39 ▼▽▽ **Una empresa de alquiler de coches cobra por día y por kilómetros recorridos. Un cliente pagó 160 € por 3 días y 400 km, y otro pagó 175 € por 5 días y 300 km. Averigua cuánto cobran por día y por kilómetro.**

$x \leftrightarrow$ días $\quad y \leftrightarrow$ kilómetros recorridos

$$\begin{cases} 3x + 400y = 160 \\ 5x + 300y = 175 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x + 2\,000y = 800 \\ -15x - 900y = -525 \end{cases}$$

$$1\,100y = 275 \rightarrow y = 0{,}25$$

$3x + 0{,}25 \cdot 400 = 160 \rightarrow 3x = 60 \rightarrow x = 20$

La empresa cobra 20 € por día y 0,25 € por cada kilómetro recorrido.

40 ▼▽▽ **Por la mezcla de 5 kg de pintura verde y 3 kg de pintura blanca he pagado 69 €. Calcula el precio de un kilogramo de pintura blanca y de pintura verde sabiendo que si mezclase un kilogramo de cada una el precio de la mezcla sería 15 €.**

$$\begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ -3x - 3y = -45 \end{cases}$$

$$2x = 24 \rightarrow x = 12$$

$y = 15 - x \rightarrow y = 15 - 12 = 3$

La pintura verde cuesta 12 € el kilogramo, y la blanca, 3 €.

41 ▼▽▽ **Un comerciante compra dos motocicletas por 3 000 € y las vende por 3 330 €. Calcula cuánto pagó por cada una si en la venta de la primera ganó un 25% y en la de la segunda perdió un 10%.**

$$\begin{cases} x + y = 3\,000 \\ 1{,}25x + 0{,}9y = 3\,330 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3\,000 - x \\ 1{,}25x + 0{,}9(3\,000 - x) = 3\,330 \end{cases}$$

$1{,}25x + 2\,700 - 0{,}9x = 3\,330 \rightarrow 0{,}35x = 630 \rightarrow x = 1\,800$

$y = 3\,000 - 1\,800 = 1\,200$

Por una pagó 1 800 €, y por la otra, 1 200 €.

42 ▼▽▽ **Un joyero tiene dos lingotes de oro, uno con un 80% de pureza y otro con un 95%. ¿Cuánto debe fundir de cada uno para obtener un lingote de 5 kg con un 86% de pureza?**

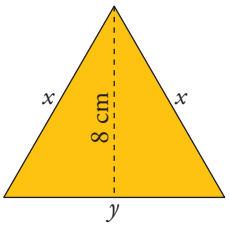
$$\begin{cases} 0{,}8x + 0{,}95y = 0{,}86(x + y) \\ x + y = 5 \rightarrow x = 5 - y \end{cases}$$

$0{,}8(5 - y) + 0{,}95y = 0{,}86(5 - y + y) \rightarrow 4 - 0{,}8y + 0{,}95y = 4{,}3 \rightarrow$

$\rightarrow 0{,}15y = 0{,}3 \rightarrow y = 2 \rightarrow x = 3$

Debe fundir 3 kg del de 80% de pureza con 2 kg del lingote que tiene un 95% de pureza.

43 ▼▽▽ **Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo.**



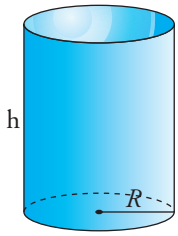
$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 32 \\ x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 64 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 32 - 2x \\ 4x^2 + (32 - 2x)^2 = 256 \end{array}$$

$4x^2 - 1\,024 + 128x - 4x^2 = 256 \rightarrow 128x = 1\,280 \rightarrow x = 10$ cm

$y = 32 - 2 \cdot 10 = 12$ cm

Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.

44 ▼▽▽ **El área total de un cilindro es 112π cm^2, y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen.**



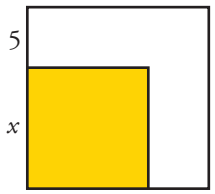
$$\left.\begin{array}{l} 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 112\pi \\ R + h = 14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \pi Rh + \pi R^2 = 56\pi \rightarrow Rh + R^2 = 56 \\ h = 14 - R \end{array}$$

$R(14 - R) + R^2 = 56 \rightarrow 14R - R^2 + R^2 = 56 \rightarrow R = 4$ cm

$h = 14 - 4 = 10$ cm

$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$ cm^3

45 ▼▽▽ **Si el lado de un cuadrado aumenta 5 cm, su área se multiplica por 4. ¿Cuál era el lado inicial del cuadrado?**

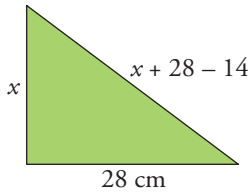


$(x + 5)^2 = 4x^2 \rightarrow x^2 + 10x + 25 - 4x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 10x - 25 = 0$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 300}}{6} = \frac{10 \pm 20}{6} = \begin{cases} 5 \\ -5/3 \text{ no vale.} \end{cases}$$

La longitud del lado inicial es de 5 cm.

