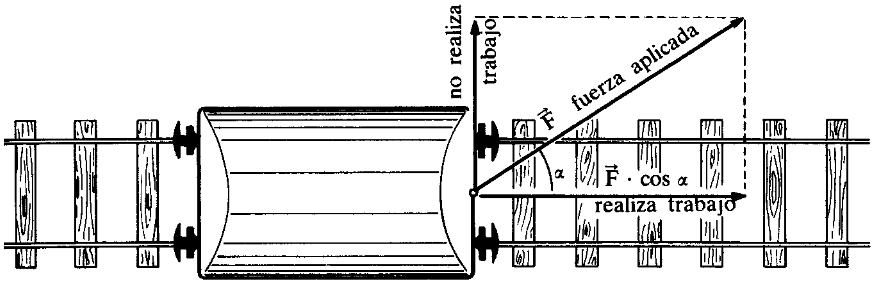
Tema V: Trabajo, Potencia y Energía

La energía es una propiedad que está relacionada con los cambios o procesos de transformación en la naturaleza. Sin energía ningún proceso físico, químico o biológico sería posible. La forma de energía asociada a las transformaciones de tipo mecánico se denomina energía mecánica y su transferencia de un cuerpo a otro recibe el nombre de trabajo. Ambos conceptos permiten estudiar el movimiento de los cuerpos de forma más sencilla que usando términos de fuerza y constituyen, por ello, elementos clave en la descripción de los sistemas físicos.

5.1.- Trabajo:

Si al aplicar una fuerza a un cuerpo se origina un desplazamiento del mismo, diremos que se ha realizado un ***trabajo*.**

Todo cuerpo material tiende a moverse en la dirección de la fuerza aplicada. Si se obliga al cuerpo a seguir una trayectoria que forma cierto ángulo con la dirección de la fuerza, parte del efecto de ésta se pierde en vencer la resistencia del cuerpo a seguir esta dirección; por lo que para calcular el trabajo realizado hemos de considerar la fuerza que efectivamente desplaza al cuerpo.



En la figura observamos que la fuerza que realiza trabajo es la que actúa en la dirección del desplazamiento. La fuerza que actúa perpendicularmente no realiza trabajo, por no ser ella la causante del movimiento del vagón del tren.

Según esto, el trabajo realizado por una fuerza será tanto mayor cuanto mayor sea el valor de la fuerza efectiva que lo realiza y mayor sea el desplazamiento experimentado por su punto de aplicación.

Matemáticamente: $W = F \cdot S \cdot Cos\alpha$

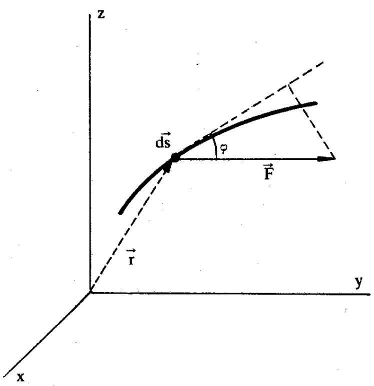
Expresión que coincide con el producto escalar de los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F \cdot S \cdot Cos\alpha$$

Si $\cos\alpha = 0$, es decir, la fuerza y el desplazamiento son de direcciones perpendiculares, entonces el trabajo es nulo. Si $\cos\alpha = 1$, hecho que se produce cuando coinciden la dirección y el sentido de la fuerza con los del desplazamiento, el trabajo es máximo. Si $\cos\alpha > 0$ el trabajo se denomina ***motor*** o útil, en caso contrario se denomina trabajo ***resistente***.

5.1.1.- Trabajo realizado por una fuerza variable

Si la fuerza no es constante y el desplazamiento no es rectilíneo, pasamos a notación diferencial (pequeños desplazamientos supuestos rectilíneos donde la fuerza se toma como cte). El trabajo elemental realizado vendrá dado por:



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{S} = F \cdot ds \cdot Cos\alpha$$

Y el trabajo total será:

$$\boxed{W = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}}$$

Si expresamos $\vec{F}$ y $d\vec{S}$ en función de sus componentes rectangulares:

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$
$$d\vec{S} = dx\hat{i} + dx\hat{j} + dz\hat{k}$$

El valor del trabajo elemental será:

