es } 8.$$

- 15.**  Multiplicando un número por 5, se obtiene el mismo que sumándole 12.

¿Cuál es ese número?

$$5x = x + 12 \rightarrow x = 3. \text{ El número es } 3.$$

- 16.**  La suma de dos números es 167, y su diferencia, 19.

¿Cuáles son esos números?

$$\text{Un número} \rightarrow x \qquad \text{Otro número} \rightarrow x + 19$$

$$x + (x + 19) = 167 \rightarrow x = 74; \quad x + 19 = 93. \text{ Los números son } 74 \text{ y } 93.$$

- 17.**  Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.

$$\text{EL NÚMERO} \rightarrow x \qquad \text{SU SIGUIENTE} \rightarrow x + 1$$

$$x + (x + 1) = 157 \rightarrow x = 78. \text{ El número es } 78.$$

- 18.**  La suma de tres números consecutivos es 135. ¿Cuáles son esos números?

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 135 \rightarrow x = 45$$

Los números son 44, 45 y 46.

- 19.**  Teresa es siete años mayor que su hermano Antonio y dos años menor que su hermana Blanca. Calcula la edad de cada uno sabiendo que entre los tres suman 34 años.

$$\text{ANTONIO} \rightarrow x - 7; \quad \text{TERESA} \rightarrow x; \quad \text{BLANCA} \rightarrow x + 2$$

$$(x - 7) + x + (x + 2) = 34 \rightarrow x = 13$$

Antonio tiene $x - 7 = 13 - 7 = 6$ años.

Teresa tiene 13 años.

Blanca tiene $x + 2 = 13 + 2 = 15$ años.

- 20.**  Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Tres cruasanes y cuatro ensaimadas han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

$$\text{Cruasán} \rightarrow x \qquad \text{Ensamada} \rightarrow x + 10$$

$$3x + 4(x + 10) = 600 \rightarrow x = 80$$

Un cruasán cuesta 80 céntimos, y una ensaimada, 90 céntimos.

- 21.**  Nicolás ha comprado en las rebajas dos pantalones y tres camisetas por 161 €. ¿Cuál era el precio de cada artículo, sabiendo que un pantalón costaba el doble que una camiseta?

$$\text{Camiseta} \rightarrow x \qquad \text{Pantalón} \rightarrow 2x$$

$$2 \cdot 2x + 3x = 161 \rightarrow x = 23$$

Una camiseta cuesta 23 € y un pantalón 46 €.

- 22.** Reparte 280 € entre tres personas, de forma que la primera reciba el triple que la segunda, y esta, el doble que la tercera.

$$1.^{\text{a}} \text{ PERSONA} \rightarrow 6x; \quad 2.^{\text{a}} \rightarrow 2x; \quad 3.^{\text{a}} \rightarrow x$$

$$6x + 2x + x = 280 \rightarrow x = 31,11$$

La tercera persona recibe 31,11 €. La segunda, $31,11 \cdot 2 = 62,22$ €. La primera, $6 \cdot 31,11 = 186,67$ €.

- 23.** Tres agricultores reciben una indemnización de 100 000 € por la expropiación de terrenos para la construcción de una autopista. ¿Cómo han de repartirse el dinero, sabiendo que el primero ha perdido el doble de terreno que el segundo, y este, el triple de terreno que el tercero?

$$6x + 3x + x = 100\,000 \rightarrow x = 10\,000$$

Primer agricultor $\rightarrow 60\,000$ €

Segundo agricultor $\rightarrow 30\,000$ €

Tercer agricultor $\rightarrow 10\,000$ €

- 24.** En la caja de un supermercado hay 1 140 euros repartidos en billetes de 5, 10, 20 y 50 euros.

Sabiendo que:

— Hay el doble de billetes de 5 € que de 10 €.

— De 10 € hay la misma cantidad que de 20 €.

— De 20 € hay seis billetes más que de 50 €.

¿Cuántos billetes de cada clase tiene la caja?

$$\text{Billetes de } 50 \text{ €} \rightarrow x$$

$$\text{Billetes de } 20 \text{ €} \rightarrow x + 6$$

$$\text{Billetes de } 10 \text{ €} \rightarrow x + 6$$

$$\text{Billetes de } 5 \text{ €} \rightarrow 2(x + 6)$$

$$50x + 20(x + 6) + 10(x + 6) + 5 \cdot 2 \cdot (x + 6) = 1\,140 \rightarrow x = 10$$

En la caja hay 10 billetes de 50 €, 16 billetes de 20 €, 16 billetes de 10 € y 32 billetes de 5 €.

