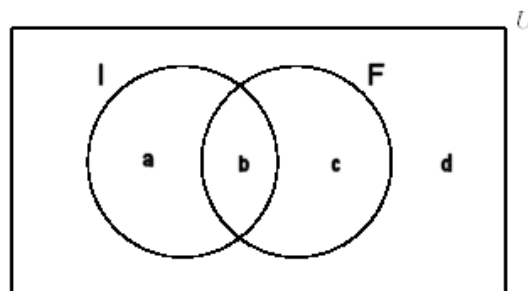


## AUTOEVALUACIÓN DE PROBABILIDAD

Las respuestas que lo precisen, se acompañarán adecuadamente con diagramas o tablas y se caracterizarán los sucesos utilizados con las expresiones booleanas pertinentes.

1. En una clase con 28 alumnos, 24 estudian Inglés (I), 6 estudian Francés (F) y 3 no estudia ninguno de estos dos idiomas. Esta información se representa en un diagrama de Venn.



a) Calcula los valores de a, b, c y d.

Elegido un estudiante al azar, calcula la probabilidad de:

b) que estudie a la vez Inglés y Francés.

c) que estudie o Francés o Inglés pero no los dos.

d) que estudie Francés, suponiendo que estudia Inglés.

2. Los sucesos A y B tienen probabilidades  $P(A) = \frac{3}{11}$  y  $P(B) = \frac{4}{11}$ . Calcula el valor de  $P(A \cap B)$  en los dos casos siguientes:

a) sabiendo que  $P(A \cup B) = \frac{6}{11}$

b) suponiendo que los sucesos A y B son independientes.

3. Sean A y B dos sucesos que verifican:  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  y  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

a) Calcula las probabilidades siguientes:  $P(A \cup B)$   $P(A \cap \bar{B})$   $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

b) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Son incompatibles?

4. Un pintor dispone de siete botes de pintura roja y cinco de amarilla. Se eligen dos botes al azar. Calcule la probabilidad de que los dos botes sean de distinto color.

5. En una escuela bilingüe hay una clase con 21 alumnos, 15 de ellos hablan español como primera lengua y 12 de estos 15 alumnos son de Gibraltar. Los otros 6 alumnos de la clase hablan inglés como primera lengua y 3 de esos 6 alumnos de Gibraltar.

a) Se elige al azar un alumno de la clase y se halla que es gibraltareño. Halle la probabilidad de que hable español como primera lengua.

b) Se elige al azar un alumno de la clase y se halla que habla inglés como primera lengua. Halle la probabilidad de que no sea de Gibraltar.

6. Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tiene la siguiente composición:

A: 5 blancas, 3 negras y 2 rojas.

B: 4 blancas y 6 negras.

También tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B.

Tiramos el dado y sacamos una bola al azar de la urna con la letra que indica el dado

a) Calcula la probabilidad de que esa bola sea blanca y en el dado haya resultado una A

b) Calcula la probabilidad de que esa bola sea blanca si en el dado ha resultado una A

c) Calcula la probabilidad de que esa bola sea blanca

7. Los alumnos de un instituto están repartidos de la siguiente manera: 20% en 1ºESO 20% en 2ºESO 18% en 3ºESO 16% en 4ºESO, 15% en 1º de Bachillerato y el resto en 2º de Bachillerato. El porcentaje de aprobados de cada nivel está en el 70%, 60%, 50%, 40%, 50% y 40% respectivamente.

Elegido al azar un alumno, se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que vaya a aprobar?

b) Si ha aprobado, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1º Bachillerato?

