**Modelo 2014. Pregunta 4B.-** Un objeto está situado a una distancia de 10 cm del vértice de un espejo cóncavo. Se forma una imagen real, invertida y tres veces mayor que el objeto.

**a)** Calcule el radio de curvatura y la posición de la imagen.
**b)** Construya el diagrama de rayos.

**Solución.**

**a.** La posición del objeto (10 cm) nos informa que s = –10. Que la imagen sea invertida y de triple tamaño, nos permite plantear: $y' = -3y$

Aplicando los datos del enunciado al aumento lateral, se puede calcular la posición de la imagen.

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} : \left.\begin{matrix} s = -10 \\ y' = 3y \end{matrix}\right\} : \frac{-3y}{y} = -\frac{s'}{-10} \quad \Rightarrow \quad s' = -30\ \text{cm}$$

La imagen se forma a 30 cm a la derecha del espejo.

El radio de curvatura se calcula con la ecuación fundamental de los espejos esféricos.

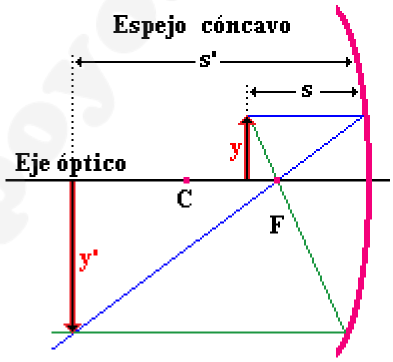
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \qquad f' = \frac{R}{2} \qquad \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{-30} + \frac{1}{-10} = \frac{2}{R} \qquad \frac{2}{R} = -\frac{2}{15} \qquad R = -15\ \text{cm}$$

El signo negativo confirma que es un espejo cóncavo.

**b.** La imagen se forma en el punto de corte de dos de los rayos que se forman.

- Rayo que saliendo del objeto se dirige hacia el espejo paralelo al eje del espejo y al reflejarse pasa por el foco.
- Rayo que saliendo del objeto, pasa por el foco y al reflejarse ve en paralelo al eje del espejo




**Modelo 2014. Pregunta 4A.-** Utilizando una lente convergente delgada que posee una distancia focal de 15 cm, se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcule a qué distancia ha de colocarse el objeto respecto de la lente para que la imagen sea:

**a)** Real e invertida.
**b)** Virtual y derecha.

**Solución.**

Por ser una lente convergente, el foco imagen es positivo $(f' > 0)$. La ecuación fundamental de las lentes delgadas es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

El aumento lateral $(M_L)$ de la lente viene expresado por

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

**a.** Calcular s para que la imagen sea **Real** $(\mathbf{s' > 0})$ , **invertida y de doble tamaño** $(\mathbf{y' = -2y})$.

Aplicando al aumento lateral la condición de ser invertida y de doble tamaño, se puede obtener una relación entre la posición del objeto $(s)$ y de la imagen $(s')$.

$$\left.\begin{matrix} M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \\ y' = -2y \end{matrix}\right\} : \frac{-2y}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{s'}{s} = -2 \qquad s' = -2s$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas y teniendo en cuenta la relación anterior y la distancia focal del enunciado, se obtiene la posición del objeto.

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}\\ s'=-2s\\ f'=15\end{array}\right\}:\frac{1}{-2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{15}\qquad \frac{-3}{2s}=\frac{1}{15}\qquad s=-\frac{3\cdot 15}{2}=-22{,}5\text{ cm};\quad s'=-2s=45\text{ cm}$$

El objeto deberá colocarse a 22,5 cm a la izquierda de la lente, apareciendo la imagen invertida y de doble tamaño a 45 cm a la derecha de la lente.

**b.** Calcular s para que la imagen sea **virtual** $(s'<0)$, **derecha y de doble tamaño** $(y'=2y)$.

Aplicando, como en el apartado anterior, al aumento lateral la condición de ser derecha y de doble tamaño, se puede obtener una relación entre la posición del objeto $(s)$ y de la imagen $(s')$.

$$\left.\begin{array}{c}M_L=\dfrac{y'}{y}=\dfrac{s'}{s}\\ y'=2y\end{array}\right\}:\frac{2y}{y}=\frac{s'}{s}\qquad \frac{s'}{s}=2\qquad s'=2s$$

Aplicando la relación obtenida a la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}\\ s'=2s\\ f'=15\end{array}\right\}:\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{15}\quad;\quad \frac{-1}{2s}=\frac{1}{15}\quad;\quad s=-\frac{15}{2}=-7{,}5\text{ cm}\quad;\quad s'=2s=-15\text{ cm}$$

El objeto debe colocarse a 7,5 cm a la izquierda de la lente.

**Septiembre 2013. Pregunta 3A.-** Se quiere obtener una imagen derecha y virtual, de 25 cm de altura, de un objeto de 10 cm de altura que se sitúa a una distancia de 1 m de una lente delgada.

**a)** Calcule la potencia, en dioptrías, de la lente que habría que usar así como el tipo de lente.

**b)** Realice el diagrama de rayos correspondiente.

**Solución.**

**a.** Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño en una lente delgada, está debe ser convergente, ya que si la lente es divergente, la imagen siempre será virtual, derecha y de menor tamaño.

Si la lente es convergente, para que la imagen sea virtual, el objeto deberá estar dentro de la distancia focal (s < f).

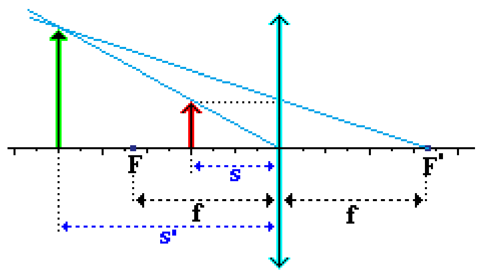
Se define la potencia de una lente como la inversa de su distancia focal imagen (f'): $P=\dfrac{1}{f'}$

Para calcular $f'$ se tiene en cuenta la ecuación fundamental de la lentes delgadas y la del aumento lateral

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}:s=-1:\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{-1}=\dfrac{1}{f'}\\ M_L=\dfrac{y'}{y}=\dfrac{s'}{s}:y=10\times10^{-2};\,y'=25\times10^{-2}:\dfrac{25\times10^{-2}}{10\times10^{-2}}=\dfrac{s'}{-1}\end{array}\right\}:s'=-2{,}5\text{m}:\frac{1}{-2{,}5}-\frac{1}{-1}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{f'}=0{,}6\Rightarrow P=0{,}6\text{ D}$$

**b.** La imagen está en la intersección de un rayo paralelo al eje óptico o eje principal de la lente, una vez refractado, pasa por el foco imagen con un rayo que pasa por el centro geométrico de la lente, que no se desvía.