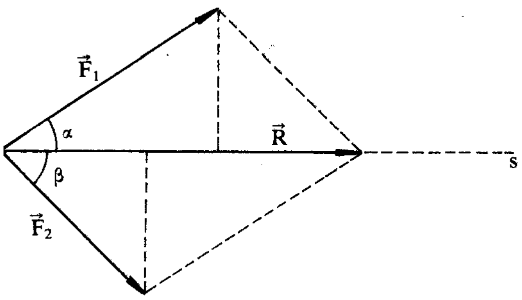
$$dW = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Y el trabajo total:

$$\boxed{W = \int_1^2 \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right)}$$

5.1.2.- Trabajo realizado por un sistema de fuerzas:

Si sobre un cuerpo hay actuando un sistema de fuerzas concurrentes que le obligan a efectuar un recorrido en la dirección de su resultante.



El trabajo realizado por cada una de las componentes vendrá dado por: $\begin{cases} W_1 = F_1 \cdot s \cdot \cos\alpha \\ W_2 = F_2 \cdot s \cdot \cos\beta \end{cases}$

El valor de la resultante R del sistema sería:

$$R = F_1 \cdot Cos\alpha + F_2 \cdot Cos\beta$$

Y el trabajo realizado por ella:

$$W = \left(F_1 \cdot Cos\alpha + F_2 \cdot Cos\beta\right) \cdot S$$

Que es la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas componentes.

El trabajo realizado por la resultante de un sistema de fuerzas es la suma algebraica de los trabajos que realiza cada una de las fuerzas componentes del sistema.

Ejemplo1.- ***La resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, que se supone aplicada en el centro de masas, viene dada por la expresión:***

$\vec{F} = 6x^2\hat{i} + 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$ *estando la fuerza medida en Newtons.*

¿Qué trabajo realiza esa fuerza resultante al trasladar el centro de masas desde el origen de coordenadas (0,0,0) al punto (1,1,1)?.

Ese trabajo vendrá dado por la expresión:

$$W = \int_{(0,0,0)}^{(1,1,1)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_0^1 6x^2 dx + \int_0^1 2y dy + \int_0^1 4z dz = 2 + 1 + 2 = 5J$$

La unidad de trabajo en el sistema internacional es el Julio (J). Que es N·m

5.2.- Potencia

Se denomina potencia a una nueva magnitud que corresponde al trabajo realizado por un ser (máquina, animal, persona) en la unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$P = \frac{W}{t}$$

Si el trabajo realizado no es cte. En relación al tiempo empleado, definiremos la potencia instantánea como:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Y recordando que $dW = \vec{F} \cdot d\vec{S}$, se tiene:

$$\boxed{P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V}}$$

Expresión que nos permite conocer la potencia, en un instante dado, si en dicho instante se conocen la fuerza aplicada al cuerpo y la velocidad del mismo.

En el S.I. la unidad de potencia es el Vatio (W) = J/s, aunque también se utilizan otro tipo de unidades. Caballo de vapor (C.V.) 1 CV=735,75W.

Otras unidades relacionadas con el trabajo y la potencia son:

- El Kilovatio-hora: 1kwh=$36 \cdot 10^5$ J.
- El Caballo de vapor-hora: 1CVh=$26,5 \cdot 10^5$ J

Ejemplo 2.- ***Un automóvil de masa 1 tonelada lleva una velocidad cte. De 108 km/h a lo largo de una carretera que presenta una pendiente del 2%. ¿Qué potencia desarrolla el motor?.***

El motor del coche al levar éste una velocidad cte de 108km/h =30m/s, deberá una fuerza hacia arriba, paralela a la carretera, e igual a la componente del peso del coche en esa misma dirección.

$$F = m \cdot g \cdot sen\alpha = 1000kg \cdot 10m/s \cdot 0,02 = 200N$$

Y como $\vec{F}$ y $\vec{V}$ son paralelas:

$$P = F \cdot V = 200N \cdot 30m/s = 6000W$$

5.3.- Energía

Todos los cuerpos poseen una cierta capacidad de efectuar un trabajo, a la que en física se le da el nombre de ***energía***. De hecho, no sabemos que es la energía, únicamente podemos deducir su existencia a partir de los efectos que produce, que en este caso es la realización de un trabajo.

