6 Energía mecánica y trabajo

EJERCICIOS PROPUESTOS

6.1 Indica tres ejemplos de sistemas o cuerpos de la vida cotidiana que tengan energía asociada al movimiento.

Una persona que camina, un automóvil que circula por una carretera y un ascensor en movimiento.

6.2 ¿Por qué se dice que hay que ahorrar energía si en las transformaciones energéticas nunca se pierde energía en el cambio?

Porque, aunque la energía se conserve en los cambios, cualquier transformación energética siempre conduce a formas de energía menos útiles: la energía se degrada.

6.3 Indica en cada caso cuál es la energía disponible, cuál es la energía útil y cuál es la energía degradada:

a) Una lámpara de incandescencia se conecta a la red de energía eléctrica.

b) El motor de una grúa eleva un peso hasta una cierta altura.

c) Una persona sube por una escalera.

a) Energía disponible: la energía eléctrica suministrada por la red; energía útil: la energía luminosa producida por la lámpara de incandescencia; energía degradada: la energía térmica adquirida por la propia lámpara y el entorno.

b) Energía disponible: la energía eléctrica suministrada al motor; energía útil: la empleada en el trabajo realizado para elevar el peso; energía degradada: la energía disipada caloríficamente en el motor y en el ambiente.

c) Energía disponible: la energía química utilizada por los músculos de la persona; energía útil: la empleada en el trabajo realizado para elevar el peso de la persona hasta el punto más alto de la escalera; energía degradada: la energía disipada caloríficamente al ambiente.

6.4 Calcula el trabajo realizado por una fuerza de 20 N para desplazar un cuerpo 12 m si el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es 30°.

$$W = F\,\Delta r\cos\alpha = 20 \cdot 12 \cdot \cos 30° = 208\ \text{J}$$

6.5 Explica por qué el trabajo que realizan las fuerzas de rozamiento sobre un cuerpo es negativo.

La fuerza de rozamiento tiene sentido contrario al del desplazamiento y forma con él un ángulo de 180°. El trabajo que realiza es, por tanto, negativo y disminuye la energía del cuerpo.

6.6 Calcula la energía cinética de un coche de 860 kg que se mueve a 50 km h^{-1}, 100 km h^{-1} y 150 km h^{-1}.

Las velocidades en unidades del SI son:

$$50\ \text{km h}^{-1} = 13{,}9\ \text{m s}^{-1};\ 100\ \text{km h}^{-1} = 27{,}8\ \text{m s}^{-1};\ 150\ \text{km h}^{-1} = 41{,}7\ \text{m s}^{-1}$$

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}860 \cdot 13{,}9^2 = 8{,}3 \cdot 10^4\ \text{J}$$

$$E_2 = \frac{1}{2}860 \cdot 27{,}8^2 = 3{,}32 \cdot 10^5\ \text{J}$$

$$E_3 = \frac{1}{2}860 \cdot 41{,}7^2 = 7{,}47 \cdot 10^5\ \text{J}$$

6.7 Calcula la energía potencial de una persona de 80 kg que ha subido por una escalera una altura de 12 m.

$$\Delta E_P = mg\Delta h = 80 \cdot 9{,}8 \cdot 12 = 9408\ \text{J}$$

6.8 Un coche inicialmente en reposo comienza a moverse con movimiento uniformemente acelerado durante una cierta distancia y luego prosigue con velocidad constante.

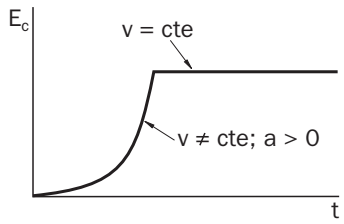
Dibuja la gráfica de la variación de su energía cinética con el tiempo.

Mientras está acelerando, la velocidad del coche es $v = v_0 + at = at$. Por tanto, su energía cinética varía con el tiempo de la forma:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{1}{2}ma^2\right)t^2$$

La gráfica correspondiente es una parábola.

Cuando se mueve con velocidad constante, su energía cinética también es constante; la gráfica correspondiente es una recta horizontal.



6.9 Un cuerpo de 2 kg se mueve sin rozamiento con una velocidad inicial de 4 $m\,s^{-1}$ sobre una superficie horizontal.

a) Calcula el trabajo necesario para mantener su velocidad constante y para duplicarla.

b) Calcula el trabajo necesario para detener el cuerpo.

a) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas", el trabajo necesario para mantener la velocidad es:

$$W = \Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = 0$$

Y para duplicarla: $W = \Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}2 \cdot (8^2 - 4^2) = 48\ J$

b) Para detener el cuerpo: $W = \Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}2 \cdot (0^2 - 4^2) = -16\ J$

Para detenerlo, hay que realizar un trabajo negativo sobre el cuerpo.

6.10 Un coche de 800 kg que circula a 100 $km\,h^{-1}$ disminuye gradualmente su velocidad hasta 40 $km\,h^{-1}$ a lo largo de 50 m.

a) Calcula el trabajo realizado sobre el coche.

b) Determina la fuerza resultante que ha actuado sobre él a partir del dato anterior.

a) $v_0 = 100\ km\,h^{-1} = 27{,}8\ m\,s^{-1}$; $v = 40\ km\,h^{-1} = 11{,}1\ m\,s^{-1}$

Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas":

$$W = \Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}800 \cdot (11{,}1^2 - 27{,}8^2) = -2{,}60 \cdot 10^5\ J$$

b) $W = F\Delta x \cos 180° \Rightarrow F = \frac{-W}{\Delta x} = \frac{2{,}60 \cdot 10^5}{50} = 5{,}18 \cdot 10^3\ N$

6.11 Un muelle de constante recuperadora $k = 400\ N\,m^{-1}$ se estira 8 cm. Calcula:

a) El trabajo realizado.

b) La variación de la E_p elástica del muelle.

a) El trabajo realizado al estirar el muelle una distancia Δx es: $W = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = 0{,}5 \cdot 400 \cdot 0{,}08^2 = 1{,}28\ J$

b) Este trabajo no lo realiza la fuerza elástica sino una fuerza externa y se ha invertido en aumentar la energía potencial elástica del muelle: $\Delta E_P = W = 1{,}28\ J$

6.12 Explica por qué el trabajo realizado por una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde una posición A hasta otra posición B es el mismo para cualquier trayectoria que siga entre A y B.

