EJERCICIOS CON RADICALES

Un poquito de teoría de radicales ...

- Dado la expresión $\sqrt[n]{a}=b$, decimos que:

  · **n** es el índice · **a** el radicando · **b** la raíz

- La raíz enésima de un número **a** es otro número **b** tal que **b** elevado a la potencia **n** es **a.**

$$\sqrt[n]{a}=b \quad \text{si} \quad b^n=a$$

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{81}=3 \quad \text{pues} \quad 3^4=81$$

- Si el índice es par el radicando no puede ser negativo, pues no se podría hacer la raíz. Si el índice es impar no hay problemas.
- Si el índice es par, y el radicando es positivo, tenemos dos raíces:

$$\sqrt{16}=\pm 4$$

- Si el índice es impar hay una única raíz:

$$\sqrt[3]{8}=2 \qquad \sqrt[5]{-32}=-2$$

- Podemos simplificar un radical siempre que podamos dividir el *índice* y el *exponente* del radicando se puedan dividir por un mismo número. Veámoslo en el siguiente ejemplo:

$$\sqrt[18]{5^{12}}=\sqrt[9]{5^6}=\sqrt[3]{5^2}$$

- *Extraer factores del radicando:* Para extraer un factor de un radical, descomponemos el radicando en factores primos y dividimos el exponente de cada factor entre el índice del radical. El cociente de la división sale fuera del radical como exponente del factor y el resto queda dentro del radical como exponente del mismo factor. Todos los exponentes del radicando tienen que quedar menores que el índice. Vamos a verlo en el ejemplo:

$$\sqrt[4]{243\,x^{18}\,y^7\,z^3}=\sqrt[4]{3^5\,x^{18}\,y^7\,z^3}=3\,x^4\,y\sqrt[4]{3\,x^2\,y^3\,z^3}$$

- *Sumas y restas de radicales:* Sólo podemos sumar radicales semejantes, es decir, aquellos que después de simplificarlos tienen el mismo *índice* y el mismo *radicando*. Para sumarlos o restarlos sumamos o restamos los coeficientes de los radicales y ponemos el mismo radical. Mira el siguiente ejemplo:

$$3\sqrt{20}-7\sqrt{45}+\sqrt{125}=3\sqrt{2^2\cdot 5}-7\sqrt{3^2\cdot 5}+\sqrt{5^3}=3\cdot 2\sqrt{5}-7\cdot 3\sqrt{5}+5\sqrt{5}=6\sqrt{5}-21\sqrt{5}+5\sqrt{5}=(6-21+5)\sqrt{5}=-10\sqrt{5}$$

  o en este otro ejemplo:

$$2\sqrt[3]{5}+4\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=(2+4-3)\sqrt[3]{5}=3\sqrt[3]{5}$$

- *Multiplicación de radicales:* Para multiplicar radicales estos tienen que tener el mismo índice. El producto es un radical del mismo índice cuyo radicando es el producto de los radicando.

$$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{10}$$

- *División de radicales:* Para dividir radicales estos tienen que tener el mismo índice. La división es un radical del mismo índice cuyo radicando es la división de los radicando.

$$\sqrt[4]{24}:\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{8}$$

EJERCICIOS

1.- ¿Cuántas raíces tienen los siguientes radicales? ¿Cuáles son?

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt[3]{-8}$ c) $\sqrt[4]{-16}$

d) $\sqrt[5]{1}$ e) $\sqrt{-4}$ f) $\sqrt{49}$

2.- Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{2^2}=$ b) $\sqrt[15]{243}=$ c) $\sqrt[12]{a^4}=$

d) $\sqrt[8]{b^4}=$ e) $\sqrt[10]{a^{10}}=$ f) $\sqrt[6]{a^{12}}=$

3.- Extrae todos los factores posibles del signo radical:

a) $\sqrt{32a^5bc^6}=$ b) $\sqrt{49a^{12}b^5c^4}=$

c) $\sqrt[4]{8x^3y^{12}c^9}=$ d) $\sqrt[3]{8x^2y^{12}z^8}=$

4.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{5}+6\sqrt{5}-4\sqrt{5}=$ b) $5\sqrt{12}-3\sqrt{12}-9\sqrt{12}=$

c) $\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{75}=$

d) $6\sqrt{200}+2\sqrt{50}-3\sqrt{18}=$

e) $5\sqrt{6}-9\sqrt{24}+2\sqrt{54}=$

5.- Realiza las siguientes operaciones y simplifica, si es posible:

a) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}=$ b) $\sqrt{48}\cdot\sqrt{3}=$

c) $\sqrt{60}:\sqrt{15}=$ d) $\sqrt{100}:\sqrt{4}=$

- o - 0 - o -

Investiga tu un poco

6.- Serías capaz de hacer las siguientes operaciones:

a) $\left(\sqrt[6]{5}\right)^3=$ b) $\left(\sqrt[4]{x^2}\right)^3=$

c) $\sqrt{\sqrt[4]{x}}=$ d) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x^2}}=$