Esta energía, o capacidad que tienen el cuerpo para realizar un trabajo, puede poseerla el cuerpo en virtud de su velocidad, de su estado o de sus propiedades; y así hablamos de diversas formas de energía, tales como mecánica, térmica, eléctrica, química , nuclear,….

Como la energía se identifica con el trabajo, se mide en las mismas unidades que éste, es decir, ***julios***.

5.2.1.- Energía cinética. Teorema de las fuerzas vivas.

Se denomina ***energía cinética*** a la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Supongamos un cuerpo de masa m, inicialmente en reposo, al que se le aplica una fuerza $\vec{F}$ para que al cabo de un tiempo t adquiera una velocidad $\vec{V}$. El trabajo elemental realizado por esa fuerza en un tiempo infinitesimal, en el que el móvil recorrió un espacio dS, vendrá dado por:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{S} = m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{s}$$

Y como $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ y $d\vec{s} = \vec{v} \cdot dt$, se tiene:

$$dW = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \cdot dt = m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

El trabajo total realizado en el intervalo $t=t_2-t_1$ será:

$$W = \int_1^2 m\cdot\vec{v}\cdot d\vec{v} = \left[\frac{1}{2}m\cdot v^2\right]_1^2 = \frac{1}{2}m\cdot v_2^2 - \frac{1}{2}m\cdot v_1^2$$

Si, como hemos dicho antes, el cuerpo partió del reposo, entonces $v_1=0$, y por lo tanto:

$$W = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

La expresión

$$W = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_1^2$$

Representa el llamado ***teorema de las fuerzas vivas***, cuyo enunciado es como sigue:

El trabajo realizado por una fuerza al actuar sobre un cuerpo durante un cierto intervalo de tiempo es igual a la variación de energía cinética que experimenta el cuerpo en ese tiempo.

Ejemplo 3: ***Un proyectil de 400 g de masa atraviesa una pared de 0,5 m de grosor. Su velocidad en el momento de penetrar en la pared era de 400 m/s, y al salir de 100 m/s. Calcular: a) El trabajo realizado por el proyectil, b) La resistencia de la pared.***

a) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_1^2 = \frac{1}{2}0{,}4kg\cdot 100^2 (m/s)^2 - \frac{1}{2}0{,}4kg\cdot 400^2 (m/s)^2 = -3\cdot 10^4 J$$

b) Como $W = F\cdot s$, de aquí $F = \frac{W}{s} = \frac{-3\cdot 10^4}{0{,}5m} = -6\cdot 10^4 N$

5.2.2.- Energía cinética de un sistema.

Se define como energía cinética de un sistema de puntos materiales a la suma de las energías cinéticas de todos los puntos del sistema:

$$E_c = \sum_i \tfrac{1}{2}\cdot m_i\cdot v_i^2$$

El trabajo realizado por todas las fuerzas exteriores e interiores que actúan sobre un sistema durante un cierto intervalo de tiempo es igual a la variación de energía cinética que experimenta el sistema en ese tiempo (teorema de las fuerzas vivas aplicado a un sistema de partículas)

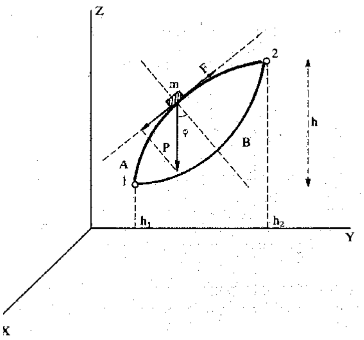
$$\sum_i W_i^E + \sum_i W_i^I = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i\cdot v_i^2 = \sum_i \tfrac{1}{2}\cdot m_i\cdot v_{i2}^2 - \sum_i \tfrac{1}{2}\cdot m_i\cdot v_{i1}^2 = E_{c2} - E_{c1}$$

Y el trabajo total:

$$W^I = \int \vec{F}_1\cdot d\vec{q}$$

Siendo $\vec{q} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, la distancia entre los puntos.

5.2.3.- Energía potencial gravitatoria.



Con esta energía se designa la energía que posee un cuerpo en virtud de su posición dentro de un campo gravitatorio, que, para el caso de los cuerpos situados sobre la superficie terrestre, coincide con el trabajo necesario para elevarlos a la altura en que se encuentran, puesto que el suelo se considera origen de potenciales.