8. En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con dos autobuses, uno grande y otro pequeño. Las dos terceras partes de los alumnos apuntados a la excursión irán en el autobús grande y el resto, en el pequeño. Se sabe que todos los alumnos que viajarán en el autobús pequeño saben esquiar y el 40% de los que lo harán en el otro autobús no saben esquiar. Se pide:
- Calcula la probabilidad de que un alumno de la excursión elegido al azar sepa esquiar.
  - ¿Qué probabilidad tiene el chico del colegio que acaba de descender la ladera esquiando, de haber viajado en el autobús pequeño?
9. Una urna contiene 3 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Se pide:
- Probabilidad de que la segunda bola sea verde.
  - Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.
10. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos del mismo tipo. Los porcentajes de tornillos defectuosos que fabrica cada máquina son, respectivamente: 1%, 2% y 3%. Se mezclan 1 200 tornillos: 200 de la máquina A, 400 de la B y 600 de la C.
- Elegido un tornillo al azar, calcula la probabilidad de que sea defectuoso.
  - Elegidos dos tornillos al azar, calcula la probabilidad de que ambos sean defectuosos.
  - Si elegimos un tornillo al azar y comprobamos que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B?
11. De 50 coches que hay en un taller, 10 son negros y 6 son diesel y ocho de los negros no tienen motor diesel. Si se elige al azar un coche del taller, calcula la probabilidad de que:
- no sea ni de color negro ni diesel
  - no sea diesel suponiendo que es negro
  - ¿Son independientes los sucesos  $D$  = 'tener motor Diesel' y  $N$  = 'ser de color Negro'? Justifica tu respuesta.
12. Dos urnas, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:  
 1ª Urna: 3 blancas y 3 rojas      2ª Urna: 5 blancas y 3 rojas.  
 Sin mirar su color, trasladamos una bola de la primera urna a la segunda y a continuación extraemos una bola de esta segunda urna y que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola trasladada haya sido también roja?
13. El 40% de las declaraciones del impuesto sobre la renta son positivas. De ellas, un 10% lo fueron como consecuencia de errores aritméticos en la realización de la declaración. Por último se estima que un 5% de las declaraciones tienen errores aritméticos.
- Elegidas dos declaraciones al azar, calcula la probabilidad de que ambas tengan errores aritméticos.
  - ¿Qué porcentaje de las declaraciones con errores aritméticos resultaron positivas?
  - ¿Qué porcentaje de las declaraciones no tenían errores aritméticos y resultaron positivas?
14. El 60% de los habitantes de un país están satisfechos con su situación económica, y el 80% de esos habitantes tienen vivienda propia. De los no satisfechos con su situación económica sólo el 20% tienen vivienda propia.
- ¿Qué tanto por ciento de habitantes tienen vivienda propia?
  - ¿Qué porcentaje de los habitantes que tienen vivienda propia están satisfechos con su situación económica?
  - Elegido al azar un habitante sin vivienda propia, ¿Cuál es la probabilidad de que esté satisfecho con su situación económica?
15. Al parecer, el 60% de los estudiantes de Medicina son mujeres. Si elegimos al azar a seis estudiantes, ¿Cuál es la probabilidad de que cuatro sean mujeres y el resto hombres? ¿Y de que sean más hombres que mujeres?

①  $m(\overline{I \cap F}) = \boxed{3}$

$m(I \cup F) = 28 - 3 = 25$

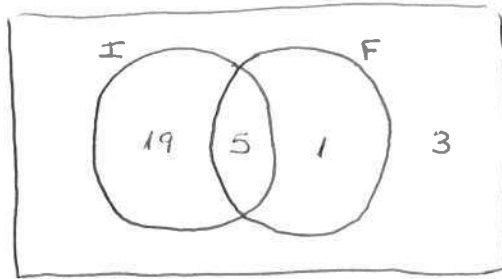
$m(I \cup F) = m(I) + m(F) - m(I \cap F)$

$25 = 24 + 6 - m(I \cap F)$

$m(I \cap F) = \boxed{5}$

$m(I \cap \overline{F}) = 24 - 5 = \boxed{19}$

$m(F \cap \overline{I}) = 6 - 5 = \boxed{1}$



	I	$\overline{I}$	
F	5	1	6
$\overline{F}$	19	3	22
	24	4	28

b)  $P(I \cap F) = \frac{\boxed{5}}{28}$

c)  $P((I \cap \overline{F}) \cup (F \cap \overline{I})) = \frac{19+1}{28} = \frac{20}{28} = \frac{\boxed{5}}{7}$

d)  $P(F|I) = \frac{P(F \cap I)}{P(I)} = \frac{5/28}{24/28} = \frac{\boxed{5}}{24}$