Si la fuerza es conservativa, el trabajo realizado es igual a la variación de la energía potencial entre las posiciones A y B. Esta variación de la energía potencial ΔE_P no depende de la trayectoria seguida, por lo que el trabajo será el mismo cualquiera que haya sido la trayectoria.

Son fuerzas conservativas la fuerza peso, la fuerza elástica y la fuerza eléctrica.

6.13 Un bombero de 80 kg sube una altura de 20 m mediante una escalera en 16 s.

a) Calcula en kW y en CV la potencia efectiva desarrollada.

b) Determina también la velocidad media del bombero en la subida.

a) El peso del bombero es $P = mg = 80 \cdot 9{,}8 = 784$ N. Para subir por la escala debe aplicar una fuerza de 784 N en sentido contrario al peso.

La potencia desarrollada es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta h}{\Delta t} = \frac{784 \cdot 20}{16} = 980 \text{ W} = 0{,}98 \text{ kW}$$

$$P = 980 \text{ W} = 980 \text{ (W)} \cdot \frac{1 \text{ (CV)}}{735 \text{ (W)}} = 1{,}33 \text{ CV}$$

b) $v = \frac{P}{F} = \frac{980}{784} = 1{,}25 \text{ m s}^{-1}$; o también $v = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{20}{16} = 1{,}25 \text{ m s}^{-1}$

6.14 Un coche de 120 CV de potencia se desplaza con velocidad constante de 90 km h^{-1} por una carretera horizontal.

a) ¿Qué fuerza realiza el motor en esas condiciones?

b) ¿Y si el coche va a 120 km h^{-1}?

Se cambian las unidades de la potencia y de la velocidad:

$$P = 120 \text{ CV} = 120 \text{ (CV)} \cdot \frac{735 \text{ (W)}}{1 \text{ (CV)}} = 88\,200 \text{ W}; \quad v = 90 \text{ km h}^{-1} = 25 \text{ m s}^{-1};\ v = 120 \text{ km h}^{-1} = 33{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

a) $P = Fv \Rightarrow F_1 = \frac{P}{v_1} = \frac{88\,200}{25} = 3528$ N

b) $F_2 = \frac{P}{v_2} = \frac{88\,200}{33{,}3} = 2649$ N

6.15. Calcula la velocidad y la energía cinética del cuerpo empujado por el muelle en el ejercicio resuelto 8, en el instante en el que el muelle recupera su longitud natural.

En el instante en el que el muelle recupera su longitud natural, su estiramiento es nulo y, por tanto, su energía potencial elástica es nula. La energía elástica inicial se ha transformado en energía cinética:

$$E_C = 0{,}72 \text{ J}$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}72}{2}} = 0{,}85 \text{ m s}^{-1}$$

6.16. Se lanza un bloque de 2,5 kg sobre una superficie horizontal con una velocidad de 4 m s^{-1} y se detiene después de recorrer 80 cm. Calcula la energía disipada y el valor de la fuerza de rozamiento.

La energía potencial del bloque no varía. La disminución de su energía potencial es:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f - v_0) = \frac{1}{2}2{,}5(0^2 - 4^2) = -20 \text{ J}$$

Esta energía disipada es igual al trabajo (negativo) de la fuerza de rozamiento:

$$W_{fr} = f_r \Delta e \cos 180° \Rightarrow -20 = -f_r \cdot 0{,}80 \Rightarrow f_r = 25 \text{ N}$$

6.17 Enumera fuentes de energía que no resulten contaminantes para la atmósfera.

La energía hidráulica, el viento, el Sol.

6.18 ¿Qué relación tiene el desarrollo sostenible con el cuidado del medio ambiente?

La conservación y cuidado del medio ambiente permite mantener un uso racional de la energía sin comprometer la capacidad de generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades energéticas.

6.19 Un camión de 4 t y un coche de 600 kg se mueven ambos a 100 km h^{-1}. Calcula la energía cinética de cada uno.

$$v = 100 \text{ km h}^{-1} = 27{,}8 \text{ m s}^{-1}$$

Camión: $E_{C_1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 4000 \cdot 27{,}8^2 = 1{,}54 \cdot 10^6$ J

Coche: $E_{C_2} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 27{,}8^2 = 0{,}23 \cdot 10^6$ J

ENERGÍA MECÁNICA

6.20 ¿Cuánto debe estirarse un muelle de 3000 N m^{-1} de constante recuperadora para que almacene una energía potencial de 30 J?

¿Almacenaría la misma energía potencial si en vez de estirarse, el muelle se comprimiera la misma longitud?

$$E_P = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}3000(\Delta x)^2 \Rightarrow \Delta x = 0{,}14 \text{ m}$$

Si en lugar de estirarse, se comprimiera, almacenaría la misma energía potencial elástica:

$$\Delta E'_P = \frac{1}{2}k(-\Delta x)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \Delta E_P$$

6.21 ¿A qué altura debería situarse un cuerpo para que su energía potencial fuera igual a la energía cinética que tiene cuando se desplaza a 100 km h^{-1}?