**Junio 2013. Pregunta 5A.-** A 10 cm de distancia del vértice de un espejo cóncavo de 30 cm de radio se sitúa un objeto de 5 cm de altura.

**a)** Determine la altura y posición de la imagen

**b)** Construya la imagen gráficamente indicando su naturaleza.

**Solución.**

**a.** R = –30 cm $\quad f = \frac{R}{2} = -15\,\text{cm}$ $\quad$ s = –10 cm $\quad$ y = 5 cm

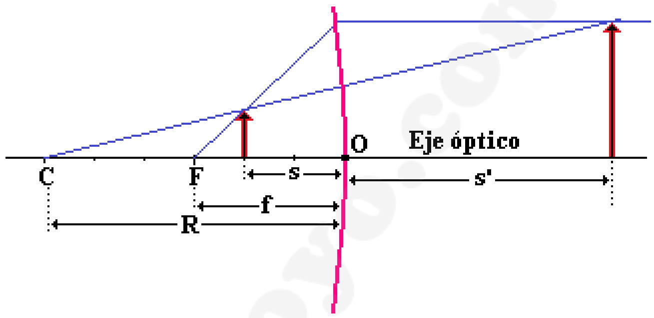
Aplicando la ecuación fundamental de los espejos esféricos se calcula la posición de la imagen:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{s'} + \frac{1}{-10} = \frac{1}{-15} \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{30} \qquad s' = 30\,\text{cm}$$

Aumento lateral

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \qquad \frac{y'}{5} = -\frac{30}{-10} \qquad y' = 15\,\text{cm}$$

**b.** La imagen es VIRTUAL, DERECHA y de triple tamaño que el objeto.




**Junio 2013. Pregunta 3B.-** La lente de un proyector tiene una distancia focal de 0,5 cm. Se sitúa a una distancia de 0,51 cm de la lente un objeto de 5 cm de altura. Calcule:

**a)** La distancia a la que hay que situar la pantalla para observar nítida la imagen del objeto.

**b)** El tamaño mínimo de la pantalla para que se proyecte entera la imagen del objeto.

**Solución.**

**a.** En un proyector, la imagen se forma por delante de la lente, imagen real, por lo tanto la lente debe ser convergente.

$$f = -0{,}5\,\text{cm} \qquad s = -0{,}51\,\text{cm} \qquad y = 5\,\text{cm}$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = -\frac{1}{f} \qquad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}51} = -\frac{1}{-0{,}5} \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}51} = \frac{2}{51}$$

$$s' = 25{,}5\,\text{cm}$$

La pantalla se debe colocar a 25,5 cm del proyector.

**b.** $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 5 \cdot \frac{25{,}5}{-0{,}51} = 250\,\text{cm}$

Como mínimo la pantalla deberá medir 2,5 m

**Modelo 2013. Pregunta 4A.-**

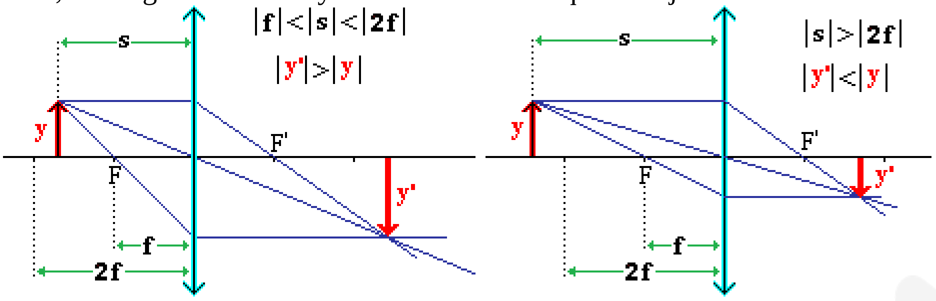
**a)** Explique, ayudándose de un diagrama de rayos, la formación de imágenes por parte de una lente convergente. En concreto, detalle la naturaleza de la imagen en función de la posición del objeto.

**b)** Explique cómo funciona una lupa: dónde se ha de colocar el objeto, qué tipo de lente se utiliza y qué tipo de imagen se forma.

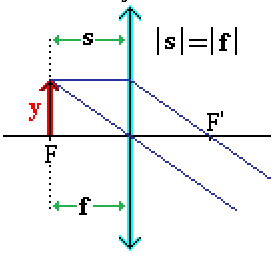
**Solución.**

**a.** En una lente convergente, dependiendo de la posición relativa del objeto respecto del foco, la imagen que se obtiene puede ser real o virtual.

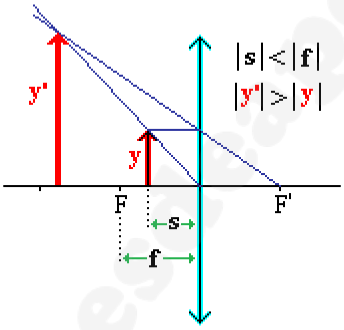
- Si el objeto se sitúa a una distancia superior a la distancia focal, la imagen que se obtiene es real e invertida, dependiendo de que este situado entre la distancia focal (f) y el doble de la distancia focal (2f) o a una distancia superior al doble de la distancia focal, la imagen será de mayor o menor tamaño que el objeto.




- Si el objeto se sitúa sobre el foco, lo rayos se refractan paralelos y no se forma imagen




- Si el objeto se sitúa entre la lente y el foco, se forma una imagen virtual y derecha y de mayor tamaño que el objeto




**b.** Una lupa es un instrumento óptico que permite aproximar el objeto al ojo, ampliando el ángulo de visión, de modo que el objeto parece tener mayor tamaño. Esta formado por una lente biconvexa. El objeto deberá situarse dentro de la distancia focal, y de esa forma se obtendrá una imagen virtual, derecha, y de mayor tamaño que el objeto, cuanto más próximo esta el objeto del foco, mayor será la imagen obtenida.

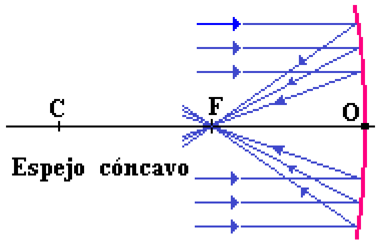
## Septiembre 2012. Pregunta 4B.-

**a)** ¿Como se define y donde se encuentra el foco de un espejo cóncavo?

**b)** Si un objeto se coloca delante de un espejo cóncavo analice, mediante el trazado de rayos, las características de la imagen que se produce si esta ubicado entre el foco y el espejo.