Supongamos un cuerpo de masa m que pretendemos llevarlo desde la posición 1 a la 2 a lo largo de la curva A, sobre la que se mueve sin rozamiento. Si admitimos que la velocidad de desplazamiento es cte, sobre el cuerpo habrá que ejercer una fuerza que en cada punto anule a la componente del peso en la dirección de la tangente a la trayectoria:

$$F = m \cdot g \cdot sen\alpha$$

Dicha fuerza en un desplazamiento infinitesimal ds realizará un trabajo elemental:

$$dW = m \cdot g \cdot sen\alpha \cdot ds$$

El trabajo total realizado por la fuerza aplicada será:

$$W = \int_1^2 m \cdot g \cdot sen\alpha \cdot ds$$

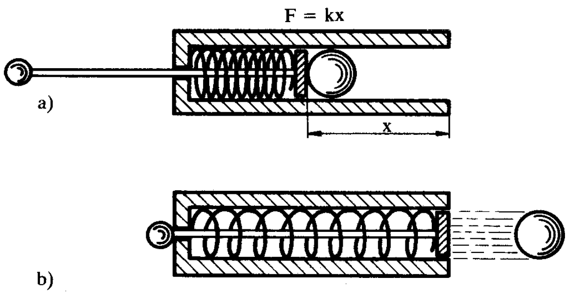
La expresión $sen\alpha \cdot ds$ corresponde a la componente vertical dz del desplazamiento y en consecuencia la expresión anterior se transforma en:

$$\boxed{W = \int_1^2 m \cdot g \cdot dz = m \cdot g \cdot z_2 - m \cdot g \cdot z_1 = m \cdot g (z_2 - z_1) = m \cdot g \cdot h}$$

Vemos, pues, que el trabajo realizado coincide con el que se obtendría al elevar verticalmente el cuerpo desde el punto 1 al punto 2, siendo independiente de la trayectoria seguida para conseguir la elevación.

5.2.4.- Energía potencial elástica:

Es evidente que si estiramos un muelle o lo comprimimos con una fuerza F, realizamos un trabajo que permanece "almacenado" en el resorte en forma de energía, la cual se pone de manifiesto al soltarlo para que recupere su estado primitivo. Esta energía se denomina potencial elástica y se define como la energía que posee un cuerpo en virtud de su estado de tensión.



Para calcular su valor, que vendrá medido por el trabajo realizado en la deformación, hemos de considerar que la fuerza aplicada es una ***fuerza variable***, relacionada con la deformación según la conocida ley de Hooke: $\vec{F} = -K \cdot \vec{x}$

El trabajo elemental realizado por esta fuerza a lo largo de un desplazamiento infinitesimal dx vendrá dado por:

$$dW = F \cdot dx = k \cdot x \cdot dx$$

El trabajo total correspondiente a la deformación experimental será:

$$W = \int k \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

Ejemplo 4.- ***Un muelle sujeto por su extremo superior soporta un cuerpo de masas 0,01 kg, estando ambos en reposo. Se observa que al aplicar una fuerza de 2N en el resorte se alarga 8cm y que al soltarlo inicia un movimiento vibratorio armónico. Deducir la energía de este movimiento y el periodo de vibración.***

Según la ley de Hooke, la constante elástica k del muelle vendrá dada por : $K = \frac{F}{x} = \frac{2N}{0{,}08m} = 25N/m$

La energía se calcula mediante la expresión: $E = \frac{1}{2} K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 25N/m \cdot (8 \cdot 10^{-2})^2 m^2 = 8 \cdot 10^{-2} J$

Y el periodo de oscilación lo calculamos mediante: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-2} kg}{25N/m}} = 0{,}1256 s$

5.3.- Principio de Conservación de la Energía Mecánica:

En cualquier proceso físico hay dos estados, un estado inicial y otro final. En ***ausencia de fuerzas no conservativas***, no habrá disipación de energía y por tanto la energía del estado inicial será la misma que la del estado final, es decir:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_{inicial} - E_{final} = 0 \Rightarrow E_{inicial} = E_{final}$$

