COMBINATORIA

PERMUTACIONES

Permutaciones SIN repetición:	Permutaciones CON repetición:
Las **permutaciones sin repetición de *n* elementos** se definen como las distintas formas de ordenar todos esos <u>elementos distintos</u>, por lo que la única diferencia entre ellas es el orden de colocación de sus elementos. El número de estas permutaciones será: $P_n = n!$	Llamamos a las **permutaciones con repetición de *n* elementos tomados de *a* en *a*, de *b* en *b*, de *c* en *c*, etc,** cuando en los *n* elementos existen elementos repetidos (un elemento aparece *a* veces, otro *b* veces, otro *c* veces, etc) verificándose que ***a+b+c+...=n***. El número de estas permutaciones será: $PR_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}$

Teniendo en cuenta que

$$n!=n.(n-1).(n-2)\ldots\ldots3.2.1$$

Ejemplos

a) ¿Cuántos números de 5 cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5?

$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

b) ¿ Cuantos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos 0,1,2,3?

$P_4 – P_3 = 4! -3! = 24-6 = 18$

Hemos restado P_3 para descontar los números que empiezan por cero, ya que estos no son de cuatro cifras.

c) ¿Cuántos números de 6 cifras se pueden formar si en ellos siempre hay 1 uno, 2 doses y 3 treses ¿

$P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1!2!3!} = \frac{6.5.4.3.2}{2.3.2} = 60$

Variaciones

Definición:	Definición:
Las **variaciones sin repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** elementos distintos, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto si difieren en algún elemento como si están situados en distinto orden. El número de variaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula $$V_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$	Las **variaciones con repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** elementos que pueden repetirse, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto si difieren en algún elemento como si están situados en distinto orden. El número de variaciones que se pueden constuir se puede calcular mediante la fórmula: $$VR_n^p = n^p$$

Ejemplos

a) ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1,2,3,….,9?

$$V_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = 9.8.7 = 504$$

b) Con las letras del alfabeto español(25 letras) ¿Cuántas palabras (con o sin sentido) de 6 letras distintas pueden formarse?- ¿Cuántas empiezan por vocal?

V_{25}^6 , $5V_{24}^5$

Combinaciones

Definición:	Definición:
Las **combinaciones sin repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** elementos distintos, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo si difieren en algún elemento, (No influye el orden de colocación de sus elementos). El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula: $C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$	Las **combinaciones con repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** elementos que pueden repetirse, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo si difieren en algún elemento, (No influye el orden de colocación de sus elementos). El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula: $CR_n^p = \binom{n+p-1}{p}$

Ejemplos

a) Como respuesta a un anuncio de trabajo se presentan 12 personas para cubrir tres plazas de administrativo ¿ Cuantas grupos diferentes de personas se pueden seleccionar?
Debemos elegir grupos de 3 de entre los 12 , no influye el orden

$C_{12}^{3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = \frac{12.11.10}{3.2} = \mathbf{220}$

b) ¿Cuántos triángulos distintos se pueden formar con 8 puntos en el plano si tres de ellos nunca están alineados?
Para que dos triángulos sean distintos se tienen que diferenciar al menos en un vértice y el orden en que tomamos los vértices no influye

$C_{8}^{3} = \frac{8!}{(8-3)!.3!} = \frac{8.7.6}{3.2} = \mathbf{56}$

c) ¿Cuántos conjuntos de tres letras existen elegidas entre a, b, c, d, e, f, g si en cada conjunto puede haber más de una letra igual?
Tenemos en cuenta que el conjunto $\{a, b, c\}$ coincide con el conjunto $\{b, c, a\}$ y que los elementos se pueden repetir, es decir $\{a, a, b\}$ es un conjunto de tres letras, luego

$CR_{m}^{n} = C_{m+n-1}^{n} = \frac{9!}{6!3!} = \frac{9.8.7}{3.2} = \mathbf{84}$

¿Cómo las diferenciamos?