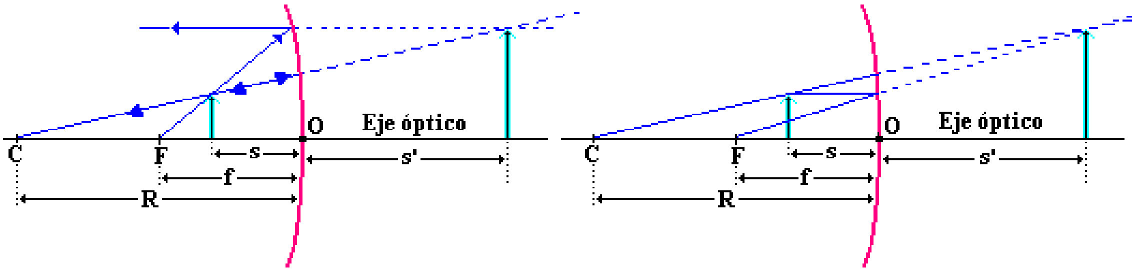
**Solución**

**a.** El foco principal (F) de un espejo cóncavo es el punto donde convergen todos los rayos paralelos al eje principal que son reflejados. Esta situado sobre el eje principal, a la izquierda y a una distancia igual a la mitad del radio de curvatura. Por estar a la izquierda, la distancia focal (f) es negativa.




$$f = -\frac{R}{2}$$

**b.** Cuando el objeto esta situado entre el foco y el espejo cóncavo, tal como muestra la figura, se obtiene una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.




El trazado de rayos se puede hacer de dos formas diferentes.

**Septiembre 2012. Pregunta 4B.-** Una lente delgada convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Determine a que distancia se encuentra el objeto y su imagen de la lente si:

- **a)** La imagen es derecha.
- **b)** La imagen es invertida.

Realice en cada caso el diagrama de rayos.

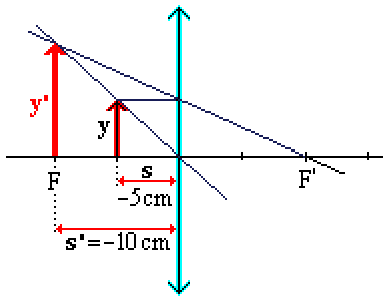
**Solución.**

**a.** Para que en una lente convergente la imagen sea derecha, el objeto deberá estar situado dentro de la distancia focal, obteniéndose en este caso una imagen virtual derecha y de mayor tamaño.

A partir de la ecuación del aumento lateral y de la ecuación fundamental de las lentes delgadas, se puede plantear un sistema que permite determinar la posición del objeto(s) y de la imagen(s').

- Aumento lateral: $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 2$
- Ecc. Fundamental: $\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f}$ ; $\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0{,}1}$

$$\begin{cases} \frac{s'}{s} = 2 \\ \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0{,}1} \end{cases} \text{ Resolviendo el sistema: } \begin{cases} s = -0{,}05\text{ m} \\ s' = -0{,}1\text{ m} \end{cases}$$

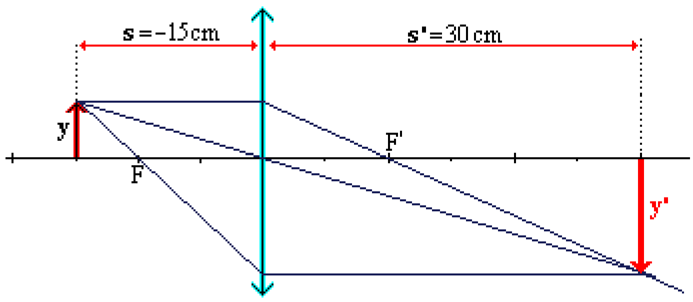



**b.** Para que en una lente convergente la imagen sea invertida, el objeto deberá estar situado a una distancia mayor que la distancia focal, obteniéndose en este caso una imagen real e invertida. Para que sea de mayor tamaño, deberá estar situada entre la distancia focal y su doble.

Se plantea un sistema igual que en el apartado a.

$$\begin{cases} \frac{s'}{s} = -2 \\ \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0{,}1} \end{cases}$$

Resolviendo el sistema: $\begin{cases} s = -0{,}15\text{ m} \\ s' = 0{,}30\text{ m} \end{cases}$




**Junio 2012. Pregunta 4B.-** Un objeto de 15 cm de altura se encuentra situado a 20 cm de un espejo convexo cuya distancia focal es de 40 cm.

- **a)** Calcule la posición y el tamaño de la imagen formada.
- **b)** Realice el trazado de rayos correspondiente.

**Solución.**

**a.** Según la ecuación fundamental de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \qquad s=-20\text{ cm} \qquad f=40\text{ cm}$$

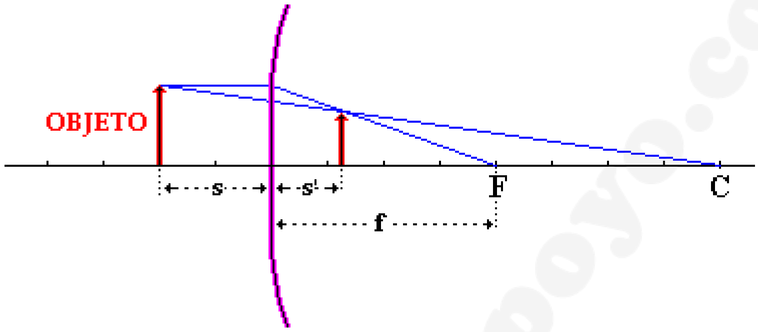
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{40} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{3}{40} \qquad s'=\frac{40}{3}\text{cm}=13{,}3\text{cm}$$

Aumento lateral:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \qquad y'=y\cdot\left(-\frac{s'}{s}\right) \qquad y'=15\cdot\left(-\frac{40/3}{-20}\right)=10\text{cm}$$

Se obtiene una imagen virtual, derecha y menor tamaño.

**b.** Construcción gráfica:




**Modelo 2012. Pregunta 3A.-** Un objeto de 4 cm de altura se sitúa a 6 cm por delante de la superficie cóncava de un espejo esférico. Si la imagen obtenida tiene 10 cm de altura, es positiva y virtual:

**a)** ¿Cuál es la distancia focal del espejo?
**b)** Realice un diagrama de rayos del sistema descrito.

**Solución.**

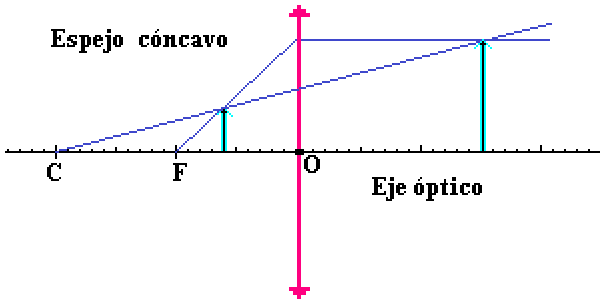
**a.** La ecuación general de los espejos esféricos y la relación de aumento lateral permiten plantear un sistema de ecuaciones con el que hallar la distancia focal (f) y la posición de la imagen (s').

