

# Límites

## Límites

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k = k$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k^n = \begin{cases} \text{No existe} & \text{si } k < 0 \\ 0 & \text{si } k \in [0, 1) \\ 1 & \text{si } k = 1 \\ \infty & \text{si } k > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \begin{cases} 0 & \text{si } k < 0 \\ 1 & \text{si } k = 0 \\ \infty & \text{si } k > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_k n^k = a_k \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} n^k$$

$$k \cdot \infty = \begin{cases} +\infty & \text{si } k > 0 \\ -\infty & \text{si } k < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_1 n^p + \dots}{c_2 n^q + \dots} = \begin{cases} \infty & \text{si } p > q \\ \frac{c_1}{c_2} & \text{si } p = q \\ 0 & \text{si } p < q \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}) = |\infty - \infty| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( (\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}) \frac{\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n}}{\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n}} \right)$$

Nota:  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ , (desaparecen las raíces).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[q]{c_1 n^p + \dots} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[q]{c_1 n^p} = \sqrt[q]{c_1} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} n^{p/q}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{a_n} \right)^{a_n} = e$$

Nota: puedo sumar y restar, o multiplicar y dividir por cualquier expresión.

### Límites (*Propiedades*)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = l_a; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l_b; \quad l_a, l_b \in \mathbb{R}; \quad l_a \neq \infty; \quad l_b \neq \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k \cdot a_n = k \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k \cdot l_a$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l_a + l_b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l_a - l_b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l_a \cdot l_b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \div b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \div \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l_a \div l_b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[q]{a_n} = \sqrt[q]{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = \sqrt[q]{l_a}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{b_n} = \left( \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right)^{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = (l_a)^{l_b}$$