②

a)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\frac{6}{11} = \frac{3}{11} + \frac{4}{11} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{11}$

b) A, B independientes  $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{11} \cdot \frac{4}{11} = \frac{\boxed{12}}{121}$

③

a)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{\boxed{7}}{12}$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{\boxed{1}}{4}$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{\boxed{5}}{12}$

	A	$\overline{A}$	
B	1/4	1/12	1/3
$\overline{B}$	1/4	5/12	2/3
	1/2	1/2	1

b)  $P(A \cap B) = 1/4$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 1/6$

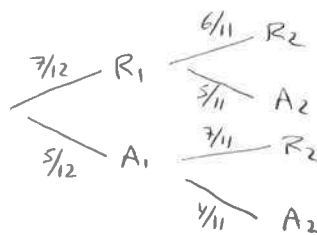
$\Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \rightarrow A, B$  no son independientes

$P(A \cap B) = 1/4 \neq 0 \Rightarrow A, B$  no son incompatibles

④

R = "tener color Rojo"

A = " " " Amarillo"



$P(\text{distinto color}) = P((R_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap R_2)) =$

$= \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{70}{132} = \frac{\boxed{35}}{66}$

⑤

E = "hablar ESPAÑOL como primera lengua"

I =  $\overline{E}$  = " " INGLÉS " " " "

G = "ser de GIBRALTAR"

	E	I	
G	12	3	15
$\overline{G}$		3	
	15	6	21

a)  $m(G) = m(EG) + m(IG) = 12 + 3 = 15$

$P(E|G) = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \boxed{0.8}$

b)  $m(\overline{G} \cap I) = m(I) - m(G \cap I) = 6 - 3 = 3$

$m(\overline{G}|I) = \frac{3}{6} = \boxed{0.5}$

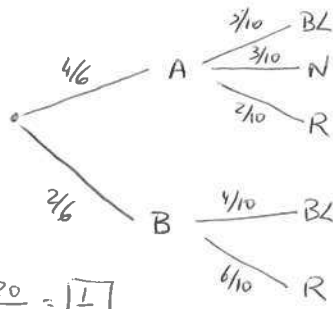
6) A = "resultar cara A en el dado"

B =  $\bar{A}$  = " " " " B " " " "

BL = "sacar bola BLANCA"

N = " " " " NEGRA"

R = " " " " ROJA"



a)  $P(A \cap BL) = P(A) \cdot P(BL/A) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{20}{60} = \boxed{\frac{1}{3}}$

b)  $P(BL/A) = \frac{3}{10} = \boxed{0.3}$

c)  $P(BL) = P(A) \cdot P(BL/A) + P(B) \cdot P(BL/B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{10} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10} = \frac{28}{60} = \boxed{\frac{7}{15}}$

7) E1 = "ser de 1º de ESO"

E2 = " " " " 2º de ESO"

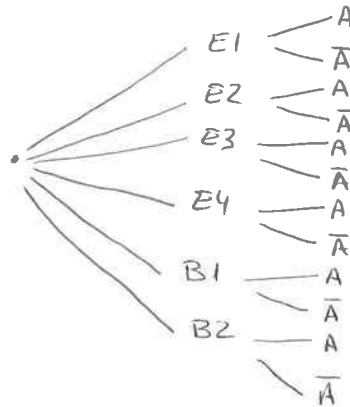
E3 = " " " " 3º de ESO"

E4 = " " " " 4º de ESO"

B1 = " " " " 1º de Bachillerato"

B2 = " " " " 2º " " "

A = "Aprobar"