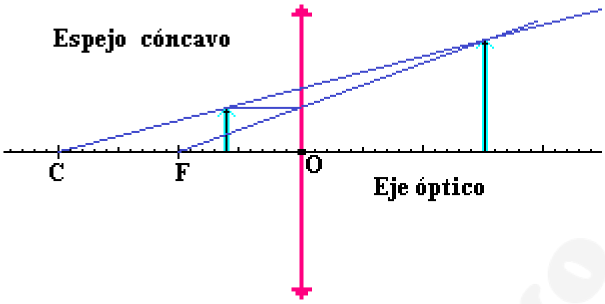
$$\begin{cases}\dfrac{1}{s'}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f}\\ M_L=\dfrac{y'}{y}=-\dfrac{s'}{s}\end{cases} \qquad \begin{cases}y=4\text{cm}\\ y'=10\text{cm}\\ s=-6\text{cm}\end{cases} \qquad \begin{cases}\dfrac{1}{-6}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f}\\ \dfrac{10}{4}=-\dfrac{s'}{-6}\end{cases} \qquad \begin{cases}s'=15\\ f=-10\end{cases}$$

La distancia focal del espejo es de 10 cm.

*NOTA: El signo negativo de f es debido al convenio de signos.*

**b.** Existen dos posibles formas de realizar el trazado de rayos del sistema:




**Junio 2011. Cuestión 1B.-** Se sitúa un objeto de 3,5 cm delante de una superficie cóncava de un espejo esférico de distancia focal 9,5 cm, y se produce una imagen de 9,5 cm.

**a)** Calcule la distancia a la que se encuentra el objeto de la superficie del espejo.

**b)** Realice un trazado de rayos y determine si la imagen formada es real o virtual.

**Solución.**

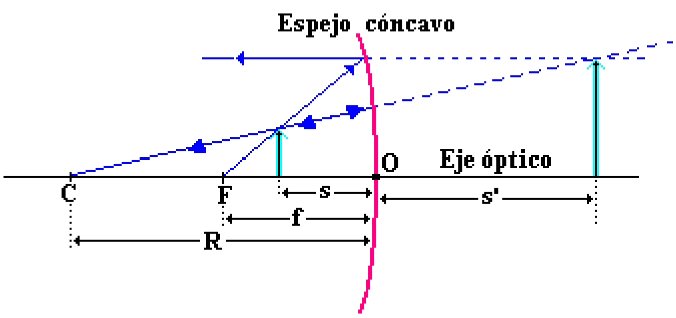
**a.** Se pide calcular la posición de un objeto (s) conocida su altura (y), la altura de la imagen (y') y la distancia focal del espejo (f). Se resuelve planteando un sistema de ecuaciones entre la ecuación fundamental de los espejos esféricos $\left(\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\right)$ y la relación entre el aumento lateral $\left(M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\right)$.

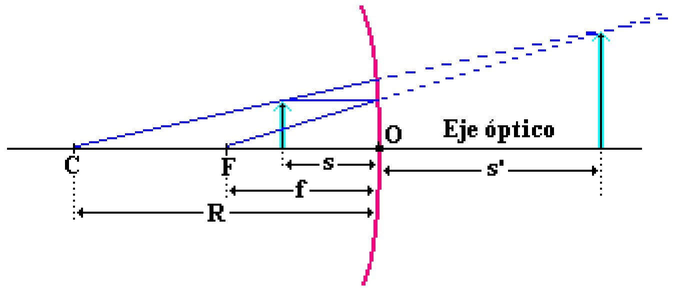
y = 3,5 cm; y' = 9,5 cm; f = –9,5 cm.

$$\begin{cases} \frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{9{,}5} \\ \frac{9{,}5}{3{,}5}=-\frac{s'}{s} \end{cases} : \begin{cases} \frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-9{,}5} \\ s'=-\frac{9{,}5}{3{,}5}s \end{cases} : \frac{1}{-\frac{9{,}5}{3{,}5}s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-9{,}5} \quad : \frac{1}{s}-\frac{3{,}5}{9{,}5\,s}=\frac{1}{-9{,}5} \quad : \frac{9{,}5-3{,}5}{9{,}5\,s}=-\frac{1}{9{,}5}$$

$$s=-6\,\text{cm};\quad s'\approx 16{,}3\,\text{cm}$$

**b.** El trazado de rayos se puede hacer de dos formas distintas, elegir la que os resulte mas sencilla.






Se obtiene una **IMAGEN VIRTUAL DERECHA** y de mayor tamaño que el objeto

**Junio 2010 F.G. Problema 2A.-** Un objeto de tamaño 15 cm se encuentra situado a 20 cm de un espejo cóncavo de distancia focal 30cm.

**a)** Calcule la posición y el tamaño de la imagen formada.
**b)** Efectúe la construcción gráfica correspondiente e indique cuál es la naturaleza de esta imagen.

Si el espejo considerado fuese convexo en lugar de cóncavo y del mismo radio:

**c)** ¿Cuál sería la posición y el tamaño de la imagen formada?
**d)** Efectúe la resolución gráfica, en este último caso, indicando la naturaleza de la imagen formada.

**Solución.**

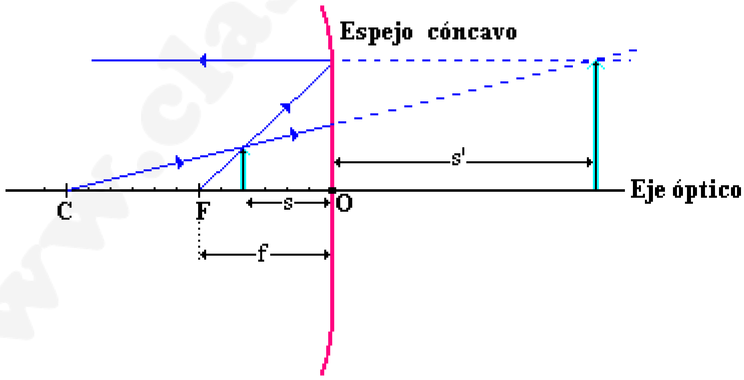
**a.** Aplicando la ecuación general de los espejos esféricos se puede calcular la posición de la imagen.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}:\left\{\begin{matrix} s=-20\text{ cm} \\ f=-30\text{ cm}\end{matrix}\right\}:\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{-30}\ :\ \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}-\frac{1}{30}=\frac{1}{60}\ :\ s'=60\text{ cm}$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral, se calcula el tamaño de la imagen.