46 ▼▼▽ **Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 28 cm y la hipotenusa es 14 cm menor que la suma de los dos catetos. Calcula el cateto desconocido.**



$(x + 14)^2 = x^2 + 28^2 \rightarrow x^2 + 28x + 196 = x^2 + 784 \rightarrow$

$\rightarrow 28x = 588 \rightarrow x = 21$

Los catetos miden 21 cm y 28 cm, y la hipotenusa, 35 cm.

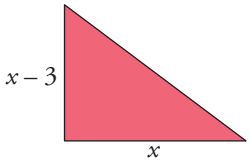
47 ▼▼▽ **El perímetro de un triángulo rectángulo es 36 cm y un cateto mide 3 cm menos que el otro. Halla los lados del triángulo.**

$x + (x - 3) + \sqrt{(x - 3)^2 + x^2} = 36$

$2x + \sqrt{2x^2 - 6x + 9} = 39 \rightarrow \sqrt{2x^2 - 6x + 9} = 39 - 2x$

$2x^2 - 6x + 9 = 1\,521 + 4x^2 - 156x$

$2x^2 - 150x + 1\,512 = 0 \rightarrow x^2 - 75x + 756 = 0$



$x = \dfrac{75 \pm \sqrt{5\,625 - 3\,024}}{2} = \dfrac{75 \pm 51}{2} = \begin{cases} 63 \rightarrow \text{No vale.} \\ 12 \end{cases}$

Hipotenusa = $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

Los catetos miden 12 cm y 9 cm, y la hipotenusa, 15 cm.

48 ▼▼▽ **Una persona tarda 3 horas más que otra en hacer el mismo trabajo. Si lo hacen entre las dos, tardan 2 horas. ¿Cuánto tarda cada una por separado?**

☞ ***Si una tarda x horas en hacer todo el trabajo, en 1 hora hará $1/x$ de este.***

$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+3} = \dfrac{1}{2} \rightarrow 2(x+3) + 2x = x(x+3) \rightarrow 2x + 6 + 2x = x^2 + 3x \rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \dfrac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \rightarrow \text{No vale.} \end{cases}$

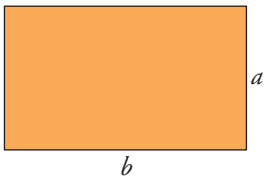
Una tarda 3 h, y otra, 6 h.

49 ▼▼▽ **Un grifo tarda el doble de tiempo que otro en llenar un cubo. Si abrimos los dos, el cubo se llena en 3 minutos. ¿Cuánto tarda cada uno por separado?**

$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2x} = \dfrac{1}{3} \rightarrow 6 + 3 = 2x \rightarrow x = 4{,}5$

Uno tarda 4,5 minutos, y el otro, 9 minutos.

50 ▼▼▼ **Si la altura de un rectángulo aumenta un x% y la base aumenta un $2x$%, el área de dicho rectángulo aumenta un 32%. Halla el valor de x.**



Si la base aumenta un x%, se multiplicará por $\left(1 + \dfrac{x}{100}\right)$.

La altura aumenta $2x$% → se multiplica por $\left(1 + \dfrac{2x}{100}\right)$.