- 25.** Se han repartido 500 litros de gasóleo, a partes iguales, en dos barriles. ¿Cuántos litros se han de pasar de uno al otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero?

$$3 \cdot (250 - x) = 250 + x \rightarrow x = 125$$

Se han de pasar 125 litros. Así, el primer barril quedará con 125 l y el segundo con 375 l.

- 26.** Un hortelano siembra la mitad de su huerta de melones, la tercera parte de tomates, y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Qué superficie tiene la huerta?

$$\text{SUPERFICIE HUERTA} \rightarrow x \quad \text{MELONES} \rightarrow x/2$$

$$\text{TOMATES} \rightarrow x/3 \quad \text{PATATAS} \rightarrow 200 \text{ m}^2$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 200 = x \rightarrow x = 1\,200$$

La huerta tiene una superficie de 1 200 m².

Página 153

27.  Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

28.  Un padre tiene 38 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que el padre tenga solo el doble de edad que el hijo?

	HOY	DENTRO DE x AÑOS
PADRE	38	$38 + x$
HIJO	11	$11 + x$

$$38 + x = 2(11 + x) \rightarrow x = 16$$

Han de transcurrir 16 años.

29.  La edad de doña Adela es seis veces la de su nieto Juan, pero dentro de 8 años solo será el cuádruple. ¿Qué edad tiene cada uno?

	HOY	DENTRO DE 8 AÑOS
ABUELA	$6x$	$6x + 8$
JUAN	x	$x + 8$

$$4(x + 8) = 6x + 8 \rightarrow x = 12$$

Juan tiene 12 años, y Adela, 72 años.

30.  Un ciclista sube un puerto a 15 km/h y, después, desciende por el mismo camino a 35 km/h. Si la ruta ha durado 30 minutos, ¿cuánto tiempo ha invertido en la subida?

TIEMPO DE SUBIDA $\rightarrow x$ (horas)

TIEMPO DE BAJADA $\rightarrow \frac{1}{2} - x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA SUBIENDO $\rightarrow 15x$

DISTANCIA RECORRIDA BAJANDO $\rightarrow 35\left(\frac{1}{2} - x\right)$

$$15x = 35\left(\frac{1}{2} - x\right) \rightarrow x = \frac{7}{20}$$

En la subida ha invertido $\frac{7}{20}$ horas. Es decir, $\frac{7}{20} \text{ h} = \frac{21}{60} \text{ h} = 21$ minutos.

31.  Dos ciclistas parten simultáneamente; uno, de A hacia B, a la velocidad de 24 km/h, y el otro, de B hacia A, a 16 km/h. Si la distancia entre A y B es de 30 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

TIEMPO HASTA EL ENCUENTRO $\rightarrow x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA POR EL PRIMERO $\rightarrow 24x$

DISTANCIA RECORRIDA POR EL SEGUNDO $\rightarrow 16x$

$$24x + 16x = 30 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Tardan en encontrarse tres cuartos de hora.

- 32.** Dos trenes se encuentran, respectivamente, en las estaciones de dos ciudades separadas entre sí 132 km. Ambos parten a la misma hora, por vías paralelas, hacia la ciudad contraria. Si el primero va a 70 km/h, y el segundo, a 95 km/h, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

$$70x + 95x = 132 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

Tardan en encontrarse $\frac{4}{5}$ h. Es decir, $\frac{4}{5}$ h = $\frac{48}{60}$ h = 48 minutos.

- 33.** Un ciclista sale de cierta población, por carretera, a la velocidad de 22 km/h. Hora y media después, sale en su búsqueda un motorista a 55 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance?

Tiempo hasta el alcance $\rightarrow x$

Distancia recorrida por el motorista $\rightarrow 55x$

Distancia recorrida por el ciclista $\rightarrow 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$

$$55x = 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow x = 1$$

La moto tarda una hora en alcanzar al ciclista.

- 34.** Se han pagado 66 € por una prenda que estaba rebajada un 12%. ¿Cuál era el precio sin rebaja?