Se cambian las unidades de la velocidad: $v = 100 \text{ km h}^{-1} = 27{,}8 \text{ m s}^{-1}$

$$E_C = E_P \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{27{,}8^2}{2 \cdot 9{,}8} = 39{,}4 \text{ m}$$

6.22 Un muelle se alarga 4 cm cuando se cuelga de su extremo un peso de 200 g. Calcula:

a) La constante recuperadora del muelle.

b) Su energía potencial elástica en esa posición.

a) En el equilibrio, el peso del cuerpo está compensado por la fuerza elástica del muelle:

$$P = F_k; \quad mg = kx; \quad 0{,}2 \cdot 9{,}8 = k \cdot 0{,}04 \Rightarrow k = 49 \text{ N m}^{-1}$$

b) $E_P = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}49 \cdot 0{,}04^2 = 0{,}04$ J

TRABAJO Y ENERGÍA

6.23 Una fuerza horizontal constante de 8 N empuja una caja de 6 kg de masa, inicialmente en reposo, sobre una superficie horizontal pulida a lo largo de 4 m. Calcula:

a) La energía cinética final de la caja.

b) Su velocidad final.

a) El trabajo realizado por la fuerza es: $W = F\Delta e = 8 \cdot 4 = 32$ J

Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas": $W = \Delta E_C \Rightarrow W = E_{C_f} - E_{C_0} \Rightarrow E_{C_f} = 32$ J

b) Despejando la velocidad de la expresión de la energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{6}} = 3{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

6.24 Una vagoneta de 300 kg se mueve prácticamente sin fricción sobre unos raíles horizontales a 36 $km\,h^{-1}$. Calcula el trabajo necesario para:

a) Duplicar su velocidad.

b) Mantener su velocidad constante.

c) Reducir su velocidad a la mitad.

De acuerdo con el teorema de las "fuerzas vivas": $\Delta E_C = W \Rightarrow E_{C_f} - E_{C_0} = W \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = W$

a) $v_f = 2v_0 = 2 \cdot 10 = 20\ m\,s^{-1}$; $\quad W = \frac{1}{2}300(20^2 - 10^2) = 45\,000\ J$

b) Si la velocidad es constante, no hay variación de la energía cinética y, por tanto, $W = 0$.

c) $v_f = \frac{1}{2}v_0 = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5\ m\,s^{-1}$; $\quad W = \frac{1}{2}300(5^2 - 10^2) = -11\,250\ J$

El trabajo es negativo porque disminuye la energía del cuerpo.

6.25 A un cuerpo de 10 kg de masa inicialmente en reposo se le aplica una fuerza vertical hacia arriba de 150 N para elevarlo una altura de 3 metros. Halla:

a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada.

b) El trabajo realizado por el peso.

c) La velocidad adquirida por el cuerpo.

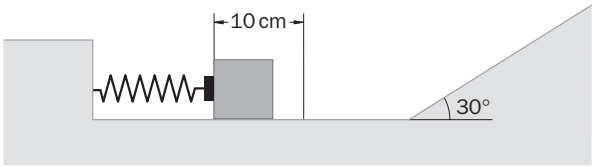
a) $W_F = F\Delta e = 150 \cdot 3 = 450\ J$

b) La fuerza peso tiene sentido opuesto a la fuerza aplicada: $W_P = -mg\Delta e = -10 \cdot 9{,}8 \cdot 3 = -294\ J$

c) El trabajo neto sobre el cuerpo se invierte en aumentar su energía cinética: $W = 450 - 294 = 156\ J$

$$W = \Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 156 = \frac{1}{2}10v^2 \Rightarrow v = 5{,}6\ m\,s^{-1}$$

6.26 Un cuerpo de 2 kg comprime 10 cm un muelle cuya constante recuperadora es 750 $N\,m^{-1}$. Cuando se libera el muelle, impulsa al cuerpo por un plano horizontal y a continuación por un plano inclinado 30°, como se indica en la figura. El rozamiento es despreciable en ambos planos.



a) Calcula la velocidad del cuerpo al iniciar la subida por el plano inclinado.

b) ¿Qué distancia asciende a lo largo de este plano?

a) La energía potencial elástica del muelle comprimido es: $E_P = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}750 \cdot 0{,}10^2 = 3{,}75\ J$

En el plano horizontal toda la energía elástica se transforma en energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}75}{2}} = 1{,}94\ m\,s^{-1}$$

b) Cuando llega al punto más alto del plano, su energía cinética es nula; la energía total (3,75 J) es ahora energía potencial gravitatoria. Si d es la distancia recorrida en el plano inclinado:

$$E_P = mg\Delta h = mgd\ \text{sen}\,30°;$$

$$3{,}75 = 2 \cdot 9{,}8 \cdot d\ \text{sen}\,30° \Rightarrow d = 0{,}38\ m = 38\ cm$$

6.27 Una fuerza de 12 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal arrastra un bloque de 6 kg de masa sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Calcula el trabajo realizado por la fuerza y la velocidad del bloque después de recorrer 2 m.

$$W = F\Delta e \cos\alpha = 12 \cdot 2 \cdot \cos 30° = 20{,}8\ J$$

Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas": $W = \Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 20{,}8 = \frac{1}{2}6v^2 \Rightarrow v = 2{,}63\ m\,s^{-1}$

6.28 Argumenta si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas:

a) La fuerza centrípeta no realiza ningún trabajo sobre un móvil con movimiento circular uniforme.

b) La energía mecánica de un cuerpo siempre se mantiene constante.

c) Si un cuerpo mantiene su velocidad constante, su energía potencial se mantiene constante.

d) El trabajo realizado para estirar un muelle es igual a la variación de energía cinética del sistema.

a) Correcta. La fuerza centrípeta es perpendicular a la trayectoria en cualquier punto (cos 90° = 0).

b) Incorrecta. Si hay fuerzas de rozamiento, se disipa energía y la energía mecánica del cuerpo no se mantiene constante.

c) Incorrecta. Si un cuerpo mantiene su velocidad constante, su energía cinética se mantiene constante, pero no se puede afirmar nada sobre su energía potencial.

d) Incorrecta. El trabajo realizado para estirar un muelle incrementa su energía potencial elástica, no su energía cinética.

