Halla la inversa de cada una de las siguientes funciones

$$f(x) = 5x - 2$$

Solución:

Escribimos la función como y = 5x - 2y cambiamos x por y: x = 5y - 2

Ahora despejamos y:

$$x = 5y - 2 \Rightarrow y = \frac{x+2}{5}$$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{5}$$

$$f(x) = x^2 - 2$$

Solución:

Primero comprobamos que la función es inyectiva:

 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1^2 - 2 = x_2^2 - 2 \Rightarrow x_1 = x_2$. Así que es inyectiva, por lo que tendrá inversa.

Escribimos la función como $y = x^2 - 2y$ cambiamos x por y:

$$x = y^2 - 2$$

Ahora despejamos y:

$$x = y^2 - 2 \Rightarrow y = \sqrt{x+2}$$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+2}$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

Solución:

Primero comprobamos que la función es inyectiva:

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{2x_1 + 3}{x_1 - 1} = \frac{2x_2 + 3}{x_2 - 1} \Rightarrow x_1 = x_2$$
. Así que es inyectiva, por lo que tendrá inversa.

Escribimos la función como $y = \frac{2x+3}{x-1}$ y cambiamos x por y:

$$x = \frac{2y+3}{y-1}$$

Ahora despejamos y:

$$x = \frac{2y+3}{y-1} \Rightarrow y = \frac{x+3}{x-2}$$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:

$$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x-4}$$

Solución:

Primero comprobamos que la función es inyectiva:

 $f(x_1)=f(x_2)$ \Rightarrow $\sqrt[3]{x_1-4}=\sqrt[3]{x_2-4}$ \Rightarrow $x_1=x_2$. Así que es inyectiva, por lo que tendrá inversa.

Escribimos la función como $y = \sqrt[3]{x-4}$ y cambiamos x por y:

$$x = \sqrt[3]{y - 4}$$

Ahora despejamos y:

$$x = \sqrt[3]{y - 4} \Rightarrow y = x^3 + 4$$

Por último, hacemos el cambio $y \equiv f^{-1}(x)$:

$$f^{-1}(x) = x^3 + 4$$