

Modelo de examen

Ejercicio nº 1.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$

b) $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

Solución:

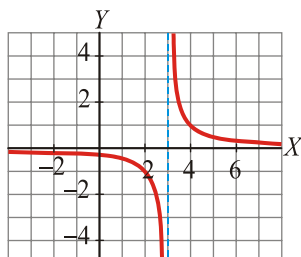
a) $(x-3)^2 = 0 \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $x-2 > 0 \rightarrow x > 2 \rightarrow \text{Dominio} = (2, +\infty)$

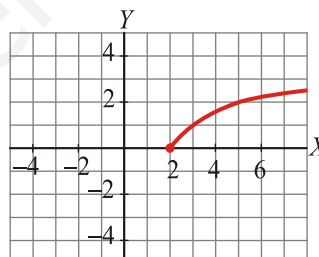
Ejercicio nº 2.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



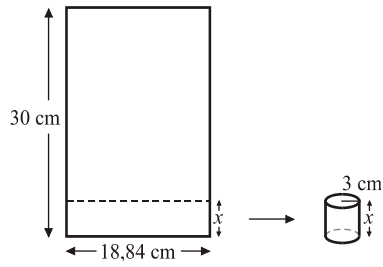
Solución:

a) Dominio = $\mathbb{R} - \{3\}$; Recorrido = $\mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio = $[2, +\infty)$; Recorrido = $[0, +\infty)$

Ejercicio nº 3.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura x :



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28,26 x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

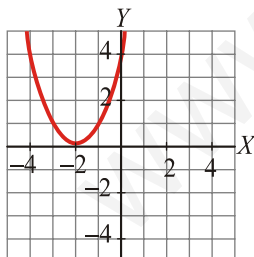
x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio = (0, 30).

Ejercicio nº 4.-

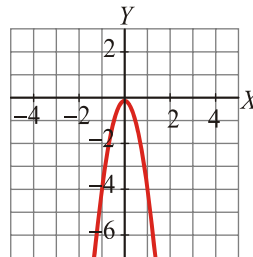
Asocia a cada gráfica su ecuación:

- a) $y = -3x + 5$
- b) $y = (x + 2)^2$
- c) $y = -\frac{5}{3}x$
- d) $y = -4x^2$

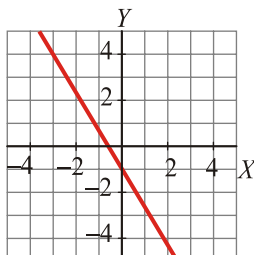
I)



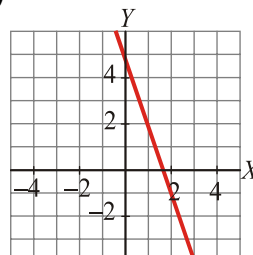
II)



III)



IV)



Solución:

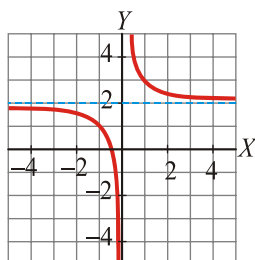
- a) IV
- b) I
- c) III
- d) II

Ejercicio nº 5.-

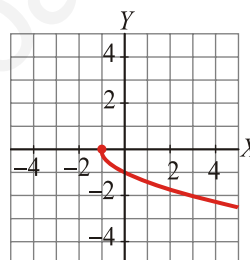
Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

- a) $y = \frac{1}{x-4}$
- b) $y = \sqrt{2x}$
- c) $y = \frac{1}{x} + 2$
- d) $y = -\sqrt{x+1}$

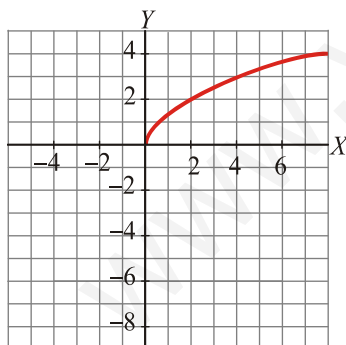
I)