PRECIO ORIGINAL $\rightarrow x$

REBAJA $\rightarrow \frac{12x}{100}$

$$\text{ECUACIÓN} \rightarrow x - \frac{12x}{100} = 66$$

$$x - \frac{12x}{100} = 66 \rightarrow x = 75. \text{ El precio sin rebaja era de 75 €.}$$

- 35.** Laura ha comprado una falda y una blusa por 66 €. Ambas tenían el mismo precio, pero en la falda le han hecho un 20% de rebaja, y en la blusa, solo un 15%. ¿Cuánto costaba cada prenda?

$$0,80x + 0,85x = 66 \rightarrow x = 40$$

Cada prenda costaba 40 €.

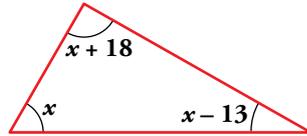
- 36.** Para delimitar una zona rectangular, el doble de larga que de ancha, se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del sector delimitado?

$$x + 2x + x + 2x = 84 \rightarrow x = 14$$

La zona medirá 14 m \times 28 m.



- 37.**  La amplitud de uno de los ángulos de un triángulo es 13 grados mayor y 18 grados menor, respectivamente, que las amplitudes de los otros dos ángulos. Calcula la medida de cada ángulo.



$$x + (x + 18) + (x - 13) = 180 \rightarrow x = \frac{175}{3} \rightarrow 58^{\circ} 20'$$

Los ángulos miden: $x = \frac{175}{3} = 58^{\circ} 20'$

$$x + 18 = 76^{\circ} 20'$$

$$x - 13 = 45^{\circ} 20'$$

- 38.**  Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,50 €/l, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/l, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/l. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE (€)
VACA	x	0,50	$0,5x$
OVEJA	$300 - x$	0,80	$0,8(300 - x)$
MEZCLA	300	0,70	$0,7 \cdot 300$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{COSTE LECHE} \\ \text{VACA} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{COSTE LECHE} \\ \text{OVEJA} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{COSTE} \\ \text{MEZCLA} \end{array}}$$

$$0,5x + 0,8(300 - x) = 0,7 \cdot 300 \rightarrow x = 100$$

Se han mezclado 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

Página 154

39.  Una empresa compra un depósito de zumo concentrado al precio de 0,35 €/l. Para rebajarlo añade 35 litros de agua. Así, el litro sale 7 céntimos más barato. ¿Cuánto zumo había en el depósito antes de aguarlo?

$$0,35x = (x + 35) \cdot (0,35 - 0,07) \rightarrow x = \frac{9,8}{0,07} = 140$$

En un principio había 140 litros en el depósito.

40.  Un ciclista circula por una carretera a 18 km/h durante 20 minutos. ¿A qué velocidad debería ir durante los 10 minutos siguientes para que la media de esos treinta minutos resulte de 20 km/h?

$$18 \cdot 20 + v \cdot 10 = 20 \cdot 30 \rightarrow v = 24$$

Debería ir a 24 km/h.

Resuelve problemas con ecuaciones de segundo grado

41.  Calcula, primero, mentalmente y, después, con una ecuación.

a) ¿Qué número multiplicado por su siguiente da 12?

$$x \cdot (x + 1) = 12$$

b) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 5. ¿De qué números se trata?

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5$$

a) $x = 3$; $x = -4$. Se trata de 3 y 4 o -4 y -3.

b) $x = 1$; $x = -2$. Se trata de 1 y 2 o -2 y -1.

42.  Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por el mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 55. ¿Qué número es?

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = 55$$

$x = +8$; $x = -8$. El número puede ser 8 o -8.

43.  Si el doble de un número se multiplica por ese mismo número disminuido en 5 unidades, da 12. ¿De qué número se trata?

$$2x(x - 5) = 12 \rightarrow x = 6; x = -1. \text{ El número puede ser 6 o -1.}$$

44.  Los miembros del equipo vamos a hacer un regalo al entrenador que cuesta 80 €.

Nos sale un poco caro, pero si fuéramos dos más, tocaríamos a dos euros menos cada uno. ¿Cuántos somos en el equipo?