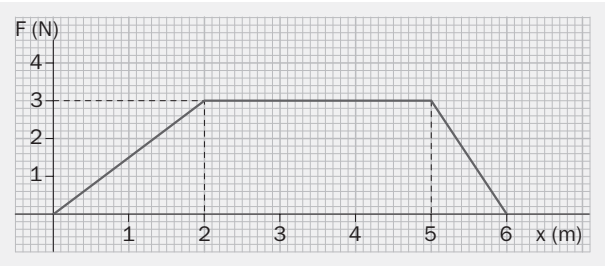
6.29 Un cuerpo de 0,5 kg de masa se desplaza con una velocidad de 1,2 $m\,s^{-1}$ en la dirección del eje OX. Al pasar por el punto x = 0 comienza a actuar sobre él una fuerza que varía con la posición como se indica en la gráfica. Calcula:

a) El trabajo realizado por la fuerza entre las posiciones x = 0 y x = 3.

b) La energía cinética y la velocidad del cuerpo en la posición x = 3.

c) El trabajo realizado por la fuerza entre las posiciones x = 0 y x = 6.

d) La velocidad del cuerpo para x = 6.



a) El trabajo equivale al área encerrada por la gráfica en cada caso:

$$W_{0,3} = W_{0,2} + W_{2,3} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 6 \text{ J}$$

b) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas" en la posición x = 3:

$$W_{0,3} = \Delta E_C = E_{C_3} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}0{,}5v_3^2 - \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}2^2 \Rightarrow v_3 = 5{,}0 \text{ m s}^{-1}$$

c) Se procede como en el apartado a):

$$W_{0,6} = W_{0,2} + W_{2,5} + W_{5,6} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 13{,}5 \text{ J}$$

d) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas" en la posición x = 3:

$$W_{0,6} = \Delta E_C = E_{C_6} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_6^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 13{,}5 = \frac{1}{2}0{,}5v_6^2 - \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}2^2 \Rightarrow v_6 = 7{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

TRABAJO Y ENERGÍA

6.30 Una bola de 200 g está suspendida del techo mediante un hilo de 90 cm de longitud. Se separa la bola de su posición de equilibrio hasta que el hilo forma un ángulo de 30° con la horizontal, y a continuación se suelta. Calcula la velocidad de la bola cuando pasa por la posición de equilibrio.

La altura de la bola sobre la posición inicial es:

$$h = 0{,}9 - 0{,}9 \text{ sen } 30° = 0{,}45 \text{ m}$$

En esta posición la energía mecánica de la bola es solo energía potencial. Al pasar por el punto más bajo, toda la energía mecánica es energía cinética si se toma este punto como nivel cero de energía potencial. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}45} = 2{,}97 \text{ m s}^{-1}$$

6.31 Una esfera metálica de 2 kg de masa se deja caer desde una altura de 10 m sobre arena mojada. La esfera se hunde 20 cm en la arena. Determina:

a) La energía potencial de la bola en su posición final.

b) La resistencia aplicada por la arena sobre la esfera.

a) Tomando la superficie de la arena mojada como nivel cero de energías potenciales, la energía potencial gravitatoria de la bola en su posición final es:

$$E_{P_f} = mg\Delta h = 2 \cdot 9{,}8 \cdot (-0{,}20) = -3{,}92 \text{ J}$$

b) La disminución de energía potencial gravitatoria de la bola desde su posición inicial (h = 10 m) hasta su posición final (h = −0,20 m) es:

$$\Delta E_P = mg\Delta h = 2 \cdot 9{,}8 \cdot (-0{,}20 - 10) = -200 \text{ J}$$

Esta disminución de la energía mecánica de la bola es igual al trabajo resistente (negativo) realizado por la arena sobre la bola. Si F es la fuerza de resistencia aplicada por la arena:

$$\Delta E_P = W \Rightarrow -200 = -F\,\Delta e \Rightarrow -200 \Rightarrow -F \cdot 0{,}20 \Rightarrow F \Rightarrow 1000 \text{ N}$$

TRABAJO Y POTENCIA

6.32 ¿Qué trabajo realiza cada minuto, expresado en kilovatios-hora, un motor que tiene una potencia de 120 CV?

En unidades del SI, la potencia es: $P = 120 \text{ (CV)} \cdot \dfrac{735 \text{ (W)}}{1 \text{ (CV)}} = 88200 \text{ W}$

$$T = Pt = 88200 \cdot 60 = 5{,}29 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Se pasa a kilovatios-hora: $5{,}29 \cdot 10^6 \text{ (J)} \cdot \dfrac{1 \text{ (kWh)}}{3{,}6 \cdot 10^6 \text{ (J)}} = 1{,}47 \text{ kWh}$

6.33 Calcula la potencia mínima que necesita un montacargas para elevar una caja de 200 kg hasta una altura de 20 m en 8 segundos.

El trabajo que debe realizar es: $W = F\Delta e = mg\Delta e$. La potencia necesaria es:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mg\Delta e}{t} = \frac{200 \cdot 9{,}8 \cdot 20}{8} = 4900 \text{ W} = 4{,}9 \text{ kW}$$

6.34 Una caja es arrastrada con velocidad constante sobre una superficie horizontal por una fuerza de 6 N paralela al suelo. La potencia aplicada por la fuerza es 12 W. Calcula:

a) La velocidad de desplazamiento de la caja.

b) El trabajo realizado por la fuerza en 2 s.

a) $P = Fv \Rightarrow v = \dfrac{P}{F} = \dfrac{12}{6} = 2 \text{ m s}^{-1}$

b) $W = Pt = 12 \cdot 2 = 24 \text{ J}$

6.35 Un cuerpo de 2,5 kg de masa es elevado con una velocidad constante de 1,5 m s^{-1} por una fuerza F vertical hacia arriba igual al peso del cuerpo. Determina:

a) La potencia desarrollada por la fuerza F.