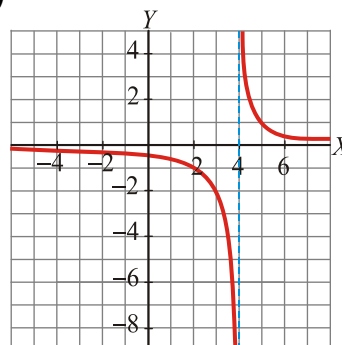
II)



III)



IV)



Solución:

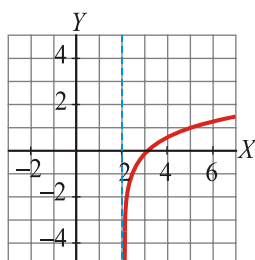
- a) IV
- b) III
- c) I
- d) II

Ejercicio nº 6.-

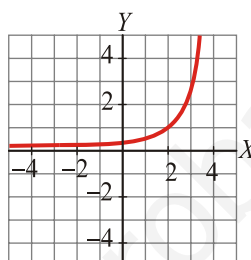
Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

- a) $y = 3^{x-2}$
- b) $y = 3^x - 2$
- c) $y = \log_3(x - 2)$
- d) $y = \log_3 x$

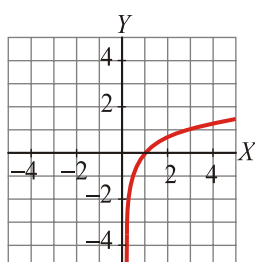
I)



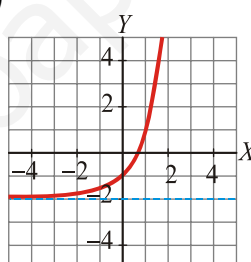
II)



III)



IV)



Solución:

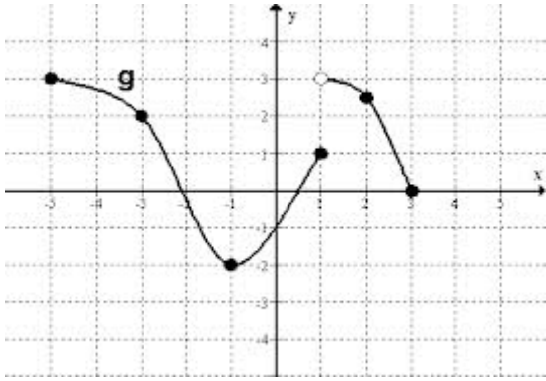
- a) II
- b) IV
- c) I
- d) III

Ejercicio nº 7.-

Dibuja la gráfica de la siguiente función:

$$y = \begin{cases} -x/2 & \text{si } x \leq 1 \\ -x + 1/2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

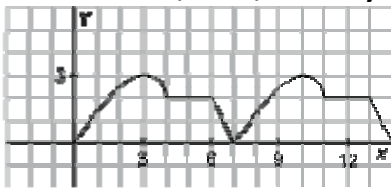
Ejercicio nº 8.- Considera la siguiente gráfica correspondiente a una función:



- a) ¿Cuál es su dominio de definición? ¿Y su recorrido?
 b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?
 c) ¿En qué intervalos crece y en cuáles decrece?
 d) Indica los puntos y tipos de discontinuidad .

Ejercicio nº 9.-

En la siguiente función. Dí cuál es su periodo y calcula los valores de la función en los puntos de abscisas $x = 3$, $x = 7$, $x = 24$ y $x = 28$.



Ejercicio nº 9.2.- (3 puntos, 1 punto dibujar la parábola, 1 punto por dibujar la recta y otro punto por resolver el sistema) Resuelve el sistema gráfica y analíticamente:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

Ejercicio nº 10.- Calcula el dominio de:

- a) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+3x-7}}{9x^2-x^4}$
 b) $y = \sqrt{5-x}$
 c) $y = \sqrt{16-x^2}$
 d) $y = \sqrt[3]{6x+3x^2}$

Ejercicio nº 11.-

Representa gráficamente la siguiente función:

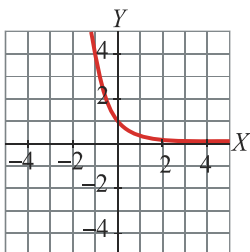
$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	16	4	1	0,25	0,0625

La gráfica es:



Ejercicio nº 12.-

Representa gráficamente la siguiente función:

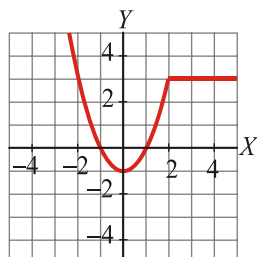
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \leq 2$, es un trozo de parábola.