$P(B2) = 100\% - 20\% - 20\% - 18\% - 16\% - 15\% = 11\%$

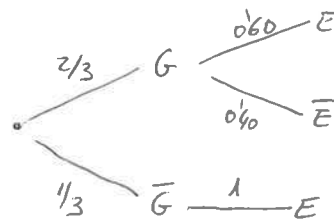
a)  $P(A) = P(E1) \cdot P(A/E1) + \dots + P(B2) \cdot P(A/B2) = 0.2 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.6 + 0.18 \cdot 0.50 + 0.16 \cdot 0.40 + 0.15 \cdot 0.50 + 0.11 \cdot 0.40 = \boxed{0.533}$

b)  $P(B1/A) = \frac{P(B1 \cap A)}{P(A)} = \frac{0.15 \cdot 0.50}{0.533} = \boxed{0.1407}$

8) G = "ir en autobús GRANDE"

$\bar{G}$  = " " " " pequeño"

E = "saber ESQUIAR"

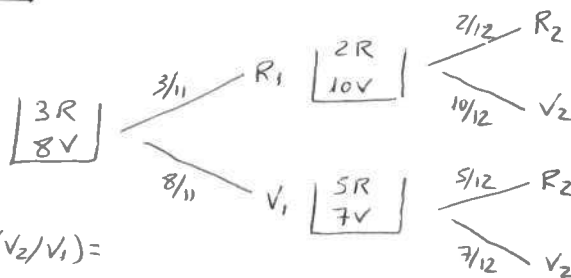


a)  $P(E) = P(G) \cdot P(E/G) + P(\bar{G}) \cdot P(E/\bar{G}) = \frac{2}{3} \cdot 0.60 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \boxed{\frac{11}{15}}$

b)  $P(\bar{G}/E) = \frac{P(\bar{G} \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{\frac{11}{15}} = \boxed{\frac{5}{11}}$

9) R = "sacar bola ROJA"

V = "sacar bola VERDE"

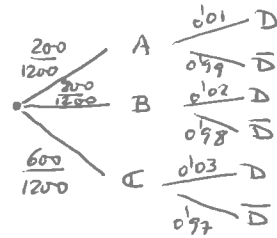


a)  $P(V2) = P(R1) \cdot P(V2/R1) + P(V1) \cdot P(V2/V1) = \frac{3}{11} \cdot \frac{10}{12} + \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{12} = \boxed{\frac{43}{66}}$

b)  $P(\text{mismo color}) = P[(R1 \cap R2) \cup (V1 \cap V2)] = P(R1) \cdot P(R2/R1) + P(V1) \cdot P(V2/V1) = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{12} + \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{12} = \boxed{\frac{31}{66}}$

10

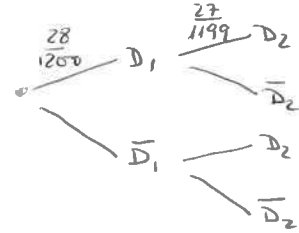
A = "tornillo fabricado por la máquina A"  
 B = " " " " " " " " B"  
 C = " " " " " " " " C"  
 D = " " " defectuoso"



a)  $P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C) =$   
 $= \frac{200}{1200} \cdot 0.01 + \frac{400}{1200} \cdot 0.02 + \frac{600}{1200} \cdot 0.03 = \frac{28}{1200} = \boxed{0.023}$

b)  $P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \cdot P(D_2/D_1) = \frac{28}{1200} \cdot \frac{27}{1199} = \boxed{0.00053}$

c)  $P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{400}{1200} \cdot 0.02}{\frac{28}{1200}} = \boxed{\frac{2}{7}}$



11

N = "coche de color NEGRO"  
 D = "coche de motor DIESEL"