b) El trabajo realizado en 5 segundos.

a) $P = Fv = (mg)v = (2{,}5 \cdot 9{,}8) \cdot 1{,}5 = 36{,}75 \text{ W}$

b) $W = Pt = 36{,}75 \cdot 5 = 183{,}8 \text{ J}$

6.36 En un minuto, una grúa desplaza a lo largo de 30 m un bloque de 2000 kg mediante una fuerza de 2000 N que forma un ángulo de 45° con la horizontal. Calcula:

a) El trabajo realizado por la grúa a lo largo del recorrido.

b) La potencia de la grúa.

a) $W = F\Delta e \cos \alpha = 2000 \cdot 30 \cdot \cos 45° = 4{,}2 \cdot 10^4$ J

b) $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{4{,}2 \cdot 10^4}{60} = 700$ W

6.37 Un coche de 1200 kg inicia la subida de una pendiente del 8 % y 500 m de longitud con una velocidad de 100 km h^{-1}. Al finalizar la pendiente, la velocidad del coche es 70 km h^{-1}.

Considerando que el rozamiento es despreciable, calcula el trabajo realizado por el vehículo.

Se escriben las velocidades en unidades del SI: $v_0 = 100$ km h^{-1} = 27,8 m s^{-1}; $v_f = 70$ km h^{-1} = 19,4 m s^{-1}

La altura que ha ascendido el coche al subir la pendiente es: $h = 500 \cdot \dfrac{8}{100} = 40$ m

Tomando como origen de las energías potenciales gravitatorias el punto más bajo de la pendiente:

Energía mecánica inicial: $E_{M_0} = E_{C_0} + E_{P_0} = \dfrac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0{,}5 \cdot 1200 \cdot 27{,}8^2 = 4{,}63 \cdot 10^5$ J

Energía mecánica final: $E_{M_f} = E_{C_f} + E_{P_f} = \dfrac{1}{2}mv_f^2 + mgh = 0{,}5 \cdot 1200 \cdot 19{,}4^2 + 1200 \cdot 9{,}8 \cdot 40 = 6{,}97 \cdot 10^5$ J

El incremento de la energía mecánica se debe al trabajo realizado por el motor del vehículo:

$$W = \Delta E_M = E_{M_f} - E_{C_f} = 2{,}34 \cdot 10^5 \text{ J}$$

6.38 Un ciclista de 90 kg de masa (incluida la bicicleta) sube una pendiente del 5 % con una velocidad constante de 20 km h^{-1}. Si la fuerza de rozamiento se puede estimar en el 1 % del peso, calcula el valor de la potencia desarrollada por el ciclista.

La velocidad en unidades del SI: $v = 20$ km h^{-1} = 5,55 m s^{-1}

Peso total: $P = mg = 90 \cdot 9{,}8 = 882$ N

Fuerza de rozamiento: $f_r = 0{,}01P = 0{,}01 \cdot 882 = 8{,}82$ N

La fuerza que aplica el ciclista debe compensar la fuerza de rozamiento y la componente del peso paralela al plano:

$$F = f_r + mg \text{ sen } \alpha = 8{,}82 + 882\frac{5}{100} = 52{,}9 \text{ N}$$

$$P = Fv = 52{,}9 \cdot 5{,}55 = 294 \text{ W}$$

CONSERVACIÓN Y DISIPACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

6.39 Argumenta sobre la corrección de estas afirmaciones:

a) La fuerza de la gravedad es una fuerza conservativa.

b) Si un cuerpo describe una trayectoria cerrada bajo la acción de una fuerza conservativa, el trabajo realizado sobre él es nulo.

c) La fuerza ejercida por un muelle elástico es una fuerza conservativa.

d) Una fuerza conservativa mantiene constante la energía cinética del cuerpo sobre el que actúa.

a) Correcta. La fuerza de la gravedad es una fuerza conservativa porque está asociada a una energía potencial (gravitatoria).

b) Correcta. Si un cuerpo describe una trayectoria cerrada bajo la acción de una fuerza conservativa, no tiene variación de su energía potencial porque las posiciones inicial y final son las mismas. En consecuencia, sobre él no se ha realizado ningún trabajo si la velocidad se ha mantenido constante.

c) Correcta. La fuerza elástica es una fuerza conservativa porque está asociada a una energía potencial (elástica).

d) Incorrecta. Una fuerza conservativa, como el peso, puede producir variaciones en la velocidad del cuerpo sobre el que actúa, por lo que la energía cinética no se mantiene constante.

6.40 Se deja caer una pelota desde una altura de 2 m y rebota hasta 1,20 m.

a) ¿Qué porcentaje de la energía mecánica se disipa en el bote?

b) Si este porcentaje se mantiene en sucesivos botes, ¿qué altura alcanzará la pelota después de 5 botes?

a) Energía potencial inicial: $E_{P_0} = mgh_0 = mg \cdot 2$

Energía potencial después del primer bote: $E_{P_1} = mgh_1 = mg \cdot 1{,}2$

Porcentaje de la energía mecánica disipada en el primer bote:

$$p = 100 \cdot \frac{E_{P_0} - E_{P_1}}{E_{P_0}} = 100 \cdot \frac{2\ mg - 1{,}2\ mg}{2\ mg} = 40\%$$

b) Después de cinco botes: $E_{P5} = E_{P4} - \frac{40}{100} E_{P_4} = 0{,}6E_{P_4} = 0{,}6^2E_{P_3} = \ldots = 0{,}6^5E_{P_0}$

$$mgh_5 = 0{,}6^5mgh_0 \Rightarrow h_5 = 0{,}6^5h_0 = 0{,}6^5 \cdot 2 = 0{,}15\ m$$