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\ :\ \frac{y'}{15}=-\frac{60}{-20}\ :\ y'=45\text{ cm}$$

**b.** La imagen es virtual, derecha y de triple tamaño que el objeto.

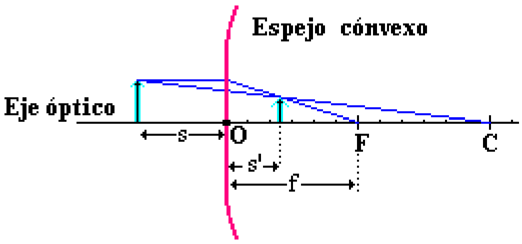



**c.** Aplicando la ecuación general de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}:\left\{\begin{matrix} s=-20\text{ cm} \\ f=30\text{ cm}\end{matrix}\right\}:\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{30}\ :\ \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{1}{12}\ :\ s'=12\text{ cm}$$

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\ :\ \frac{y'}{15}=-\frac{12}{-20}\ :\ y'=9\text{ cm}$$

**d.** La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño.




**Septiembre 2010 F.G. Problema 1B.-** Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes, la primera de potencia 5 dioptrías y la segunda de 4 dioptrías, ambas están separadas 85 cm y tienen el mismo eje óptico. Se sitúa un objeto de tamaño 2 cm delante de la primera lente perpendicular al eje óptico, de manera que la imagen formada por ella es real, invertida y de doble tamaño que el objeto.

**a)** Determine las distancias focales de cada una de las lentes.
**b)** Determine la distancia del objeto a la primera de las lentes.
**c)** ¿Dónde se formará la imagen final?
**d)** Efectúe un esquema gráfico, indicando el trazado de los rayos.

**Solución.**

**a.** $P = \dfrac{1}{f'}$

- 1ª Lente: $5 = \dfrac{1}{f_1'}$ : $f_1' = \dfrac{1}{5} = 0{,}2\text{ m} = 20\text{ cm}$
- 2ª Lente: $4 = \dfrac{1}{f_2'}$ : $f_2' = \dfrac{1}{4} = 0{,}25\text{ m} = 25\text{ cm}$

**b.** La distancia del objeto a la primera lente se puede obtener mediante un sistema de ecuaciones formado por la ecuación fundamental de lentes delgadas, y por la ecuación de aumento lateral.

Ecuación de lentes delgadas:

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \ : \ \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{0{,}2} \ : \ \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = 5$$

Aumento lateral de la lente:

$$M_L = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1}$$

Por ser la imagen invertida y de doble tamaño: $y_1' = -2y_1$

$$M_L = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{-2y_1}{y_1} = -2 = \frac{s_1'}{s_1}$$

Las dos ecuaciones forman un sistema que nos permite calcular la posición del objeto ($s_1$) y de su imagen ($s'_1$) respecto a la primera lente.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = 5 \\ \dfrac{s_1'}{s_1} = -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Resolviendo}} \begin{cases} s_1 = -0{,}3\text{ m} = -30\text{ cm} \\ s_1' = 0{,}6\text{ m} = 60\text{ cm} \end{cases}$$

**c.** La imagen final se calcula aplicando la ecuación fundamental de lentes delgadas a la segunda lente.

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'}$$

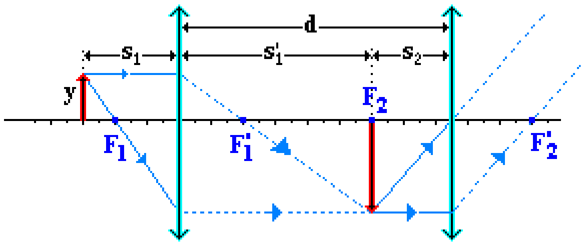
$s_2$ se puede calcular teniendo en cuenta que $s_2 + s_1' = d$ donde $s_2$ y $s_1'$ se toman en valor absoluto y d representa la distancia entre las lentes.

$$s_2 = 85 - 60 = 25\text{ cm} = 0{,}25\text{ m}$$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-0,25} = \frac{1}{0,25} \; : \; \frac{1}{s_2'} = 0 \; : \; s_2' = \infty$$

La imagen no se forma o se forma en el infinito.

**d.**



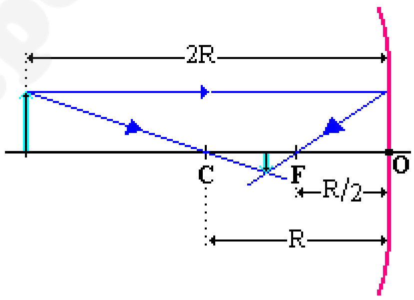

**Septiembre 2010 F.M. Cuestión 2A.-** Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura R. Realice el diagrama de rayos para construir la imagen de un objeto situado delante del espejo a una distancia igual a:

**a)** El doble del radio de curvatura.
**b)** Un cuarto del radio de curvatura.
**c)** Indique en cada caso la naturaleza de la imagen formada.

**Solución.**

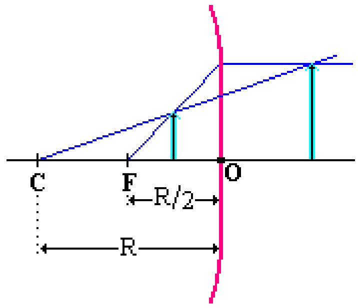
**a.**

La imagen es real, invertida y de menor tamaño.




**b.**

La imagen es virtual derecha y de mayor tamaño que el objeto.



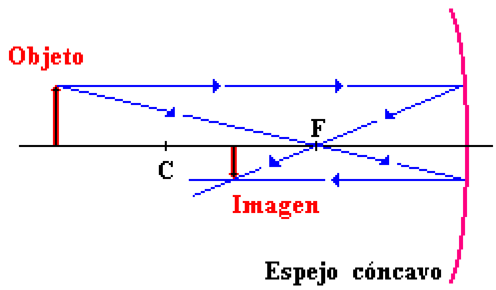

**Junio 2009. Cuestión 3.-**

**a)** Explique la posibilidad de obtener una imagen derecha y mayor que el objeto mediante un espejo cóncavo, realizando un esquema con el trazado de rayos. Indique si la imagen es real o virtual
**b)** ¿Dónde habría que colocar un objeto frente a un espejo cóncavo de 30 cm de radio para que la imagen sea derecha y de doble tamaño que el objeto?