Cuando en un proceso físico ***intervienen fuerzas no conservativas***, como por ejemplo el rozamiento, hay disipación de energía y por tanto, la energía inicial del sistema y la final no coinciden. En estos casos, la variación de energía coincide con el trabajo de las fuerzas no conservativas:

$$\Delta E = W_{FNC} \Rightarrow E_{final} - E_{inicial} = W_{FNC} \Rightarrow E_{final} - E_{inicial} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\beta$$

***Ejemplo 5.-* Un cuerpo de masa 10kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado de 30° sobre la horizontal. LA longitud del plano es 10 m y el coeficiente de rozamiento vale 0,2.**

a) ***¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano? ¿Cuánto vale su energía cinética en ese instante?***
b) ***¿Cuánto valía la energía potencial del cuerpo al estar en lo alto del plano?***
c) ***¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?.***

a) La aceleración con que se desliza el cuerpo por el plano es:

$$a = g \cdot sen\alpha - \mu g \cos\alpha$$
$$a = 10m/s^2 \cdot 0{,}5 - 0{,}2 \cdot 10m/s^2 \cdot 0{,}8666 = 3{,}27m/s^2$$

Y la velocidad con la que llega al final del plano es:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 2{,}37m/s^2 \cdot 10m} = 8{,}09m/s$$

La energía cinética valdrá:

$$E_c = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \tfrac{1}{2} 10kg \cdot 8{,}09^2 (m/s)^2 = 327{,}24J$$

b) La energía potencial del cuerpo en lo alto del plano será:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 10kg \cdot 10m/s^2 \cdot 5m = 500J$$

c) El trabajo de rozamiento será la diferencia entre la energía potencial gravitatoria en lo alto del plano y la cinética en el punto más bajo:

$$W_r = 500J - 327{,}24J$$

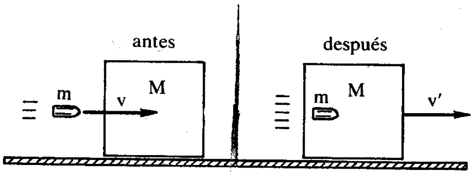
5.4.- Choques

La palabra choque o colisión supone el encuentro de dos o más cuerpos, de los que al menos alguno de ellos está en movimiento. El choque de dos cuerpos puede suponer para ellos dos situaciones límite: que después del choque recobren su forma primitiva ***(choque elástico)*** o que la deformación experimentada por ellos sea permanente y ambos cuerpos sigan unidos, incrustados el uno con el otro ***(choque perfectamente inelástico).***

5.4.1.- choque perfectamente inelástico

Se dice que el choque es perfectamente inelástico cuando, después de efectuado, los cuerpos se deforman, mantienen la deformación y continúan unidos moviéndose la misma velocidad.

Es el caso por ejemplo de un proyectil que incide sobre un bloque de madera colocado sobre un suelo horizontal; el proyectil se incrusta en el bloque y ambos se mueven sobre el suelo con la misma velocidad.



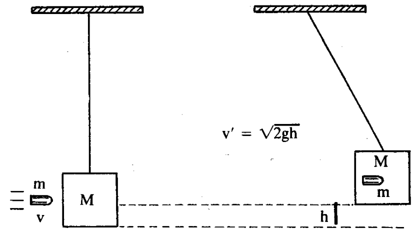
Este tipo de problemas ya los hemos resuelto con anterioridad utilizando la conservación del momento lineal. El momento lineal antes del choque es igual al momento lineal después.

$$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{despues}$$

De aquí obtenemos:

$$m_{bala} \cdot v_{bala} = \left(m_{bala} + M_{bloque}\right) \cdot v_{bloque}$$

Una aplicación interesante de este fenómeno la constituye el llamado péndulo balístico, destinado a conocer velocidades de proyectiles. Consiste en un bloque de madera que puede oscilar cuando es alcanzado por un proyectil.



Conocida la altura h a la que se eleva el sistema bloque-proyectil después del choque, puede deducirse su velocidad v', y a partir de ésta hallar el valor de v:

$$v' = \sqrt{2gh}$$

$$v = \frac{(m+M)\sqrt{2gh}}{m}$$

La energía cinética del proyectil es, generalmente mucho mayor que la energía cinética del conjunto después del choque, pues una gran parte de la energía se "pierde" en realizar el trabajo de deformación. Por eso ***__este tipo de choque no se puede resolver mediante el principio de conservación de la energía mecánica.__***

***Ejemplo 6.-* Un proyectil de masa 10gr. Que se mueve con una velocidad v, se incrusta en un bloque de madera de masa 3,990 kg. Inicialmente en reposo. Como consecuencia del impacto el conjunto bloque-proyectil asciende una altura de 5 cm. Calcular a) la velocidad del conjunto bloque-proyectil en el instante del choque, b) la velocidad del proyectil antes del choque, c) razonar si se conservan después del impacto el momento lineal y la energía cinética del proyectil.**

a) La energía cinética del conjunto bloque-proyectil se transforma en energía potencial gravitatoria, cumpliéndose que:

$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gh$$

De donde: $v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 m/s^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} m} = 1 m/s$

b) Aplicando el principio de conservación del momento lineal, se tiene:

$$m \cdot v = (m+M) \cdot v'$$

$$v = \frac{4kg \cdot 1m/s}{10^{-2} kg} = 400 m/s$$

c) En este caso de choque inelástico, que suponemos perfecto, se conserva el momento lineal, pero no la energía cinética del proyectil, que una gran parte se transforma en trabajo de deformación y calor. En efecto:

Energía cinética del proyectil antes del choque: $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 800 J$

Energía cinética del conjunto bloque-proyectil en el instante del impacto: $E_c = \frac{1}{2}(m+M)v'^2 = \frac{1}{2} \cdot 4kg \cdot 1m/s^2 = 2J$

5.4.2.- Choque Elástico

Se produce cuando los cuerpos, una vez que chocan, recobran su forma primitiva y se mueven independientemente el un del otro.

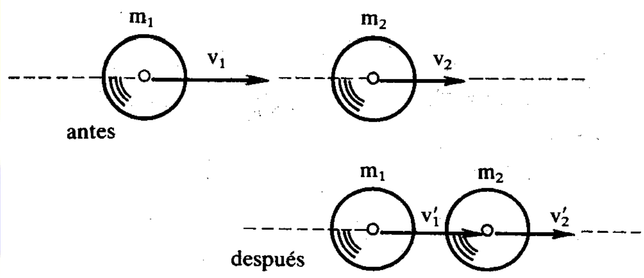
Hemos de considerar dos tipos de choque elástico: el ***central*** y el ***oblicuo***. El primero tiene lugar cuando los cuerpos que chocan se mueven en la dirección de la recta que une sus centros de gravedad; el segundo se produce cuando la dirección de la recta que une sus centros de gravedad no coincide con la dirección de sus respectivas velocidades.

5.4.2.1.- Choque Central

Sean dos esferas de masas m_1 y m_2, animadas de las velocidades v_1 y v_2. Después del choque ambas adquieren las velocidades v'_1 y v'_2.

Al ser el choque elástico (exento de deformaciones) ***se conserva el momento lineal***, y también la ***energía mecánica*** del sistema. En consecuencia:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v'^2_2$$



De la primera expresión se deduce que:

$$m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 (v'_2 - v_2)$$

Y de la segunda:

$$m_1 (v_1 - v'_1) \cdot (v_1 + v'_1) = m_2 (v'_2 - v_2) \cdot (v'_2 + v_2)$$

Dividiendo miembro a miembro estas ecuaciones:

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$$

Que nos demuestra que ***en cada cuerpo la suma de sus respectivas velocidades antes y después del choque permanece cte.***

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones:

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$$
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

Podemos deducir las velocidades finales $(v'_1 \text{ y } v'_2)$ de los cuerpos después del choque:

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \qquad v'_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$$

- Si las masas de las esferas son iguales ($m_1 = m_2$) entonces $\begin{cases} v'_1 = v_2 \\ v'_2 = v_1 \end{cases}$

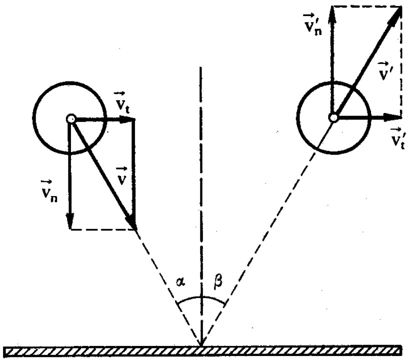
Es decir los cuerpos intercambian sus velocidades después del choque.

- Si las masas de las esferas son iguales ($m_1 = m_2$) y una de ellas está inicialmente en reposo ($v_2 = 0$), al intercambiar sus velocidades, la que poseía velocidad se queda en reposo y la otra adquiere la velocidad de ésta ($v_1 = 0$).

- Si una de las esferas tiene una masa prácticamente nula con respecto a la otra (como por ejemplo al chocar una pelota de goma contra una pared) se obtiene que: ($v'_1 = -v_1$). Es decir, el cuerpo de masa más pequeña, después del choque rebota con una velocidad igual y de sentido contrario a la velocidad inicial, mientras que el cuerpo de masa grande continúa en reposo.

5.4.2.2.- Choque Oblicuo

En este caso, la velocidad $\vec{v}_1$ de la esfera puede descomponerse en dos componentes: una $\vec{v}_n$ normal al plano, y otra $\vec{v}_t$ paralela a él.



En definitiva, como se deduce de la figura, el modulo de $\vec{v}$ coincide con el de $\vec{v}'$ y el ángulo α que formaba $\vec{v}$ con la normal al plano ha de ser igual al ángulo β que forma $\vec{v}'$ con dicha normal.

5.4.2.3.- Coeficiente de Restitución

Una mentira, u otra verdad a medias de la física, es que en la práctica los choques no son perfectamente elásticos ni perfectamente inelásticos. En todos los choques existe una perdida de energía en forma de calor. Si suponemos una pelota que choca con una pared, como antes del choque la pelota tiene una energía cinética y después del choque se ha perdido un poco de esta energía en forma de calor, la pelota pierde un poco de velocidad, de manera que la velocidad antes del choque no es la misma que después. A esta variación de la velocidad es a lo que se llama ***coeficiente de restitución***, que viene dado por la expresión:

$$k = -\frac{v'_1}{v_1}$$

Si se tratase del caso general de choque entre dos esferas, el coeficiente de restitución viene dado por: $k = -\frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2}$

Cuando el choque es perfectamente elástico, ***k=1***; y si es perfectamente inelástico, ***k=0***.

Ejemplo 7.- ***Dos bloques perfectamente elásticos, uno de masa 100 gr y el otro de masa 20 gr. Que se mueven con velocidades respectivas de 0,2 m/s y 0,1 m/s, deslizándose sin rozamiento por una superficie horizontal, chocan centralmente. Deducir sus velocidades finales: a) si antes del choque los cuerpos se mueven en el mismo sentido, b) Si se mueven en sentidos contrarios.***

a) Si se mueven en el mismo sentido, las velocidades son del mismo signo:

$$v'_1 = \frac{(0{,}1 - 0{,}02)kg \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s} + 2 \cdot 0{,}02kg \cdot 0{,}1\,\frac{m}{s}}{(0{,}1 + 0{,}02)kg} = 0{,}167\,\frac{m}{s}$$

$$v'_2 = \frac{(0{,}02 - 0{,}1)kg \cdot 0{,}1\,\frac{m}{s} + 2 \cdot 0{,}1kg \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s}}{(0{,}1 + 0{,}02)kg} = 0{,}267\,\frac{m}{s}$$

Los bloques se moverían en la misma dirección y sentido que inicialmente.

b) Si los cuerpos se mueven con velocidades opuestas, entonces:

$$v'_1 = \frac{(0{,}1 - 0{,}02)kg \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s} - 2 \cdot 0{,}02kg \cdot 0{,}1\,\frac{m}{s}}{(0{,}1 + 0{,}02)kg} = 0{,}1\,\frac{m}{s}$$

$$v'_2 = \frac{(0{,}02 - 0{,}1)kg \cdot (-0{,}1)\,\frac{m}{s} + 2 \cdot 0{,}1kg \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s}}{(0{,}1 + 0{,}02)kg} = 0{,}4\,\frac{m}{s}$$

Después del choque el primer bloque continua moviéndose en el mismo sentido que al principio, mientras que el segundo bloque cambia de sentido de movimiento.