6.41 Un automóvil de 1200 kg que se mueve con una velocidad constante de 90 km h^{-1}, acciona los frenos al ver un obstáculo y frena en 80 m. Determina:

a) La disminución de la energía cinética del automóvil durante el frenado.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El valor del coeficiente de rozamiento entre el automóvil y la carretera mientras frena.

a) Se cambian las unidades de la velocidad: $v = 90\ km\,h^{-1} = 25\ m\,s^{-1}$

$$\Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 - 0{,}5 \cdot 1200 \cdot 25^2 = -375\,000\ J$$

b) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas", el trabajo (negativo) realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W = \Delta E_C = -375\,000\ J$$

c) El coeficiente de rozamiento se obtiene a partir de la fuerza de rozamiento.

$$W_r = f_r\Delta e\ \cos 180°$$

Como cos 180 = −1, queda:

$$W = -f_r\Delta e = -(\mu_k mg)\Delta e \Rightarrow -375\,000 = -\mu_k 1200 \cdot 9{,}8 \cdot 80 \Rightarrow \mu_k = 0{,}40$$

6.42 Un proyectil de 30 g de masa alcanza un bloque de madera con una velocidad de 200 m s^{-1}.

a) Calcula la resistencia que ofrece la madera a la penetración si el proyectil ha penetrado en ella 8 cm.

b) Halla qué velocidad tendría el proyectil después de atravesar una lámina de la misma madera de 2 cm de espesor.

a) La variación de energía cinética del proyectil es:

$$\Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 - 0{,}5 \cdot 0{,}030 \cdot 200^2 = -600\ J$$

Esta disminución de la energía cinética se debe al trabajo (negativo) realizado por la fuerza de resistencia de la madera a lo largo de 8 cm. Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas":

$$W = \Delta E_C = -600\ J$$

$$W = f_r\Delta e\ \cos 180° = -f_r \cdot 0{,}08 = -600 \Rightarrow f_R = 7500\ N$$

b) El trabajo de la fuerza de resistencia a lo largo de 2 cm es:

$$W = f_r\Delta e\ \cos 180° = -7500 \cdot 0{,}02 = -150\ J$$

Aplicando de nuevo el teorema de las "fuerzas vivas":

$$W = \Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow -150 = \frac{1}{2}0{,}030 \cdot (v_f^2 - 200^2) \Rightarrow v_f = 173\ m\,s^{-1}$$

6.43 Una caja de 20 kg se encuentra en reposo en el suelo. Se desplaza la caja 6 m mediante una fuerza horizontal de 90 N. El coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y el suelo es 0,32. Calcula:

a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada.
b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
c) El incremento de energía cinética de la caja.
d) La velocidad final de la caja.

a) $W_F = F\Delta e \cos \alpha = 90 \cdot 6 \cdot \cos 0 = 540$ J

b) La fuerza de rozamiento es:

$$f_r = \mu_k mg = 0{,}32 \cdot 20 \cdot 9{,}8 = 62{,}7 \text{ N}$$
$$W_{fr} = f_r \Delta e \cos \alpha = 62{,}7 \cdot 6 \cdot \cos 180° = -376 \text{ J}$$

c) El trabajo neto sobre la caja es: $W = W_F + W_{fr} = 540 - 376 = 164$ J
Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas": $W = \Delta E_C = 164$ J

d) $W = \Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 164 = \frac{1}{2}20 \cdot v_f^2 \Rightarrow v_f = 4{,}0 \text{ m s}^{-1}$

6.44 Un coche de 1000 kg sube una pendiente del 5 % de 600 metros de longitud a una velocidad constante de 90 km h^{-1}. Su motor suministra durante la subida una potencia de 120 CV. Calcula:

a) La energía disipada durante la subida de la pendiente.
b) El valor medio de las fuerzas de rozamiento.
c) El rendimiento del motor del vehículo.

a) Se pasa la velocidad a unidades del SI:

$$v = 90 \text{ km h}^{-1} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

El tiempo que tarda el coche en subir la pendiente es:

$$t = \frac{\Delta e}{v} = \frac{600}{25} = 24 \text{ s}$$

La altura que asciende es:

$$h = L \text{ sen } \alpha = 600 \cdot \frac{5}{100} = 30 \text{ m}$$

Tomando como nivel cero de energías potenciales el punto más bajo de la pendiente, el incremento de energía potencial es:

$$E_P = mgh = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 30 = 294\,000 \text{ J}$$

Como la velocidad se mantiene constante no hay variación de la energía cinética, por lo que la variación de energía mecánica ΔE_M es igual a la variación de energía potencial.
El trabajo realizado por el motor es:

$$W = Pt = 120 \text{ (CV)} \cdot \frac{735 \text{ (W)}}{1 \text{ (CV)}} \cdot 24 \text{ (s)} = 2\,116\,800 \text{ J}$$

El trabajo total es igual a la suma del trabajo realizado por el motor más el trabajo (resistente) realizado por la fuerza de rozamiento. Ese trabajo total es igual a la variación de la energía mecánica del coche:

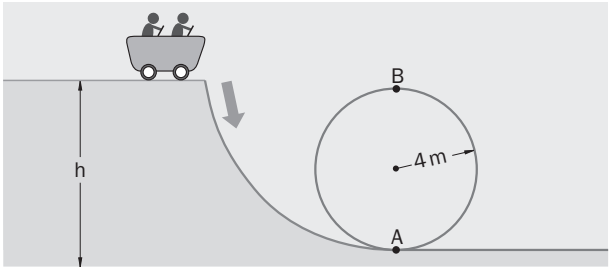
$$W_T = W + W_{fr} = \Delta E_M \Rightarrow 2\,116\,800 + W_{fr} = 294\,000 \Rightarrow W_{fr} = -1\,822\,800 \text{ J}$$