	N	N-bar	
D			6
D-bar	8		44
	10		50

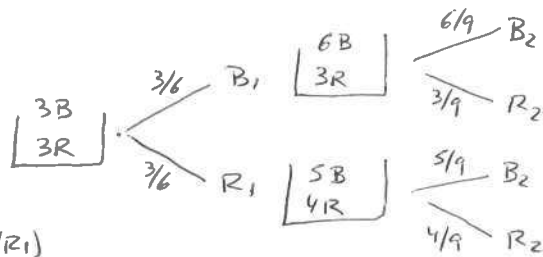
a)  $m(D) = 50 - m(D) = 50 - 6 = 44$   
 $m(N \cap D) = m(D) - m(N \cap D) = 44 - 8 = 36$   
 $P(N \cap D) = \frac{36}{50} = \boxed{0.72}$

b)  $P(D/N) = \frac{8}{10} = \boxed{0.8}$

c)  $P(D) = \frac{44}{50} = 0.88$   
 $P(D/N) = 0.8$   
 Al ser distintas, D, N son dependientes.

12

B = "Gola color BLANCO"  
 R = " " " " ROSA"



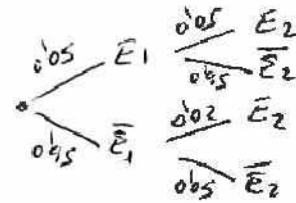
$P(R_1/R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{P(R_1) \cdot P(R_2/R_1)}{P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) + P(R_2) \cdot P(R_2/R_1)} =$   
 $= \frac{\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9}}{\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9}} = \boxed{\frac{3}{7}}$

- 13)  $\oplus$  = "declaración positiva"  
 $\ominus$  = " " " negativa"  
 $\bar{E}$  = " " " con errores aritméticos"

$$P(+)=40\% \quad P(E/+)=10\% \quad P(E)=5\%$$

$$\Rightarrow P(E/+) = \frac{P(E \cap +)}{P(+)} \quad ; \quad 0'10 = \frac{P(E \cap +)}{0'40} \Rightarrow P(E \cap +) = 0'04 = 4\%$$

	E	$\bar{E}$	
+	4	36	40
-			
	5		100



a)  $P(\text{dos declaraciones con errores}) = P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2) = 0'05 \cdot 0'05 = \boxed{0'0025}$

b)  $P(+/E) = \frac{4}{5} = 0'8 = \boxed{80\%}$

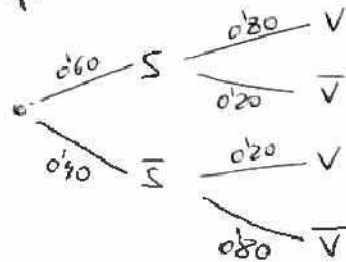
c)  $P(\bar{E} \cap +) = P(+)-P(E \cap +) = 40\% - 4\% = \boxed{36\%}$

- 14)  $S$  = "SATISFECHO con la situación económica"  
 $V$  = "tener VIVIENDA propia"

$$P(S) = 60\%$$

$$P(V|S) = 80\%$$

$$P(V|\bar{S}) = 20\%$$



a)  $P(V) = P(S) \cdot P(V|S) + P(\bar{S}) \cdot P(V|\bar{S}) = 0'60 \cdot 0'80 + 0'40 \cdot 0'20 = \boxed{0'56}$

b)  $P(S|V) = \frac{P(S \cap V)}{P(V)} = \frac{0'60 \cdot 0'80}{0'56} = \boxed{\frac{6}{7}}$

c)  $P(S|\bar{V}) = \frac{P(S \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{0'60 \cdot 0'20}{1-0'56} = \boxed{\frac{3}{11}}$

- 15)  $B(6; 0'60)$

$X$  = "nº de mujeres"

$$P[X=4] = \binom{6}{4} 0'6^4 \cdot 0'4^2 = \boxed{0'31104}$$

$$P[X=2] + P[X=1] + P[X=0] = \binom{6}{2} 0'6^2 \cdot 0'4^4 + \binom{6}{1} 0'6 \cdot 0'4^5 + 0'4^6 = \boxed{0'1792}$$