Operaciones con fracciones

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DEL MISMO DENOMINADOR

- Para sumar fracciones del mismo denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4+3+8}{6} = \frac{15}{6}$

- Para restar fracciones del mismo denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{9-3}{7} = \frac{6}{7}$

1 **Calcula las siguientes sumas de fracciones.**

$\frac{12}{7} + \frac{4}{7} + \frac{20}{7} =$

$\frac{15}{11} + \frac{10}{11} + \frac{21}{11} =$

$\frac{21}{13} + \frac{14}{13} + \frac{10}{13} =$

$\frac{31}{17} + \frac{41}{17} + \frac{38}{17} =$

2 **Calcula las siguientes restas de fracciones.**

$\frac{23}{7} - \frac{14}{7} =$

$\frac{43}{11} - \frac{29}{11} =$

$\frac{89}{13} - \frac{78}{13} =$

$\frac{103}{19} - \frac{94}{19} =$

3 **Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.**

- $\frac{9}{2} + \frac{13}{2} - \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2}\right) =$
- $\frac{8}{3} - \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) + \frac{12}{3} =$
- $\frac{9}{7} - \frac{5}{7} + \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{7}\right) + \frac{3}{7} =$
- $\frac{14}{11} - \left(\frac{3}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11}\right) + \frac{8}{11} =$
- $\frac{21}{13} - \left(\frac{4}{13} - \frac{1}{13}\right) + \frac{11}{13} + \frac{2}{13} =$

4 **En el cumpleaños de Ana se dividió una tarta en 12 partes iguales. Ana se comió $\frac{1}{12}$ de tarta, Luisa se comió $\frac{2}{12}$ de tarta, Pedro se comió $\frac{3}{12}$ de tarta y Carlos se comió $\frac{4}{12}$ de tarta.**

a) ¿Qué fracción de tarta se comieron entre los cuatro amigos?

b) ¿Qué fracción de tarta quedó?

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DE LOS PRODUCTOS CRUZADOS

Para reducir fracciones a común denominador por el método de los productos cruzados, se multiplican el numerador y el denominador de cada fracción por el producto de los denominadores de las demás.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones:

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{60}{40}\ ; \quad \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{50}{40}\ ; \quad \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8}{40}$$

Las fracciones buscadas son:

$$\frac{60}{40} \quad \frac{50}{40} \quad \frac{8}{40}$$

1 **Reduce a común denominador por el método de los productos cruzados las siguientes fracciones.**

$\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{10}$

$\frac{3}{8}$ y $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$

$\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{5}$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Para reducir fracciones a común denominador por el método del mínimo común múltiplo se procede así:

1.° Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores, y ese valor es el denominador común de todas las fracciones.

2.° Se divide el mínimo común múltiplo por el denominador de cada fracción y el cociente obtenido se multiplica por el numerador.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{8}$$

m.c.m. (4, 5, 8) = 40

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 10}{40} = \frac{10}{40}\ ; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{40} = \frac{24}{40}\ ; \quad \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 5}{40} = \frac{5}{40}$$

Las fracciones buscadas son:

$$\frac{10}{40} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{5}{40}$$

1 **Reduce a común denominador por el método del mínimo común múltiplo las siguientes fracciones.**

$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{5}$

$\frac{4}{3}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{8}{9}$

$\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$ y $\frac{1}{9}$

$\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{1}{10}$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DE DISTINTO DENOMINADOR

- Para sumar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 6}{30} + \frac{1 \cdot 10}{30} + \frac{1 \cdot 15}{30} = \frac{49}{30}$

m.c.m. (5, 3, 2) = 30

- Para restar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se restan los numeradores y se deja el mismo denominador:

Ejemplo: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{12} - \frac{1 \cdot 3}{12} = \frac{5}{12}$

m.c.m. (3, 4) = 12

1 **Calcula las siguientes sumas de fracciones.**

$\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} =$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{5} =$

$\frac{4}{7} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} =$

$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} =$

2 **Calcula las siguientes restas de fracciones.**

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{8} =$$

3 **Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) =$$

4 **Juan y María mezclan café de Colombia, café de Brasil, café de Guinea y café de Venezuela en paquetes de 1 kg. Observa la fracción de kg que utilizan de cada tipo de café y calcula:**

La fracción de kg que representa el café de Colombia utilizado en la mezcla A y en la mezcla B.

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Ejemplo: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{4 \times 2 \times 1}{5 \times 3 \times 4} = \frac{8}{60}$

1 **Calcula los siguientes productos de fracciones.**

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} =$

$\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{9} =$

$\frac{3}{7} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} =$

$\frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{9}{5} =$

$\frac{1}{9} \times \frac{3}{11} \times \frac{4}{7} =$

$\frac{3}{2} \times \frac{9}{10} \times \frac{4}{6} =$

2 **Calcula.**

$\frac{1}{2}$ de $\frac{10}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{10}{6}$

