

## EXAMEN "VIBRACIONES Y ONDAS"

### OPCIÓN A

#### PROBLEMAS

- 1.- En una cuerda se propaga una onda cuya ecuación viene dada por  $y(x,t) = 8 \sin(6t - 2x)$ , donde  $x$  viene en m y  $t$  en segundos. Calcular:
- La velocidad de propagación de la onda.
  - La aceleración a los 6 s de un punto de la cuerda situado a 3 m.
  - La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 90 cm.
- 2.- Una partícula describe un MAS, desplazándose según la ecuación  $x = 0,3 \cos(2t + \pi/6)$  en la que  $x$  se mide en metros y  $t$  en segundos.
- ¿Cuáles son la frecuencia, el período, la amplitud y la frecuencia angular?
  - Calcula la posición, la velocidad y la aceleración en  $t = 1$  s.
  - Valor de la posición, velocidad y aceleración máximas.

#### CUESTIONES

- Nos hallamos en una barca en el mar entre un barco y los acantilados de la costa. Si tardamos 6 segundos en oír el sonido procedente de una explosión en el barco y 10 segundos en oír el eco procedente de los acantilados, ¿a qué distancia nos encontramos del barco y de la costa?
- Clasifica y define los distintos tipos de ondas, atendiendo a su naturaleza y su dirección de propagación. Pon un ejemplo de cada una de ellas.
- Dibuja dos ondas armónicas tales que una tenga el triple de frecuencia y la mitad de amplitud que la otra y que entre las dos exista un desfase de  $\pi/2$ .
- Dos violinistas separados dos metros tocan la misma nota. ¿Existirán puntos de la habitación donde, a causa de la interferencia, no se oiga?

### OPCIÓN B

#### PROBLEMAS

- 1.- Una onda se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 340 m/s y una frecuencia de 900 Hz. La elongación máxima que adquiere una partícula del medio es de 5 mm. Calcula:
- Ecuación de la onda.
  - Energía que adquieren las partículas del medio si su masa es de  $10^{-6}$  g.
  - Distancia a la que se encuentran dos puntos del medio cuyas fases difieren  $\pi$  radianes.
- 2.- Un cuerpo  $m$  de 500 g cuelga de un muelle. Cuando se tira de él 10 cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo oscila con un período de 2 s.
- ¿Cuál es la velocidad al pasar por la posición de equilibrio?
  - ¿Cuánto vale la constante elástica del muelle?
  - ¿Cuál es la aceleración cuando el cuerpo se encuentra a 10 cm por encima de la posición de equilibrio?

#### CUESTIONES

- Depende la velocidad transversal con que oscilan los puntos de una cuerda de la velocidad a la que se propaga la onda por dicha cuerda?
- Justifica la relación  $k/m = \omega^2$  para un M.A.S., siendo  $k$  la constante elástica recuperadora.
- Un oscilador armónico se encuentra, en un instante determinado, en una posición que es igual a la mitad de su amplitud ( $x = A/2$ ). ¿Qué relación existe entre su energía cinética y energía potencial?
- Enunciar el principio de Huygens y utilizarlo para explicar el fenómeno de la difracción a través de una rendija.

## SOLUCIÓN

### OPCIÓN A

#### PROBLEMA 1

a) La velocidad de propagación de una onda viene dada por la expresión:  $v = \frac{\lambda}{T}$ . De la

ecuación de la onda, deducimos:

$$\omega = 6 \quad k = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{3} \text{ s}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \pi \text{ m} \Rightarrow v = \frac{\pi}{\pi/3} = 3 \text{ m/s}$$

b) Para calcular la aceleración de un punto x en un instante t, derivamos 2 veces:

$$a(x,t) = -288 \sin(6t - 2x)$$

y calculamos para x=3 m y t=6 s.  $a(3,6) = 284,5 \text{ m/s}^2$

c) La diferencia de fase:

$$\Delta\delta = (6t_1 - 2x_1) - (6t_2 - 2x_2) = 2(x_2 - x_1) = 2 \cdot 0,9 = 1,8 \text{ rad} \text{ teniendo en cuenta que } t_1 = t_2$$

#### PROBLEMA 2

a) Comparando con la ecuación más general de un MAS  $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$\omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$A = 0,3 \text{ m}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \text{ Hz}$$

b) Para el cálculo de la posición en t = 1s, sustituimos en la ecuación, teniendo cuidado de poner nuestra calculadora en Rad a la hora de calcular.

$$x(t=1) = 0,3 \cdot \cos(2 + \pi/6) = -0,24 \text{ m}$$

Para la velocidad, derivamos y sustituimos:

$$v(t=1) = -0,6 \cdot \sin(2 + \pi/6) = -0,35 \text{ m/s}$$

y para la aceleración, derivamos otra vez y volvemos a sustituir:

$$a(t=1) = -1,2 \cdot \cos(2 + \pi/6) = 0,98 \text{ m/s}^2$$

c) La posición, velocidad y aceleración serán máximas cuando el sin o cos sean  $\pm 1$ ;

$$x_{\text{MAX}} = 0,3 \text{ m}$$

$$v_{\text{MAX}} = -0,6 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{MAX}} = -1,2 \text{ ms}^{-2}$$

### OPCIÓN B

#### PROBLEMA 1

a) La elongación máxima es lo que se conoce como amplitud  $A = 0,005 \text{ m}$ .

De la frecuencia podemos deducir la velocidad angular  $\omega$ .

$$\omega = 2\pi f = 1800\pi \text{ rad/s}$$

y con la velocidad, despejamos  $\lambda$  y luego k:  $v = \lambda \cdot f \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{180\pi}{34} \text{ m}^{-1}$

y la ecuación de la onda:  $y(x,t) = 0,005 \cdot \sin(1800\pi t - \frac{180\pi}{34} x)$

b) Un punto del medio afectado por una onda, se mueve con MAS, por lo que su energía vendrá dada por:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

c) Para un mismo instante de tiempo

$$\Delta\delta = (1800\pi t_1 - \frac{180\pi}{34} x_1) - (1800\pi t_2 - \frac{180\pi}{34} x_2) = \frac{180\pi}{34} (x_2 - x_1) = \pi$$

$$(x_2 - x_1) = \frac{34}{180} = 0,18 \text{ m}$$

## PROBLEMA 2

- a) A partir del período 2 s. y de la amplitud del MAS, puedo escribir la ecuación del movimiento.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$$

$$x(t) = 0,1 \cdot \sin \pi t$$

La velocidad es máxima cuando pasa por el punto de equilibrio y vale  $v_{\max} = \pm A \cdot \omega$   
 $V = \pm 0,1 \pi \text{ m/s}$

b)  $k = m \cdot \omega^2 = 0,5 \cdot \pi^2 \text{ N/m}$

- b) La expresión de la aceleración para un MAS en función de la elongación:

$$a = -\omega^2 \cdot x = -\pi^2 \cdot 0,1 \text{ m/s}^2$$