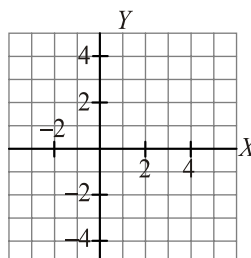
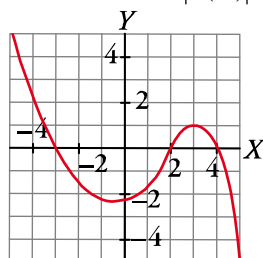
Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:

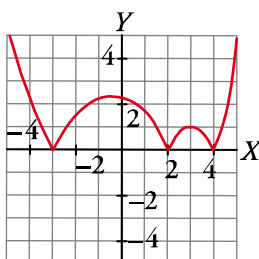


Ejercicio nº 13.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:



Solución:



Ejercicio nº 14.-

Define como función "a trozos":

$$y = |3x - 2|$$

Solución:

$$y = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ 3x - 2 & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ejercicio nº 15.-

Opción C

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{-x - 2}$

Solución:

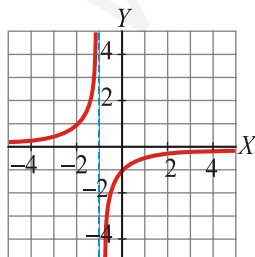
a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $-x - 2 \geq 0 \Rightarrow -x \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -2]$

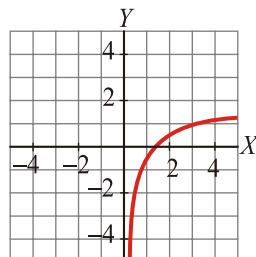
Ejercicio nº 16.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



Solución:

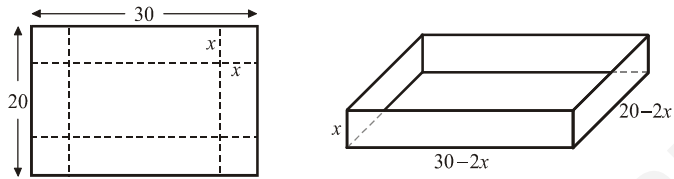
a) Dominio = $\mathbb{R} - \{-1\}$; Recorrido = $\mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio = $(0, +\infty)$; Recorrido = ;
 "i=R"

Ejercicio nº 17.-

A una hoja de papel de 30 cm x 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x(20 - 2x)(30 - 2x)$$



¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

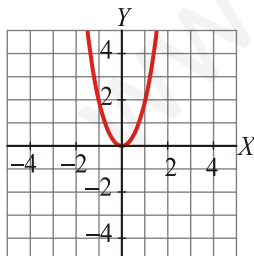
x puede tomar valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio = $(0, 10)$.

Ejercicio nº 18.-

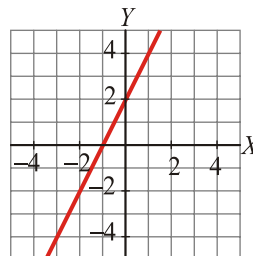
Asocia cada ecuación con la gráfica correspondiente:

- a) $y = 2x + 2$
- b) $y = 2x^2$
- c) $y = 0,25x$
- d) $y = 0,25x^2$

I)

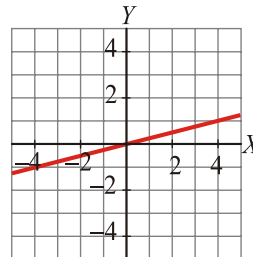
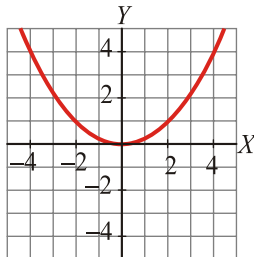