N.º DE COMPONENTES DEL EQUIPO $\rightarrow x$	}	LO QUE PAGA CADA UNO	- 2 =	LO QUE PAGARÍA CADA UNO SI FUERAN DOS MÁS
CADA UNO DEBE PAGAR $\rightarrow \frac{80}{x}$				
SI FUERAN DOS MÁS, CADA UNO PAGARÍA $\rightarrow \frac{80}{x + 2}$				

$$\frac{80}{x} - 2 = \frac{80}{x + 2} \rightarrow x^2 + 2x - 80 = 0 \rightarrow x = 8; x = -10. \text{ En el equipo hay 8 jugadores.}$$

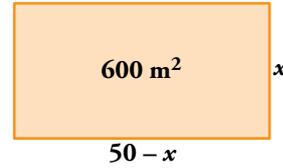
45. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

46. El perímetro de un rectángulo mide 100 m, y el área, 600 m². Calcula sus dimensiones.

$$x(50 - x) = 600 \rightarrow x = 30; x = 20$$

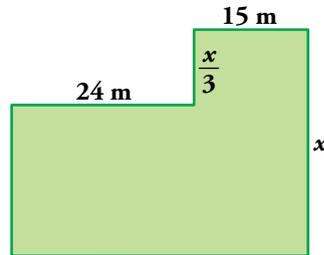
El rectángulo mide 30 m de largo y 20 m de ancho.



Analiza y exprésate

47. Analiza las soluciones que siguen al problema y explica cómo se ha construido la ecuación en cada caso.

Calcula el perímetro de esta finca, sabiendo que tiene una superficie de 930 metros cuadrados.



Resolución A

$$24 \cdot \left(x - \frac{x}{3}\right) + 15 \cdot x = 930$$

$$24 \cdot \frac{2x}{3} + 15 \cdot x = 930 \rightarrow 16x + 15x = 930$$

$$31x = 930 \rightarrow x = \frac{930}{31} \rightarrow x = 30 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 30 + 15 + 10 + 24 + 20 + 39 = 138 \text{ m}$$

Resolución B

$$(24 + 15) \cdot x - 24 \cdot \frac{x}{3} = 930$$

$$39x - 8x = 930 \rightarrow 31x = 930$$

$$x = \frac{930}{31} \rightarrow x = 30 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 24 + 10 + 15 + 30 + 39 + 20 = 138 \text{ m}$$

En la resolución A, se ha calculado la suma de las áreas de dos rectángulos verticales y se ha igualado a la superficie dada, para calcular x .

En la resolución B, para calcular la superficie de la figura, se ha restado al rectángulo grande el pequeño de la esquina superior izquierda y, así, se ha obtenido la incógnita x necesaria para calcular el perímetro.

Problemas “+”

- 48.** Una fuente dispone de dos grifos. Abriendo solamente el primero, se llena en 8 horas, y abriendo ambos, en 3 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse si se abre solamente el segundo grifo?

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{24}{5}$$

Si se abre solamente el segundo grifo, la fuente tarda en llenarse $\frac{24}{5}$ h = 4 h y 48 minutos.

- 49.** El pilón de riego de un huerto se llena, en 3 h, con una bomba que aporta agua desde un pozo. Ayer, con el pilón lleno, Eva conectó la bomba y, así, pudo regar durante 6 h, hasta que el pilón quedó vacío. ¿Cuánto tarda en vaciarse el pilón, sin conectar la bomba?

La bomba llena el pilón en 3 h, por tanto en una hora llena $\frac{1}{3}$ del pilón.

El pilón, sin poner a funcionar la bomba, se vacía en x horas, por tanto en una hora vacía $\frac{1}{x}$ del pilón.

Si en 6 h se vacía el pilón estando lleno y poniendo a funcionar la bomba, en una hora con la bomba y regando, se pierde $\frac{1}{6}$ de la capacidad, por tanto lo que pasa en una hora es:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \rightarrow 2x + x = 6 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$$

El pilón tarda 2 h en vaciarse sin conectar la bomba.

- 50.** Un automóvil parte de A hacia B a la misma hora que un camión lo hace desde B hacia A y tardan en cruzarse 2 horas en un punto intermedio del camino. ¿Cuánto tiempo ha invertido el coche en el viaje completo si el camión lo ha hecho en 5 horas?

	TODO EL CAMINO	EN UNA HORA
CAMIÓN	5 h	$\frac{1}{5}$
COCHE	x h	$\frac{1}{x}$
COCHE + CAMIÓN	2 h	$\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

El coche recorre $\frac{3}{10}$ del camino en una hora, por tanto, tardará $10 : 3 = 3$ h y 20 min en recorrer todo el camino.