La energía disipada es igual al trabajo de las fuerzas de rozamiento: $\Delta E = -1\,822\,800$ J

b) $W_{fr} = f_r \Delta e \cos 180°$; $\quad -1\,822\,800 = -f_r \cdot 600 \Rightarrow f_r = 3038$ N

c) $r = 100 \cdot \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía total}} = 100 \cdot \frac{\text{Energía total} - \text{Energía disipada}}{\text{Energía total}} = 100 \cdot \frac{294\,000}{2\,116\,800} = 13{,}9\%$

6.45 La vagoneta de una montaña rusa, con una masa total de 200 kg, inicia con velocidad nula la bajada de una pendiente al final de la cual describe un bucle vertical de 8 m de diámetro, como se indica en la figura. Despreciando el rozamiento, calcula:



a) ¿Qué altura debe tener la vagoneta al inicio de la pendiente para poder describir el bucle completo?

b) Halla la velocidad de la vagoneta al final de la pendiente y en el punto más alto del bucle.

a) Para poder describir el bucle completo, la fuerza centrípeta sobre la vagoneta debe ser en el punto más alto (B) igual, al menos, a su peso:

$$F_{C,\,B} = mg \Rightarrow m\frac{v_B^2}{R} = mg \Rightarrow v_B^2 = Rg = 4 \cdot 9{,}8 = 39{,}2\ m^2s^{-2}$$

La energía mecánica de la vagoneta en el punto de altura h es: $E_{M_h} = E_{C_h} + E_{P_h} = 0 + mgh = m \cdot 9{,}8 \cdot h$

Y en el punto B: $E_{M_B} = E_{C_B} + E_{P_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}m \cdot 39{,}2 + m \cdot 9{,}8 \cdot 8$

Como el rozamiento es despreciable, la energía mecánica se conserva:

$$E_{M_h} = E_{M_B} \Rightarrow m \cdot 9{,}8 \cdot h = \frac{1}{2}m \cdot 39{,}2 + m \cdot 9{,}8 \cdot 8 \Rightarrow h = 10\ m$$

b) Al final de la pendiente (punto A) la energía mecánica es:

$$E_{M_A} = E_{C_A} + E_{P_A} = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

Como la energía mecánica se conserva: $E_{M_h} = E_{M_A} \Rightarrow m \cdot 9{,}8 \cdot 10 = 0{,}5\ mv_A^2 \Rightarrow v_A = 14\ m\,s^{-1}$

Velocidad en el punto más alto del bucle (B): $v_B = \sqrt{39{,}2} = 6{,}3\ m\,s^{-1}$

6.46 Puedes ampliar tus conocimientos sobre trabajo y energía en la siguiente dirección de internet.

http://newton.cnice.mecd.es/1bach/trabajoyenergia/index.htm

Realiza la autoevaluación que allí se propone.

6.47 Se deja caer una bola de 400 g de masa desde una altura de 2 m sobre un muelle situado verticalmente. La constante recuperadora del muelle es 600 $N\,m^{-1}$. Calcula:

a) La velocidad del cuerpo al chocar con el muelle.

b) La longitud que se comprime el muelle.

a) La energía mecánica inicial de la bola es: $E_{M_0} = E_{C_0} + E_{P_0} = 0 + mgh_0 = m \cdot 9{,}8 \cdot 2$

Y en el momento de entrar en contacto con el muelle: $E_{M_1} = E_{C_1} + E_{P_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2$

Tomando como nivel cero de energías potenciales la posición del extremo superior del muelle, por la conservación de la energía mecánica:

$$E_{M_0} = E_{M_1} \Rightarrow m \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 0{,}5\ mv_1^2 \Rightarrow v_1 = 6{,}3\ m\,s^{-1}$$

b) Cuando el muelle se ha comprimido una longitud Δx, la energía cinética de la bola es nula. Toda la energía del sistema es energía potencial. Esta energía potencial es:

$$E_{P_2} = E_{M_2} = E_{M_0} = m \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 0{,}4 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 7{,}84\ J$$

La energía potencial del sistema es la suma de la energía potencial gravitatoria de la bola más la energía potencial elástica almacenada por el muelle. La energía potencial gravitatoria de la bola es negativa porque está situada por debajo del nivel considerado nulo de energías potenciales:

$$E_{P_2} = mg(-\Delta x) + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \Rightarrow 7{,}84 = 0{,}4 \cdot 9{,}8 \cdot (-\Delta x) + 0{,}5 \cdot 600 \cdot (\Delta x)^2$$

Resolviendo la ecuación anterior resulta: $\Delta x = 0{,}17\ m = 17\ cm$

6.48 Estudia el movimiento de un cuerpo que describe un bucle vertical con rozamiento en la dirección de internet:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/trabajo/bucle/bucle.htm

Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el movimiento del cuerpo.

6.49 La constante de un muelle es 250 $N m^{-1}$ y se encuentra sobre una mesa, sujeto a ella por un extremo. El muelle se ha comprimido 5 cm y tiene adosado a su extremo una masa de 500 g. Calcula la velocidad del cuerpo al recuperar el muelle su longitud natural cuando se libera:

a) Si se pueden despreciar los rozamientos.

b) Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y la mesa es $\mu = 0{,}18$.

a) La energía potencial elástica del muelle comprimido es:

$$E_{P_0} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = 0{,}5 \cdot 250 \cdot 0{,}05^2 = 0{,}31 \text{ J}$$

En el instante en que el muelle recupera su longitud natural, la energía potencial elástica se ha transferido íntegramente al cuerpo como energía cinética:

$$E_C = 0{,}31 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0{,}31 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot v^2 \Rightarrow v = 1{,}12 \text{ m s}^{-1}$$

b) La fuerza de rozamiento es:

$$f_r = \mu mg = 0{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8$$

El trabajo realizado por esta fuerza:

$$W_{fr} = f_r \Delta e \cos 180° = -(0{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8) \cdot 0{,}05 = 0{,}0441 \text{ J}$$