II)



III)

IV)



Solución:

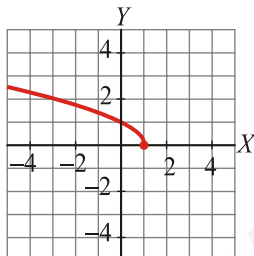
- a) II
- b) I
- c) IV
- d) III

Ejercicio nº 19.-

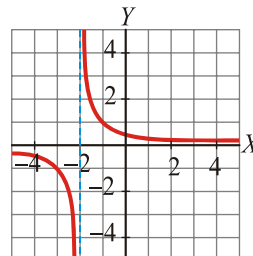
Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

- a) $y = \frac{1}{x+2}$
- b) $y = \sqrt{x+1}$
- c) $y = \frac{1}{x-2}$
- d) $y = \sqrt{1-x}$

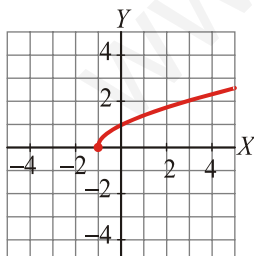
I)



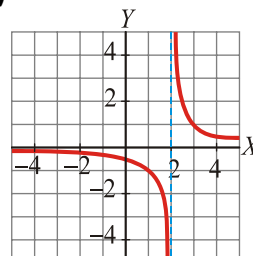
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) III

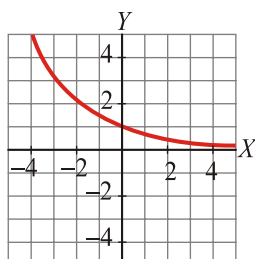
- c) IV
- d) I

Ejercicio nº20.-

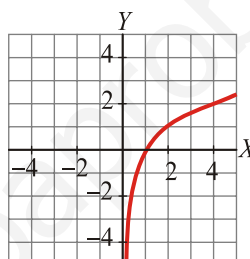
Asocia a cada gráfica su ecuación:

- a) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$
- b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$
- c) $y = \log_2 x$
- d) $y = \log_{1/2} x$

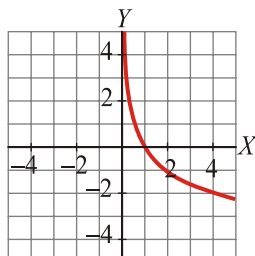
I)



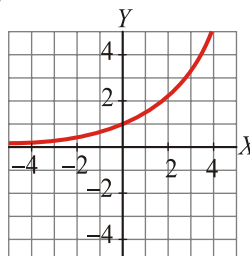
II)



III)



IV)



Solución:

- a) I
- b) IV
- c) II
- d) III

Ejercicio nº 21.-

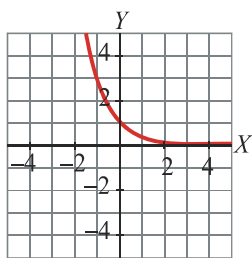
Haz la gráfica de la función $y = 3^{-x}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	9	3	1	1/3	1/9

La gráfica es:



Ejercicio nº 22.-

Representa la siguiente función:

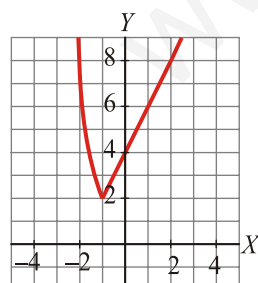
$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola.

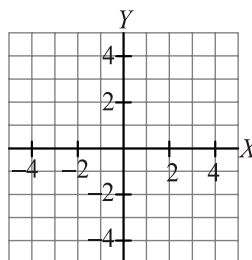
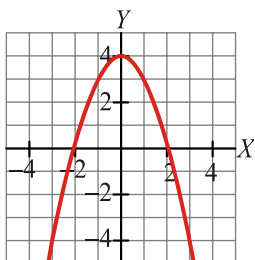
Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

La gráfica es:

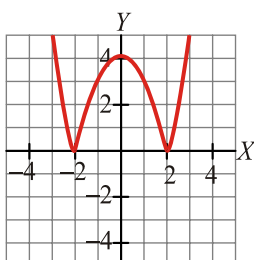


Ejercicio nº 23.-

Representa gráficamente la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:



Solución:



Ejercicio nº 24.-

Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $y = |-x + 3|$.