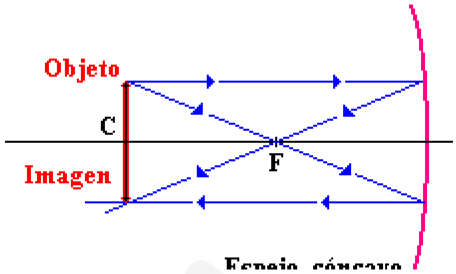
**Solución.**

**a.** El foco de un espejo cóncavo se encuentra situado en el punto medio entre centro de curvatura y el espejo. El objeto tiene las siguientes posibles posiciones

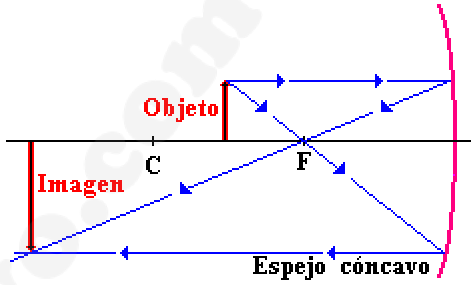
i. Si el objeto está situado entre el centro de curvatura y el infinito, la imagen será menor, real e invertida.
Estará situada entre C y F.



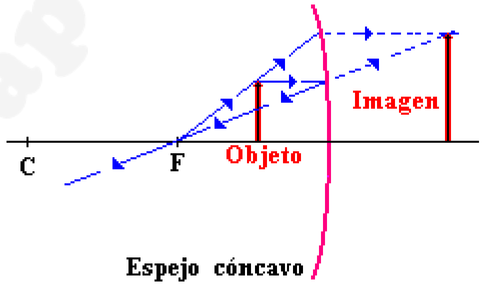
ii. Si el objeto está situado en C la imagen también estará en C y será igual, invertida y real.




iii. Si el objeto está situado entre el centro de curvatura y el foco, la imagen será mayor, real invertida. Estará situada entre C y el infinito.

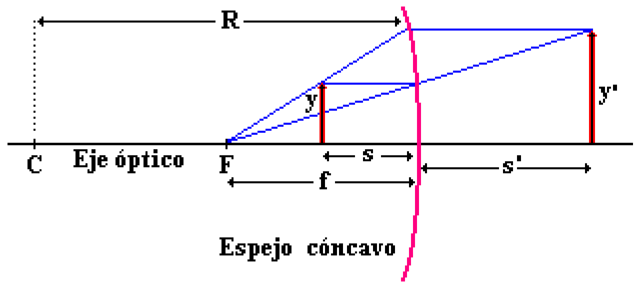



iv. Si el objeto está situado entre el foco y el espejo, la imagen será mayor, derecha y virtual. Estará situada detrás del espejo.




Para obtener una imagen derecha y mayor se debe colocar el objeto entre el foco y el espejo, tal y como muestra la figura del cuarto caso. La imagen que se obtiene es virtual, y aparece por detrás del espejo

**b.** $R = -30 \text{ cm} \Rightarrow f = -15 \text{ cm}; \ \frac{y'}{y} = 2$




Aplicando la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \ : \ \frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{-15}$$

A partir del aumento lateral, se obtiene la relación entre las posiciones:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}=2 \ : \ s'=-2s$$

Sustituyendo en la ecuación del espejo se obtiene la posición.

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{-2s}=\frac{1}{-15} \ : \ \frac{1}{2s}=\frac{1}{-15} \ : \ s=-7{,}5 \text{ cm}$$

Para que la imagen sea virtual derecha y de doble tamaño el objeto se debe colocar a 7,5 cm del espejo.

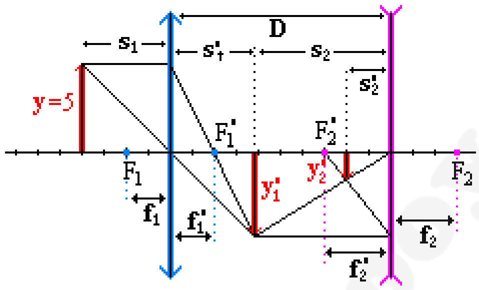
**Junio 2008. Problema 1.-** Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.

- **a)** Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
- **b)** Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
- **c)** Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
- **d)** ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico?

**Solución.**

**a.** 1ª Lente: $f_1 = -10$ cm; $f_1' = 10$ cm; $s_1 = -20$ cm

2º Lente: $f_2 = 15$ cm; $f_2' = -15$ cm; D = 50 cm




**b.** Aplicando la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \quad : \quad \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad s_1' = 20\,\text{cm}$$

**c.** Teniendo en cuenta la distancia entre las lentes y conocido $s_1'$, se calcula $s_2$.

$D = s_1' + s_2$ $\quad$ $50 = 20 + s_2$ $\quad$ $s_2 = 30$, respecto de la lente dos por criterio de signos $s_2 = -30$

Aplicando la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'} \qquad \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{-15} \quad \Rightarrow \quad s_2' = -10$$

**d.** $$\frac{y_1'}{y} = \frac{s_1'}{s_1} \qquad y_1' = \frac{s_1'}{s_1}y = \frac{-20}{20}5 = -5\,\text{cm}$$

$$\frac{y_2'}{y_1'} = \frac{s_2'}{s_2} \qquad y_2' = \frac{s_2'}{s_2}y_1' = \frac{-10}{-30}\cdot(-5) = -1'67\,\text{cm}$$

**La imagen es virtual derecha e invertida.**

**Septiembre 2008. Cuestión 4.**

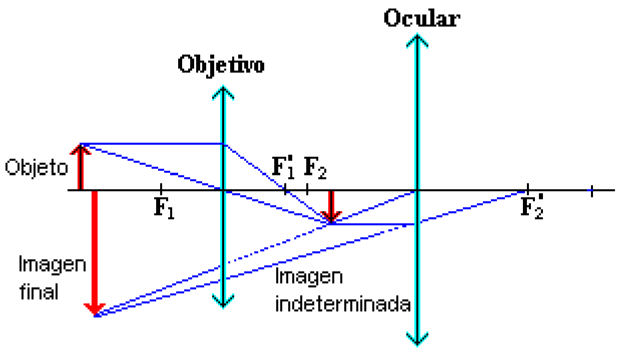
Un microscopio consta de dos lentes convergentes (objetivo y ocular).

- **a)** Explique el papel que desempeña cada lente.
- **b)** Realice un diagrama de rayos que describa el funcionamiento del microscopio.

