

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Abril 2015

Problema 1 (2 puntos) Se consideran los sucesos incompatibles A y B de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$. Calcúlese:

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

b) $P(B \cap \overline{A})$

Nota: \overline{S} denota al suceso complementario del suceso S .
(Modelo 2015 - Opción A)

Solución:

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,3$.

Por ser A y B incompatibles $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,7$.

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) = 0,3$

Problema 2 (2 puntos) Se ha tomado una muestra aleatoria simple de diez pacientes y se ha anotado el número de días que han recibido tratamiento para los trastornos del sueño que sufren. Los resultados han sido:

290 275 290 325 285 365 375 310 290 300

Se sabe que la duración, en días, del tratamiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica 34,5 días.

a) Determínese un intervalo de confianza con un nivel del 95 % para μ .

b) b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea menor de 10 días, con un nivel de confianza del 95 %?

(Modelo 2015 - Opción B)

Solución:

$$N(\mu; 34,5)$$

a) $n = 10$, $\bar{x} = 310,5$, $\sigma = 34,5$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{34,5}{\sqrt{10}} = 21,383$$

$$IC = (\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (289,2, 331,88)$$

b) Tenemos $z_{\alpha/2} = 1,96$:

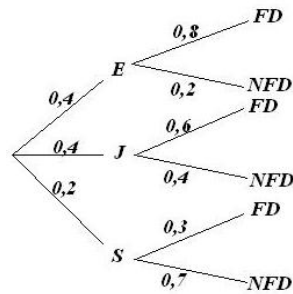
$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{34,5}{\sqrt{n}} = 10 \implies n \geq 45,725 \implies n = 46$$

Problema 3 (2 puntos) Al 80% de los trabajadores en educación (E) que se jubilan sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (FD), también al 60% de los trabajadores de justicia (J) y al 30% de los de sanidad (S). En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores en educación que en sanidad, y el doble en educación que en justicia.

- Calcúlese la probabilidad de que a un trabajador de estos sectores, que se jubiló, le hicieran una fiesta.
- Sabemos que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, no le hicieron fiesta. Calcúlese la probabilidad de que fuera de sanidad.

(Septiembre 2014 - Opción B)

Solución:



a)

$$\begin{aligned} P(FD) &= P(FD|E)P(E) + P(FD|J)P(J) + P(FD|S)P(S) = \\ &= 0,8 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,56 \end{aligned}$$

b)

$$P(S|NFD) = \frac{P(NFD|S)P(S)}{P(NFD)} = \frac{0,7 \cdot 0,2}{1 - 0,56} = 0,64$$

Problema 4 (2 puntos) El consumo mensual de leche (en litros) de los alumnos de un determinado colegio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3$ litros.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene el intervalo de confianza $(16, 33; 19, 27)$ para estimar μ , con un nivel de confianza del 95 %. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
- b) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 64. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ mediante la media muestral con un nivel de confianza del 95 %.

(Junio 2014 - Opción B)

Solución:

- a) $(16, 33; 19, 27) \implies \bar{x} = 17, 80, E = 1, 47$ como $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 1, 47 = 1, 96 \frac{3}{\sqrt{n}} \implies n = 16$$

- b) Tenemos $z_{\alpha/2} = 1,96$ y $n = 64$:

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{3}{\sqrt{64}} = 0, 735$$

Problema 5 (2 puntos) En la representación de navidad de los alumnos de 3º de primaria de un colegio hay tres tipos de papeles: 7 son de animales, 3 de personas y 12 de árboles. Los papeles se asignan al azar, los alumnos escogen por orden alfabético sobres cerrados en los que está escrito el papel que les ha correspondido.

- a) Calcúlese la probabilidad de que a los dos primeros alumnos les toque el mismo tipo de papel.
- b) Calcúlese la probabilidad de que el primer papel de persona le toque al tercer alumno de la lista.

(Septiembre 2014 - Opción A)

Solución:

Sean los sucesos A con dibujos de animales, B con dibujos de personas y C con dibujos de árboles.

$$P(A) = \frac{7}{22}, \quad P(B) = \frac{3}{22}, \quad P(C) = \frac{12}{22}$$

- a)

$$\begin{aligned} P(\text{mismo papel}) &= P(AA) + P(BB) + P(CC) = \frac{7}{22} \cdot \frac{6}{21} + \frac{3}{22} \cdot \frac{2}{21} + \frac{12}{22} \cdot \frac{11}{21} = \\ &= \frac{30}{77} = 0, 3896103896 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & P(\text{el primero de persona al tercero}) = \\ & = P(AAB) + P(ACB) + P(CAB) + P(CCB) = \\ & = \frac{7}{22} \cdot \frac{6}{21} \cdot \frac{3}{20} + \frac{7}{22} \cdot \frac{12}{21} \cdot \frac{3}{20} + \frac{12}{22} \cdot \frac{7}{21} \cdot \frac{3}{20} + \frac{12}{22} \cdot \frac{11}{21} \cdot \frac{3}{20} = \frac{171}{1540} = 0,1110389610 \end{aligned}$$