La energía cinética del cuerpo es igual a la energía suministrada (energía potencial elástica) menos la energía disipada (trabajo de la fuerza de rozamiento):

$$\Delta E_C = 0{,}31 - 0{,}0441 \Rightarrow \Delta E_C \cong 0{,}27 \text{ J}; \quad 0{,}27 = \frac{1}{2}0{,}5v'^2 \Rightarrow v' = 1{,}04 \text{ m s}^{-1}$$

6.50 Un pequeño bloque de 60 g de masa gira sobre una mesa horizontal, sujeto al extremo de una cuerda de 40 cm de longitud fija por el otro extremo. En un minuto, el bloque pasa de girar dos vueltas cada segundo a media vuelta cada segundo. Calcula:

a) La disminución de energía cinética del bloque durante ese tiempo.

b) El trabajo realizado por la fuerza peso, por la tensión de la cuerda y por la fuerza de rozamiento.

a) Se calcula la velocidad lineal del bloque:

$$v_0 = \omega_0 R = (2 \cdot 2\pi) \cdot 0{,}4 = 1{,}6\pi \text{ m s}^{-1}; \quad v = \omega_0 R = (0{,}5 \cdot 2\pi) \cdot 0{,}4 = 0{,}4\pi \text{ m s}^{-1}$$

La variación de la energía potencial en ese tiempo:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = 0{,}5 \cdot 0{,}060 \cdot (0{,}4^2 - 1{,}6^2)\pi^2 = -0{,}71 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado por la fuerza peso es nulo porque esta fuerza es perpendicular a la trayectoria:

$$W_P = mg\Delta e \cos 90° = 0$$

Análogamente, el trabajo realizado por la tensión de la cuerda también es nulo por la misma razón: $W_T = 0$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la energía disipada:

$$W_{fr} = -0{,}71 \text{ J}$$

6.51 Un bloque inicia con velocidad nula la caída desde el punto más alto de un plano inclinado 45° de 3 m de longitud. Al llegar a la base, continúa por un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y cada uno de los planos es 0,35. ¿Qué distancia recorre sobre el plano horizontal?

En la posición inicial:

$$E_{C_0} = 0; \qquad E_{P_0} = mgh = mg(3 \text{ sen}45°) = 3 \text{ mg sen}45°;$$
$$E_{M_0} = E_{C_0} + E_{P_0} = 3mg \text{ sen}45°$$

En la posición final:

$$E_{C_f} = 0; \qquad E_{P_f} = 0; \qquad E_{M_f} = E_{C_f} + E_{P_f} = 0$$

Variación de la energía mecánica:

$$\Delta E_M = E_{M_f} - E_{M_0} = -3mg \text{ sen}45°$$

Fuerza de rozamiento en el plano inclinado: $f_r = \mu_k mg \cos 45°$

Trabajo de esta fuerza: $W_{fr} = f_R \Delta e \cos 180° = -3\mu_k mg \cos 45°$

Fuerza de rozamiento en el plano horizontal: $f'_r = \mu_k mg$

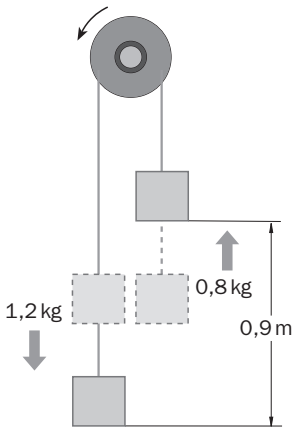
Trabajo de esta fuerza: $W'_{fr} = f'_r \Delta e \cos 180° = -\mu_k gd$

Siendo d la distancia recorrida a lo largo del plano horizontal antes de detenerse, el trabajo total de las fuerzas de rozamiento es igual a la energía mecánica disipada:

$$W_{fr} + W'_{fr} = \Delta E_M \Rightarrow -3\mu_k mg \cos 45° - \mu_k gd = -3mg \text{ sen}45°$$
$$d = \frac{3 \text{ sen}45° - 3 \cdot 0{,}35 \cos 45°}{0{,}35} = 3{,}9 \text{ m}$$

6.52 Dos pesas de 0,8 kg y 1,2 kg, inicialmente a la misma altura, penden de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable.

Calcula, mediante el principio de conservación de la energía, la velocidad de las pesas cuando su diferencia de alturas sea 90 cm.



Tomando como origen de las energías potenciales la altura inicial de las pesas, la energía mecánica del sistema de las dos pesas en el instante inicial es:

$$E_{M_0} = E_{C_0} + E_{P_0} = 0 + 0 = 0$$

Energía potencial de las pesas en el instante final:

$$E_{P_{f_1}} = mg\Delta h_1 = 0{,}8 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}45$$
$$E_{P_{f_2}} = mg\Delta h_2 = 1{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot (0 - 0{,}45) = -1{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}45$$

Esta pesa tiene energía potencial negativa.

La energía potencial final del conjunto de las dos pesas es:

$$E_{P_f} = E_{P_{f_1}} + E_{P_{f_2}} = 0{,}8 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}45 - 1{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}45 = -1{,}764 \text{ J}$$

La energía cinética final del conjunto de las dos pesas es:

$$E_{C_f} = E_{C_{f_1}} + E_{C_{f_2}} = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 = (0{,}5 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 1{,}2)v^2 = v^2$$

La energía mecánica final del conjunto de ambas pesas es:

$$E_{M_f} = E_{C_f} + E_{P_f} = v^2 - 1{,}764$$

Como no se consideran los rozamientos, la energía mecánica se conserva:

$$E_{M_0} = E_{M_f} \Rightarrow 0 = v^2 - 1{,}764 \Rightarrow v = 1{,}33 \text{ m s}^{-1}$$