- 51.** De un número de dos cifras sabemos que:

a) Es múltiplo de 5 pero no de 10.

b) Si se invierte el orden de sus cifras, disminuye en 27 unidades.

¿De qué número se trata?

$$(5 + 10x) - (x + 50) = 27 \rightarrow 9x = 27 + 45 \rightarrow x = 0. \text{ El número es } 85.$$

Taller de matemáticas

Página 156

Pero tú puedes

Sin embargo, tú puedes resolver algunas ecuaciones de grado tres o superior.

Por ejemplo, observa las ecuaciones:

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \qquad (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) = 0$$

Para resolver la primera, con lo que has estudiado hasta ahora, solo tienes el recurso del tanteo, que es poco seguro.

Sin embargo, puedes ver que las soluciones de la segunda son: $x = 1$, $x = -2$ y $x = 3$.

Y esas son también las soluciones de la primera. Compruébalo y constata también, multiplicando los paréntesis, que se trata de la misma ecuación.

- ¿Te atreves ahora a resolver estas otras tres?

$$(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (2x - 1) = 0 \qquad x^3 - 9x = 0 \qquad x^3 - 9x^2 = 0$$

Las soluciones de $(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (2x - 1) = 0$ son $x = -1$; $x = -3$; $x = 1/2$.

$$x^3 - 9x = 0 \rightarrow x \cdot (x^2 - 9) = 0 \rightarrow x \cdot (x + 3) \cdot (x - 3) = 0$$

Soluciones: $x = 0$; $x = -3$; $x = 3$

$$x^3 - 9x^2 = 0 \rightarrow x^2 \cdot (x - 9) = 0$$

Soluciones: $x = 0$; $x = 0$; $x = 9$

- ¿Sabrías construir una ecuación que tenga por soluciones $x = 5$, $x = 1/5$ y $x = -2$?

$$(x - 5) \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) \cdot (x + 2) = 0$$

$$\left(x^2 - 5x - \frac{1}{5}x + 1\right) \cdot (x + 2) = 0$$

$$\left(x^2 - \frac{26}{5}x + 1\right) \cdot (x + 2) = 0$$

$$x^3 - \frac{16}{5}x^2 - \frac{47}{5}x + 2 = 0$$

Entrena resolviendo problemas

Dibuja un esquema, echa cuentas, tantea

- **Un aizkolari tarda un cuarto de hora en cortar un tronco en tres partes. ¿Cuánto tardará en cortar otro tronco igualmente grueso en seis partes?**

Tres partes → Dos cortes

En hacer dos cortes tarda 15 minutos → En un corte tarda 7 min 30 s.

Seis partes → 5 cortes

5 cortes los hace en $5 \cdot (7 \text{ min } 30 \text{ s}) = 37 \text{ min } 30 \text{ s}$

- **Un agricultor vende sus tomates a un mayorista. El mayorista los vende a un intermediario, ganando un 20%. El intermediario los vende a un almacén, ganando un 20%. El almacén los vende a un minorista, y este, al público, ganando cada uno de ellos, también, un 20%. ¿En qué porcentaje ha aumentado lo que cobró el agricultor cuando el producto llega, finalmente, al público?**

Supongamos que el hortelano vende los tomates a 100.

— El mayorista los vende ganando un 20%, es decir, a 120.

— El intermediario también gana el 20%: $20\% \text{ de } 120 = \frac{20 \cdot 120}{100} = 24$

El intermediario vende a $120 + 24 = 144$.

— El almacén también gana el 20%: $20\% \text{ de } 144 = \frac{20 \cdot 144}{100} = 28,80$

El almacén vende a $144 + 28,80 = 172,80$.

— El minorista vuelve a ganar el 20%: $20\% \text{ de } 172,80 = 34,56$

El minorista vende a $172,80 + 34,56 = 207,36$.

Los tomates pasan de 100 a 207,36. El aumento es del 107,36%.

- **Coloca los números del 1 al 9, uno en cada círculo, de modo que cada lado del triángulo sume 23.**

Hay dos soluciones.

La suma del 1 al 9 es: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

Los números que están en las esquinas se suman dos veces.

Si cada lado suma 23, $23 \cdot 3 = 69$.

$69 - 45 = 24$, que es la suma de los números que están en las esquinas.

Estos números solo pueden ser 7, 8 y 9.

Poniendo 7, 8 y 9 en las esquinas, hay dos soluciones:

