Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) No pueden utilizar calculadora programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos c) Los problemas (1) y (2) se calificarán con hasta 4 puntos (2 puntos por apartado), mientras que el (3) con hasta 2 puntos (1 punto por apartado) d) Para obtener la máxima puntuación debe realizar un esquema del problema y explicar los pasos que se dan.

1.- El período de semidesintegración del ^{226}Ra es de 1620 años. (AND-2006)

a) Explique qué es la actividad y determine su valor para 1 g de ^{226}Ra.

b) Calcule el tiempo necesario para que la actividad de una muestra de ^{226}Ra quede reducida a un dieciseisavo de su valor original.

Datos: $N_A = 6{,}02.10^{23}$

a) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq).

1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante determinado. Se calcula con la expresión:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

Calculamos λ, la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración:

$$T_{½} = 1620 \text{ años} = 5{,}1\cdot 10^{10} \text{ s.}$$

λ y $T_{½}$ están relacionados a través de la vida media τ.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2$$

Por tanto:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 1{,}36 \cdot 10^{-11} s^{-1}$$

Calculamos ahora N, el nº de átomos de Ra contenidos en 1 g. Como la masa atómica del ^{226}Ra es de 226 u aproximadamente, un 1 mol de ^{226}Ra tiene 226 g de masa. Así:

$$1g\,^{226}Ra \cdot \frac{1mol\,^{226}Ra}{226g\,^{226}Ra} \cdot \frac{6{,}023 \cdot 10^{23}\, átomos\,^{226}Ra}{1mol\,^{226}Ra} = 2{,}66 \cdot 10^{21}\, átomos\,^{226}Ra$$

Sustituyendo en la expresión de la actividad:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -3{,}62 \cdot 10^{12}\, Bq$$

Es decir, la cantidad de ^{226}Ra presente en la muestra se reduce actualmente a un ritmo de $3{,}62 \cdot 10^{10}$ desintegraciones por segundo.

b) El periodo de semidesintegración, $T_{½}$, indica el tiempo que tarda una cierta cantidad de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad, es decir el tiempo que transcurre hasta la desintegración de la mitad de núcleos que teníamos inicialmente. De este modo, al cabo de un periodo de semidesintegración, quedará la mitad de la muestra original, al cabo de dos veces el $T_{½}$, quedará la cuarta parte, al cabo de tres $T_{½}$, la octava parte, y quedará un dieciseisavo de la cantidad original transcurrido un tiempo igual a cuatro veces el periodo de semidesintegración.

Por lo tanto, el tiempo necesario que nos piden es de 4 · 1620 años = 6480 años = $2{,}04 \cdot 10^{11}$ s

2.- El $^{226}_{88}Ra$ se desintegra radiactivamente para dar $^{222}_{86}Rn$. (AND-2005)

a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.

b) Calcule la energía liberada en el proceso.

Datos: $c = 3\cdot10^8$ m·s^{-1} ; $m_{Ra} = 225{,}9771$ u ; $m_{Rn} = 221{,}9703$ u ; $m_{He} = 4{,}0026$ u . 1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg

a) La radiactividad natural consiste en la emisión espontánea de partículas por parte de núcleos inestables, transformándose en otros nucleidos distintos. En este caso se trata de una emisión α, ya que el nucleido inicial se transforma en otro con 2 unidades menos de número atómico y 4 unidades menos de número másico. El núcleo de radio ha desprendido una partícula α (^4_2He).

La reacción que tiene lugar es:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

b) En el proceso de emisión radiactiva se libera energía debido a la pérdida de masa (defecto másico) que tiene lugar en la reacción. La masa total de los productos es menor que la masa del núcleo inicial. La cantidad de masa que se transforma en energía (energía liberada) se calcula mediante la relación de Einstein $E=m\cdot c^2$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

En este caso la expresión queda: $E_r=\Delta m\cdot c^2$

El defecto de masa es la diferencia entre la masa de los productos y de los reactivos:

$$\Delta m = \left[M\left({}^{222}_{86}Rn\right) + M\left({}^{4}_{2}He\right)\right] - \left[M\left({}^{226}_{86}Ra\right)\right] = -0{,}042u = -7{,}014\cdot10^{-30}kg$$

Y la energía liberada:

$$E_r = \Delta m c^2 = -7{,}014\cdot10^{-30}kg(3\cdot10^8 m s^{-1})^2 = -6{,}31\cdot10^{-13}J = -3{,}95MeV$$

Obtenemos una energía negativa, ya que es energía desprendida.

3.- Una muestra de isótopo radiactivo recién obtenida tiene una actividad de 84 s^{-1} y, al cabo de 30 días, su actividad es de 6 s^{-1}.

a) Explique si los datos anteriores dependen del tamaño de la muestra.

b) Calcule la constante de desintegración y la fracción de núcleos que se han desintegrado después de 11 días.

a) Para ser exacto, la actividad de una muestra radiactiva no se mide en s^{-1} sino que se mide en desintegraciones por segundo o Bq. Por otra parte, cuando un núcleo atómico emite radiación α,β ó γ, el núcleo cambia de estado o bien se transforma en otro distinto. En este último caso se dice que ha tenido lugar una desintegración.

Esta transformación no es instantánea, ya que no todas las desintegraciones se producen a la vez, sino que es un proceso aleatorio gobernado por leyes estadísticas, no sabemos en qué instante exacto se desintegrará un átomo en concreto. Pero, con mayor o menor rapidez, el número de átomos de la sustancia inicial va disminuyendo (y aumentando el de la sustancia final). La rapidez de esta disminución depende de dos factores:

- ***Naturaleza de la sustancia:*** Que viene marcada por la llamada constante de desintegración radiactiva (λ), característica de cada isotopo radiactivo, y que se mide en s^{-1}.
- ***Número de átomos que tengamos en cada instante***: N

Si llamamos N al número de núcleos que aún no se han desintegrado en un tiempo t, el número de emisiones por unidad de tiempo será proporcional al número de núcleos existentes:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

El signo menos, indica que el número de núcleos disminuye con el tiempo. De la integración de esta expresión se obtiene la ley de emisión radiactiva. Esta ley nos da el número de núcleos N que aún no se han desintegrado en un instante de tiempo t.:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad \Rightarrow \quad \int \frac{dN}{N} = \int -\lambda dt \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{N}{N_o} = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad N = N_o e^{-\lambda \cdot t}$$

Que es la expresión matemática de la Ley de Elster y Geitel, y donde N_o es el número de núcleos sin desintegrar en el instante inicial.

Por tanto la actividad si depende del tamaño de la muestra.

b) La actividad de una sustancia viene dada por: $A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \quad \Rightarrow \quad A = A_o e^{-\lambda \cdot t}$

así que con los datos del problema tenemos:

$$\frac{A}{A_o} = e^{-\lambda \cdot t}$$

Si aplicamos logaritmos, nos queda:

$$\ln\left(\frac{A}{A_o}\right) = -\lambda t$$

Y despejando la constante de desintegración radiactiva llegamos a:

$$\lambda = \frac{-\ln\left(\frac{A}{A_o}\right)}{t} = \frac{-\ln\left(\frac{6}{84}\right)}{30 días} = \frac{2{,}64}{30 días} = 0{,}088 días^{-1}$$

A los 11 días, tendremos que: $N = N_o e^{-\lambda \cdot t}$ de donde operando un poco obtenemos:

$$\frac{N}{N_o} = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-0{,}088 \cdot 11} = 0{,}38$$

Trabajando con porcentajes, tenemos que a los 11 días queda sin desintegrar el 38% de la muestra, por tanto se ha desintegrado el 62 % de la muestra.

4.- El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda $200 \cdot 10^{-9}$ m. (AND-2011)
Calcule razonadamente:

a) La energía cinética de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado.
b) La longitud de onda umbral para el aluminio.

Datos: $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s ; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1} ; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J

a) En el efecto fotoeléctrico, cuando se incide sobre un metal con una luz de una longitud de onda determinada, por tanto con una frecuencia determinada, esta energía según la ecuación de Planck sirve para arrancar los electrones del metal (trabajo de extracción) y para comunicarles una velocidad (energía cinética) con la que salen de él. Einstein estableció que:

$$E_{incidente} = W_{Extracción} + E_{cinética} \quad \Leftrightarrow \quad h \cdot \nu = h \cdot \nu_o + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Donde h es la constante de Planck, ν es la frecuencia de la luz incidente y ν_o es la frecuencia umbral, o la frecuencia mínima necesaria para arrancar electrones de dicho metal.

Despejando de la ecuación anterior la energía cinética, tenemos que:

$$E_{cinética} = E_{incidente} - W_{Extracción}$$

De los datos del enunciado, sabemos que el trabajo de extracción es de 4,2 eV, por tanto calculando la energía incidente y operando un poco obtenemos la energía cinética.

Sabemos que

$$E_{incidente} = h\cdot\nu = h\cdot\frac{c}{\lambda} = 6{,}62\cdot10^{-34}\,J\cdot s\cdot\frac{3\cdot10^{8}\,m\cdot s^{-1}}{200\cdot10^{-9}\,m} = 9{,}93\cdot10^{-19}\,J$$

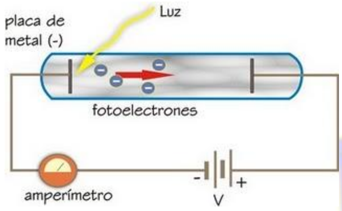
Si expresamos el trabajo de extracción en julios tenemos:

$$W_{Extracción} = 4{,}2ev\cdot1{,}602\cdot10^{-17}\,J\cdot eV^{-1} = 6{,}7384\cdot10^{-19}\,J$$

Por tanto, la energía cinética será:

$$E_{cinética} = E_{incidente} - W_{Extracción} = 9{,}93\cdot10^{-19}\,J - 6{,}74\cdot10^{-19}\,J = 3{,}19\cdot10^{-19}\,J$$

O lo que es lo mismo aproximadamente: 2 eV



La Energía cinética y, por tanto, la velocidad de los electrones, se calcula experimentalmente frenando a los electrones mediante un campo eléctrico, hasta que pierdan toda su energía cinética. La diferencia de potencial necesaria se denomina potencial de frenado (diferencia de potencial mínima que hay que colocar en la pila para que los fotoelectrones que saltan queden frenados y no lleguen al otro extremo del tubo).Según esto:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \quad \Leftrightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}m_e\cdot v_e^2 = -q_e\cdot\Delta V$$

Y de aquí despejando la diferencia de potencial, esta será:

$$\Delta V = \frac{\frac{1}{2}m_e\cdot v_e^2}{q_e} = \frac{E_c}{q_e} = \frac{3{,}19\cdot10^{-19}\,J}{1{,}602\cdot10^{-19}\,C} = 2\ V$$

Por tanto el potencial de frenado será 2V.

b) La longitud de onda umbral la calculamos despejando del trabajo de extracción:

$$W_{Extracción} = h\cdot\nu_o = 6{,}7384\cdot10^{-19}\,J$$

Por tanto; la longitud de onda umbral:

$$W_{Extracción} = h\cdot\nu_o = h\cdot\frac{C}{\lambda_o} \quad \Rightarrow \quad \lambda_o = h\cdot\frac{C}{W_E} = 6{,}62\cdot10^{-34}\,J\cdot s\cdot\frac{3\cdot10^{8}\,m\cdot s^{-1}}{6{,}7384\cdot10^{-19}\,J} = 2{,}95\cdot10^{-7}\,m$$

Así que la longitud de onda umbral será de λ_o= 295 nm.

3.- a) ¿Qué ocurre cuando un nucleido emite una partícula alfa? ¿Y cuándo emite una partícula beta?.

b) Calcule el número total de emisiones alfa y beta que permitirían completar la siguiente transmutación. ¿De qué familia radiactiva se trata?

$$^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{208}_{82}Pb$$

a) Sabemos que cuando una partícula α abandona el núcleo X, su número másico disminuye en cuatro unidades y su número atómico en dos.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X' + {}^{4}_{2}He \qquad \textbf{Ley de Soddy}$$

Mientras que cuando una partícula β abandona el núcleo X, su número másico no se altera, mientras que su número atómico aumenta en una unidad.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}\beta^{-} + {}^{0}_{0}\overline{\nu_e} \qquad \textbf{Ley de Fajans}$$

b) Sea a el número de emisiones α y b el número de emisiones β que sufre el núcleo de ^{238}U . Si en cada emisión α el número másico se reduce en cuatro y el atómico en dos y en cada emisión β el másico no cambia, pero el nº atómico aumenta en uno, escribimos el siguiente sistema:

Con respecto al número másico tendríamos la ecuación: $238-4a=208$

Y con respecto al número atómico: $92-2a+b=82$

Juntando ambas ecuaciones:

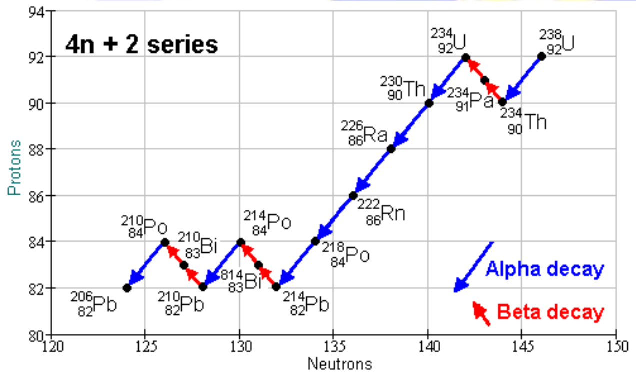
$$\begin{cases} 238-4a=208 \\ 92-2a+b=82 \end{cases} \Rightarrow \quad a=\frac{30}{4}; b=5$$

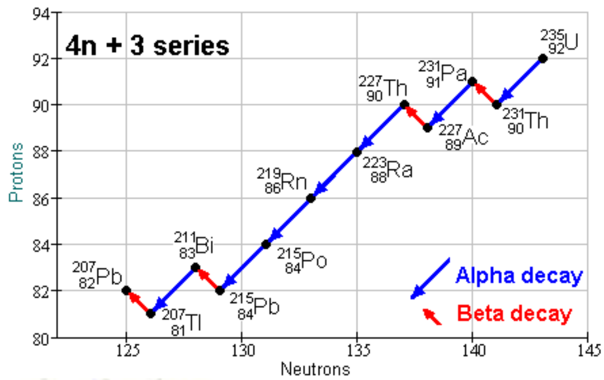
Por tanto, no habría forma de llegar de un nucleido al otro mediante la emisión de partículas α y β.

Normalmente, tras una desintegración, el núcleo hijo suele ser también inestable y sufrir una nueva desintegración dando lugar a otro núcleo distinto. En general, tienen lugar varias desintegraciones sucesivas hasta que el núcleo final sea estable. El conjunto de todos los isótopos que forman parte del proceso constituye una **serie** o **familia radiactiva**.

Así que a la pregunta de *¿de qué familia se trata?* hemos de decir que a ninguna de las cuatro conocidas ${}^{232}_{90}Th$, ${}^{237}_{93}Np$, ${}^{238}_{92}U$, ${}^{235}_{92}U$.

Las familias radiactivas del Uranio son:





Que como vemos no se corresponden con la que nos piden en este ejercicio.