**Solución.**

**a.** El microscopio óptico consta de dos lentes convergente de pequeña distancia focal. La lente más próxima al objeto se denomina objetivo, se encarga de formar una imagen real invertida y de mayor tamaño que el objeto. La lente más próxima al ojo se denomina ocular y es la que permite observar la imagen formada por el objetivo. La imagen final es virtual, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

**b.** Diagrama de rayos

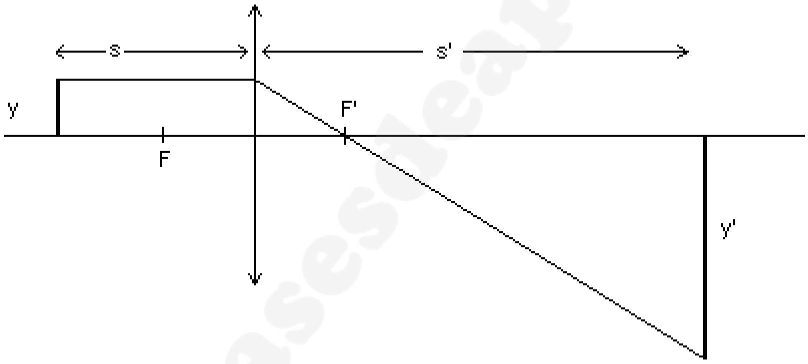


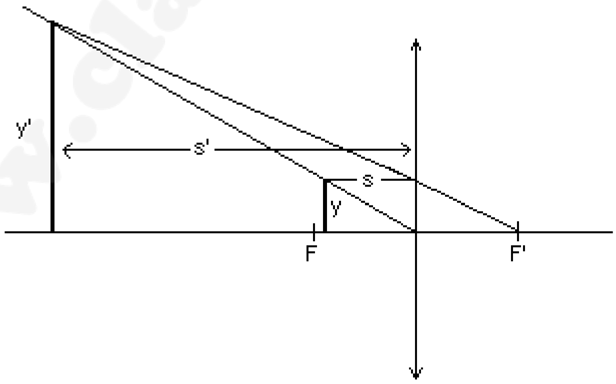

**Junio 2007. Problema 2.-** Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y
aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

- **a)** La distancia focal imagen y la potencia de la lente.
- **b)** Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados.
- **c)** Las respectivas distancias imagen.
- **d)** Las construcciones geométricas correspondientes.

**Solución.**

Empecemos por el último apartado y dibujemos las construcciones geométricas




Para resolver los distintos apartados escribimos las fórmulas que vamos a utilizar:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} = p$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Donde $p$ es la potencia de la lente que se mide en dioptrías, $m$ el aumento lateral.

De la segunda ecuación podemos obtener *s’* y *s* igualando los dos casos, antes y después de mover el objeto, además sabemos:

$$\frac{y'}{y}=-4 \qquad 4=\frac{s_1'}{s_1};-4=\frac{s_2'}{s_2}$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f}\end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}$$

También sabemos por tanto:

$$s_2=s_1-0,03$$
$$s_1'=4s_1$$
$$s_2'=-4s_2$$

Utilizando estas ecuaciones es fácil despejar todas las incógnitas

$$s_1=0,075\ m$$
$$s_2=0,045\ m$$
$$s_1'=0,3\ m$$
$$s_2'=0,18\ m$$

Por lo tanto solo queda encontrar la distancia focal *f*, y la potencia de la lente *p*

$$p=6,67\ dioptrías$$
$$f=0,06\ m$$

Con lo que hemos resuelto el problema.

**Septiembre 2007. Cuestión 3.-** Una lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Calcule la posición y aumento de la imagen que produce dicha lente para un objeto que se encuentra delante de ella a las siguientes distancias:

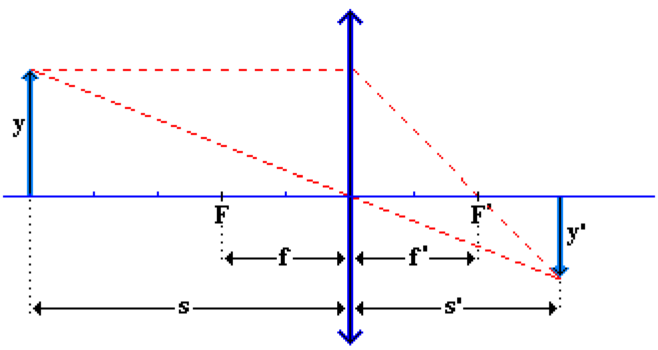
**a)** 50 cm; **b)** 15 cm.

Realice el trazado de rayos en ambos casos.

**Solución.**

**a.** Se pide calcular la posición de la imagen (s’) y el aumento $\left(\frac{y'}{y}\right)$ conocida la posición del objeto (s = –50 cm) y la distancia focal (f = f’ = 20 cm).

Aplicando la ecuación de la lente se calcula la posición de la imagen.




$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

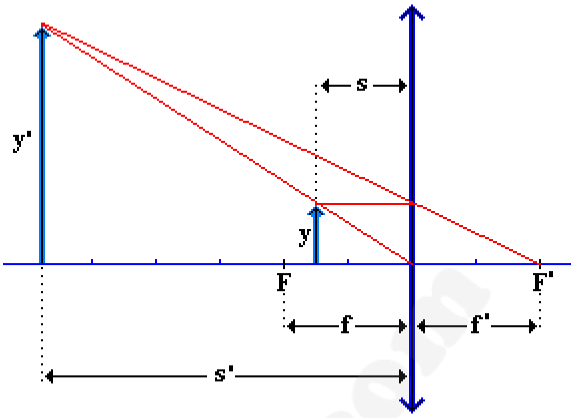
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}+\frac{1}{-50} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{30}{100} \qquad s'=\frac{100}{3}=33'3\,\text{cm}$$

Aumento lateral: $\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad \frac{y'}{y}=\frac{100/3}{-50} \qquad \frac{y'}{y}=-\frac{2}{3}$

**La imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto**.

**b.** s = –15 cm

Igual que en el apartado **a**, aplicando la ecuación de la lente se obtiene la posición del objeto.




$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}+\frac{1}{-15} \qquad \frac{1}{s'}=-\frac{1}{60}$$

$$s'=-60\ \text{cm}$$

Aumento lateral: $\dfrac{y'}{y}=\dfrac{s'}{s}$

$$\frac{y'}{y}=\frac{-60}{-15}$$

$$\frac{y'}{y}=4$$

La **imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto**.