5.6.- Ejercicios

1.- Una fuerza de 490N tira de un bloque, inicialmente en reposo que pesa 20 kg, situado en un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La fuerza actúa hacia arriba y paralelamente al plano, y de esta forma el cuerpo recorre 10m. Se sabe que el coeficiente de rozamiento es 0,2. Calcular: a) el trabajo realizado por la fuerza y su distribución, b) la velocidad adquirida por el cuerpo al final del recorrido, c) la cantidad de hielo a 0ºC que se podía fundir con el calor desprendido en el rozamiento. (Calor fusión hielo 80 cal/g).

2.- Un cuerpo de 2kg se mueve a lo largo de una trayectoria cuyos puntos vienen determinados por las ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t^3 \\ z = -2t \end{cases}$ expresadas en metros. Deducir: a) la ecuación de la velocidad y su módulo, b) el momento lineal del cuerpo, c) el trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre ese cuerpo entre los instantes t=1 y t=2 segundos.

3.- Para abastecer de agua a una ciudad se consumen diariamente 200 m^3. El líquido es elevado a depósitos situados a 80 m por encima del nivel del agua en los pozos. ¿Qué trabajo se consume al cabo de un año?.

4.- Desde un altura de 30 m se lanza verticalmente hacia abajo un proyectil con una velocidad de 100m/s. ¿Qué velocidad poseerá cuando se encuentre a 10m del suelo?.

5.- Un automóvil de 1425 kg arranca sobre una pista horizontal en la que se supone una fuerza de rozamiento constante de valor 150N. Calcular: a) la aceleración que precisa el coche para alcanzar la velocidad de 120 km/h en un recorrido de 800 m. b) el trabajo realizado por el motor del coche desde el momento de la salida hasta el instante de alcanzar los 120 km/h. c) La potencia media del motor del coche en ese tiempo.

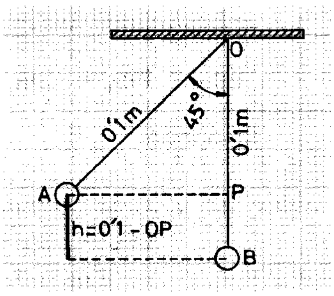
6.- Un automóvil de masa 1 tonelada lleva una velocidad cte de 108 km/h a lo largo de una carretera que presenta una pendiente del 2% (entendiéndose 2m de desnivel por cada 100m de recorrido). ¿Qué potencia desarrolla el motor?.

7.- Un proyectil de 400 gr. Atraviesa una pared de 0,5 m de grosor. Su velocidad en el instante de penetrar en la pared era de 400 m/s, y al salir de 100 m/s. Calcular: a) el trabajo realizado por el proyectil, b) la resistencia de la pared.

8.- Un cuerpo de 10 kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La longitud del plano es de 10 m. y el coeficiente de rozamiento es de 0,2. a) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano?, b) ¿Cuánto valdrá la energía potencial del cuerpo al estar situado en lo alto del plano? C) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?.

9.- Un muelle sujeto por su extremo superior, soporta un cuerpo de masa 0,01 kg, estando ambos en reposo. Se observa que al aplicar una fuerza de 2N el resorte se alarga 8cm y que al soltarlo inicia un movimiento vibratorio armónico. Deducir la energía de este movimiento y el periodo de oscilación.

10.- Dos péndulos A y B de masas 90gr. Y 150 gr respectivamente, cuelgan verticalmente de dos hilos de masa despreciable cuya longitud es de 0,1 m. El péndulo A se eleva hasta una posición tal que el hilo forme un ángulo de 45º con la vertical y desde allí se le suelta para que choque con el péndulo B, que está en reposo como se indica en la figura. Si en coeficiente de restitución es 0,8. ¿Qué altura alcanzará cada péndulo después del primer choque?.



11.- Un motor de 16 C.V. eleva u montacargas de 500 kg a 50 m de altura en 25 seg. Calcúlese la potencia desarrollada y el rendimiento del motor.

12.- Un fusil dispara proyectiles de masa 1gr con una velocidad de salida de 400 m/s. La fuerza variable con la que los gases procedentes de la explosión de la carga de proyección actúan sobre la base del proyectil viene dada por: $F = 320 - 640x$ Donde F viene dada en N y x en metros. Deducir la longitud del cañón del fusil.