$A = a\left(1 + \dfrac{x}{100}\right) b\left(1 + \dfrac{2x}{100}\right) = ab\left(1 + \dfrac{32}{100}\right)$

Dividimos por ab los dos miembros y obtenemos $\left(1 + \dfrac{x}{100}\right)\left(1 + \dfrac{2x}{100}\right) = \dfrac{132}{100}$

Resolvemos $(100 + x)(100 + 2x) = 13\,200 \rightarrow 10\,000 + 300x + 2x^2 = 13\,200$

$x^2 + 150x - 1\,600 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-150 \pm 170}{2} \begin{cases} x = 10 \\ x = -160 \text{ (no vale)} \end{cases}$

$x = 10\%$

51 ▼▼▽ **Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?**

$x \rightarrow$ número de amigos

$y \rightarrow$ cantidad que paga cada uno

$$\left.\begin{array}{r} xy = 490 \\ (x+2)(y-28) = 490 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} xy = 490 \\ xy - 28x + 2y - 56 = 490 \end{array}\right\} \quad -28x + 2y - 56 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} xy = 490 \\ y = 28 + 14x \end{array}\right\} \; x(28 + 14x) = 490 \;\rightarrow\; 28x + 14x^2 - 490 = 0 \;\rightarrow\; x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} 5 \\ -7 \;\rightarrow\; \text{No vale.} \end{cases}$$

Al principio eran 5 amigos. Ahora son 7.

490 : 7 = 70 €

Son 7 amigos y cada uno paga 70 €.

52 ▼▼▽ **Un comerciante quiere vender por 60 000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió?**

$x \rightarrow$ número de ordenadores

$y \rightarrow$ precio de cada ordenador

$$\left.\begin{array}{l} xy = 60\,000 \\ (x-2)(y+50) = 60\,000 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} xy = 60\,000 \\ xy + 50x - 2y - 100 = 60\,000 \end{array}\right\} \; 50x - 2y - 100 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} xy = 60\,000 \\ 25x - y - 50 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x(25x - 50) - 60\,000 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 2x - 2\,400 = 0 \\ y = 25x - 50 \end{array}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 9\,600}}{2} = \frac{2 \pm 98}{2} = \begin{cases} 50 \;\text{ (Ahora serán 48 ordenadores).} \\ -48 \;\text{ No vale.} \end{cases}$$

60 000 : 48 = 1 250

Vende 48 ordenadores a 1 250 € cada uno.

53 ▼▼▽ **Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta.**

$$\left.\begin{array}{l} vt = 300 \\ (v + 10)(t - 1) = 300 \end{array}\right\} \; vt + 10t - v - 10 = 300$$

$$\left.\begin{array}{l} vt = 300 \\ 10t - v - 10 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} (10t - 10)t = 300 \;\rightarrow\; 10t^2 - 10t - 300 = 0 \;\rightarrow\; t^2 - t - 30 = 0 \\ v = 10t - 10 \end{array}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2} = \begin{cases} 6 \\ -5 \;\text{ No vale.} \end{cases}$$

300 : 6 = 50; 300 : 5 = 60

A la ida va a 50 km/h y tarda 6 horas. A la vuelta va a 60 km/h y tarda 5 horas.

54 ▼▼▼ **Una caja contiene bola blancas y negras. Si se añade una bola blanca, estas representan entonces el 25% del contenido de la caja. Si se quita una bola blanca, las bolas blancas que quedan representan el 20% del contenido de la caja. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la caja?**

Llamemos B al número de bolas blancas que hay en la caja, y N, al número de bolas negras.

$$\left.\begin{array}{l} B+1 \text{ es el 25\% de } B+N+1 \rightarrow 0{,}25(B+N+1)=B+1 \\ B-1 \text{ es el 20\% de } B+N-1 \rightarrow 0{,}20(B+N-1)=B-1 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -0{,}75B+0{,}25N=0{,}75 \\ -0{,}80B+0{,}20N=-0{,}8 \end{array}\right\} \; B=7,\; N=24$$

Hay 7 bolas blancas y 24 negras.

55 ▼▼▼ **Un anticuario vendió dos relojes de bolsillo por 210 €. Con uno obtuvo una ganancia del 10% y con el otro perdió el 10%. En total obtuvo una ganancia del 5% sobre el precio de compra. ¿Cuál fue el precio de compra de cada uno de los relojes?**

Precio de compra de los relojes: x e y

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}1x+0{,}9y=210 \\ 1{,}05(x+y)=210 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 1{,}1x+0{,}9y=210 \\ 1{,}05x+1{,}05y=210 \end{array} \rightarrow 2y=\frac{210-1{,}1x}{0{,}9}$$

$$1{,}05x+1{,}05\left(\frac{210-1{,}1x}{0{,}9}\right)=210 \rightarrow 0{,}945x+220{,}5-1{,}155x=189 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}21x=-31{,}5 \rightarrow x=150,\; y=\frac{210-1{,}1\cdot 150}{0{,}9}=50$$

Los relojes costaron 150 € uno y 50 € el otro.