Solución:

$$y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 25.-

Calcula $f \cdot g$ e indica su dominio, para:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x}, \quad g(x) = \frac{x^2 - x}{x+1}$$

a)

$$f(x) = x^2 - x - 6, \quad g(x) = \frac{x - 2}{2x - 6}$$

b)

Solución:

$$(f \cdot g)(x) = \frac{(x^2 - x)\sqrt{x+1}}{2x(x+1)}$$

a) $Dom(f \cdot g) = (-1, \infty) - \{0\}$

$$(f \cdot g)(x) = \frac{2x^3 - 8x^2 - 6x + 36}{2x - 6}$$

b) $Dom(f \cdot g) = \mathbb{R} - \{3\}$

Ejercicio nº 26.-

Dados

$f(x) = x + 1$, $g(x) = \frac{2 - x}{3x - 6}$, realiza $f - g$, $f \cdot g$ y f / g y calcula el dominio en cada caso.

Solución:

$$(f - g)(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{3x - 6} \quad . \quad Dom(f - g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$(f \cdot g)(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{3x - 6} \quad . \quad Dom(f \cdot g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3x^2 - 3x - 6}{2 - x} \quad . \quad Dom(f/g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

Ejercicio nº 26.-

Calcula el dominio, simetrías pares o impares y los cortes con los ejes de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ b) $y = \frac{1}{x - 1}$ c) $f(x) = \frac{x}{x + 1}$
d) $y = \frac{x - 2}{x^2 + 2x - 3}$ e) $y = \frac{3x^2 - 5x - 6}{x^2 - x - 2}$ f) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

Solución:

a) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

Dominio: Al tratarse de una función racional el dominio es toda la recta real menos los valores de x que anulan el denominador. Vamos a calcularlos:

$$x^2 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

Simetrías. Una función tiene simetría par cuando $f(x) = f(-x)$

En nuestro caso $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x}{x^2 - 1}$ como $f(x) \neq f(-x)$ no tiene simetría par

una función tiene simetría impar cuando $f(x) = -f(-x)$

En nuestro caso $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

$-f(-x) = -\frac{-x}{x^2 - 1} = \frac{x}{x^2 - 1}$ por lo tanto tiene simetría impar

Cortes con los ejes

Al eje OY sólo lo puede cortar una vez o ninguna, y se calcula cuando $x = 0$

$f(0) = \frac{0}{0^2 - 1} = 0$, y el punto de corte es (0,0)

Al eje OX lo puede cortar en varios puntos o en ninguno, depende de número de soluciones que tiene la ecuación $f(x) = 0$

$\frac{x}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ obtenemos de nuevo el punto (0,0)

b) $y = \frac{1}{x-1}$ Dom(f) = $\mathbb{R} - \{1\}$

No tiene simetría par ni impar
Al eje OY lo corta en el punto (0, -1)
Al eje OX no lo corta

c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ Dom(f) = $\mathbb{R} - \{-1\}$

No tiene simetría par ni impar
Al eje OY lo corta en el punto (0,0)
Al eje OX lo corta en el punto (0,0)

d) $y = \frac{x-2}{x^2 + 2x - 3}$ Dom(f) = $\mathbb{R} - \{1, -3\}$

No tiene simetría par ni impar
Al eje OY lo corta en el punto $\left(0, \frac{2}{3}\right)$
Al eje OX en el punto (2,0)

e) $y = \frac{3x^2 - 5x - 6}{x^2 - x - 2}$

Dom(f) = $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$

No tiene simetría par ni impar
Al eje OY lo corta en el punto (0, -1)
Al eje OX no lo (2.46,0) (-0.8,0)

f) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

Dom(f) = $\mathbb{R} - \{0\}$

Tiene simetría impar
Al eje OY no lo corta en el punto
Al eje OX lo corta en los puntos (1, 0) y (-1, 0)

www.yoquieroaprobar.es