$\frac{2}{3}$ de $60 = \frac{2}{3} \times \frac{60}{1} = \frac{120}{3} = 40$

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{9} =$

$\frac{3}{5}$ de $90 =$

$\frac{5}{7}$ de $\frac{9}{6} =$

$\frac{4}{7}$ de $490 =$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para dividir una fracción $\frac{a}{b}$ por otra fracción $\frac{c}{d}$, se multiplica la fracción $\frac{a}{b}$ por la fracción inversa de $\frac{c}{d}$ $\left(\frac{c}{d} \xrightarrow{\text{Inversa}} \frac{d}{c}\right)$, o lo que es lo mismo, se multiplican en cruz los términos de las fracciones $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{4 \times 8}{5 \times 3} = \frac{32}{15}$$

1 **Calcula las siguientes divisiones de fracciones.**

$\frac{3}{7} : \frac{2}{8} =$

$\frac{4}{5} : \frac{3}{7} =$

$\frac{9}{12} : \frac{7}{5} =$

$\frac{4}{11} : \frac{3}{16} =$

$\frac{7}{9} : \frac{2}{12} =$

$\frac{4}{17} : \frac{3}{16} =$

2 **Observa el ejemplo resuelto y calcula de este modo los restantes.**

$\frac{4}{5}$ de $x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5}{2 \times 4} = \frac{5}{8}$ **Ejemplo**

$\frac{2}{3}$ de $x = \frac{3}{8} \rightarrow x =$

$\frac{3}{11}$ de $x = \frac{7}{12} \rightarrow x =$

$\frac{5}{10}$ de $x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{1} : \frac{5}{10} =$

$\frac{6}{12}$ de $x = 48 \rightarrow x =$

PROBLEMAS DE FRACCIONES

1 **Un ciclista ha estado corriendo durante tres horas. En la primera hora, ha recorrido los $\frac{5}{18}$ de un trayecto; en la segunda hora, ha recorrido los $\frac{7}{25}$ del trayecto, y en la tercera hora, ha recorrido los $\frac{11}{45}$ del trayecto. Calcula:**

a) La fracción del total del trayecto que ha recorrido en las tres horas.

b) La fracción del trayecto que le queda por recorrer.

c) Los kilómetros recorridos en las tres horas, si el trayecto es de 450 km.

2 **Un depósito estaba lleno de agua. Primero, se sacaron $\frac{5}{8}$ de su contenido y después se sacó $\frac{1}{6}$ del agua que quedó en el depósito. Calcula:**

a) La fracción de contenido que quedó después de sacar los $\frac{5}{8}$ del contenido.

b) La fracción de contenido que quedó después de sacar $\frac{1}{6}$ del agua que quedaba.

c) Los litros de agua que quedaron en el depósito, si el depósito contenía 120 litros de agua.

3 **En la estantería A hay 60 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro cada una y en la estantería B hay 120 botellas de $\frac{1}{4}$ de litro cada una. Calcula:**

a) Los litros que contienen las botellas de cada estantería.

b) El número de botellas de $\frac{1}{5}$ de litro que se llenan con 75 litros.

4 **Un bidón contiene 600 litros de leche. La mitad se envasa en botellas de $\frac{1}{3}$ de litro; 200 litros se envasan en botellas de $\frac{1}{4}$ de litro, y el resto de la leche se envasa en botellas de $\frac{1}{2}$ de litro. Calcula:**

a) El número de botellas de $\frac{1}{3}$ de litro que se llenan.

b) El número de botellas de $\frac{1}{4}$ de litro que se llenan.

c) El número de botellas de $\frac{1}{2}$ de litro que se llenan.

5 **Un peatón ha andado 4 km en $\frac{2}{3}$ de hora.**

¿Cuántos kilómetros andará en 1 hora?

6 **Un pueblo tiene 3.000 habitantes. Los $\frac{19}{50}$ de los habitantes tienen menos de 20 años y los $\frac{7}{60}$ de los habitantes tienen entre 20 y 30 años. Calcula:**

a) El número de habitantes con menos de 20 años que tiene el pueblo.

b) El número de habitantes entre 20 y 30 años que tiene el pueblo.

c) La fracción del total de habitantes que tiene menos de 30 años.

7 **Una finca tiene una superficie de 2.016 m^2. Los $\frac{16}{63}$ de la finca están sembrados de trigo, los $\frac{35}{48}$ de la finca están sembrados de cebada y el resto está sin sembrar. Calcula:**

a) La fracción de superficie que está sembrada.

b) La fracción de superficie que está sin sembrar.

c) Los metros cuadrados que hay sembrados y los metros cuadrados que hay sin sembrar.

8 **En un concurso de dibujo se presentaron 90 participantes; $\frac{1}{18}$ de los participantes obtuvieron como premio una bicicleta; $\frac{1}{9}$ de los participantes obtuvieron como premio un juego, y el resto de los participantes obtuvieron un cuento. Calcula:**

a) La fracción de participantes que obtuvieron un cuento.

b) El número de participantes que obtuvieron cada premio.

7 **Un comerciante tiene 120 kilos de café. Ha envasado 40 bolsas de $\frac{1}{2}$ de kilo cada una, 28 bolsas de $\frac{3}{4}$ de kilo cada una y 20 bolsas de $\frac{3}{2}$ de kilo cada una. Calcula:**

a) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{1}{2}$ de kilo.

b) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{3}{4}$ de kilo.

c) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{3}{2}$ de kilo.

d) El número de kilos de café que le quedan todavía por envasar.