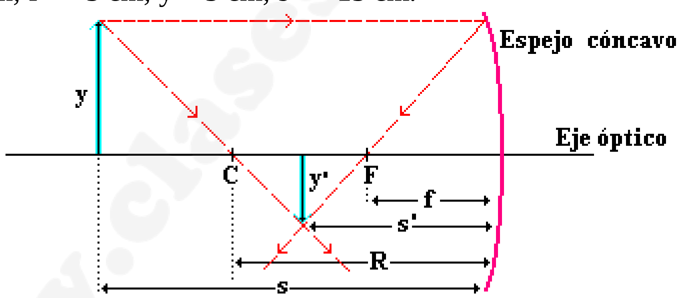
**Septiembre 2007. Problema 1.-** Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm.

**a)** Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida? Efectúe la construcción geométrica de dicha imagen.

**b)** Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determine la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo.

**Solución.**

**a.** R = –10 cm; f = –5 cm; y = 5 cm; s = –15 cm.




Aplicando la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{-5}-\frac{1}{-15}=-\frac{2}{15} \qquad s'=-\frac{15}{2}=-7'5\ \text{cm}$$

El tamaño de la imagen se obtiene de la relación: $\dfrac{y'}{y}=-\dfrac{s'}{s}$

$$\frac{y'}{y}=-\frac{-7'5}{-15} \qquad \frac{y'}{y}=-\frac{1}{2} \qquad y'=-\frac{1}{2}y=-\frac{1}{2}\cdot 5=-2'5\ \text{cm}$$

La imagen es menor que el objeto (la mitad), real, e invertida respecto al mismo.

**b.** R = –10 cm; f = –5 cm; y = 1 cm; y' = –2'5 cm. La relación entre le tamaño del objeto y de su imagen permite obtener una relación entre las posiciones de ambos.

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \qquad \frac{-2'5}{1}=-\frac{s'}{s} \qquad \frac{s'}{s}=2'5 \qquad s'=2'5\,s$$

Puesto que la imagen tiene que ser real, invertida y de mayor tamaño que el objeto, este debe situarse entre el centro y el foco del espejo. Aplicando la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \qquad \frac{1}{2'5\,s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-5} \qquad \frac{7}{5s}=\frac{1}{-5} \qquad s=-7\text{ cm}$$

Conocido s se calcula la posición de la imagen

$$s'=2'5\cdot 7=-17'5\text{ cm}$$

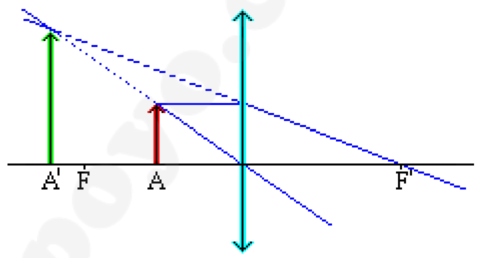
## Junio 2006. Cuestión 4.-

Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha. Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.

**a)** Si la lente es convergente.

**Solución.**

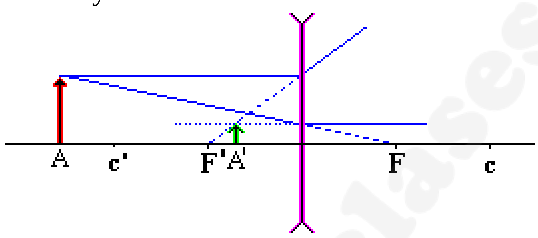
Lente convergente: Si colocamos el objeto (A) entre la lente y el foco la imagen (A’) que se obtiene es virtual, derecha y mayor.

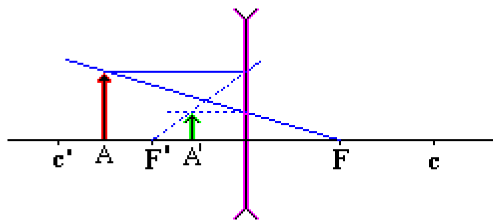


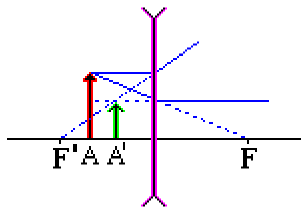

**b)** Si la lente es divergente.

**Solución.**

Lente divergente: donde quiera que coloquemos el objeto su imagen será virtual, derecha y menor.




**Septiembre 2006. Problema 2.-** Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.

**a)** ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?

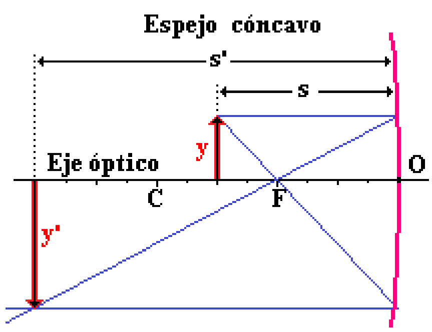
**b)** ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

**Solución.**

$f=-20\text{ cm}$

**a.** Si el espejo es cóncavo y se quiere obtener una imagen real, esta será invertida. Aplicando la ecuación fundamental de los espejos esféricos:




$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \qquad \frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{-20}$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral y la relación que existe entre los tamaños del objeto y de su imagen. Se obtiene una relación entre s y s.

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}$$

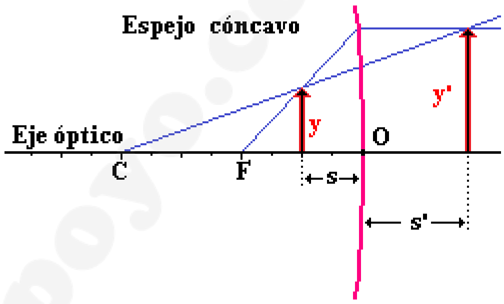
Por ser invertida y de doble tamaño $y'=-2y$

$$\frac{-2y}{y}=-\frac{s'}{s}\Rightarrow\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$$

Sustituyendo en la ecuación general se obtiene la posición del objeto.

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{2s}=\frac{1}{-20}\qquad\frac{3}{2s}=\frac{1}{-20}\qquad s=-30\,\text{cm}$$

**b.** Si la imagen es virtual y de doble tamaño que el objeto, el objeto deberá estar situado entre el espejo y el foco, y la imagen será derecha. Aplicando la ecuación fundamental de los espejos esféricos:




$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\qquad\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{-20}$$

Teniendo en cuenta el aumento lateral y el que la imagen es derecha $(y'=2y)$:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\qquad\frac{2y}{y}=-\frac{s'}{s}\qquad-\frac{s'}{s}=2$$

$$s'=-2s$$

Aplicando de nuevo la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{-2s}=\frac{1}{-20}\qquad\frac{1}{2s}=\frac{-1}{20}\qquad 2s=-20\qquad s=-10\,\text{cm}$$

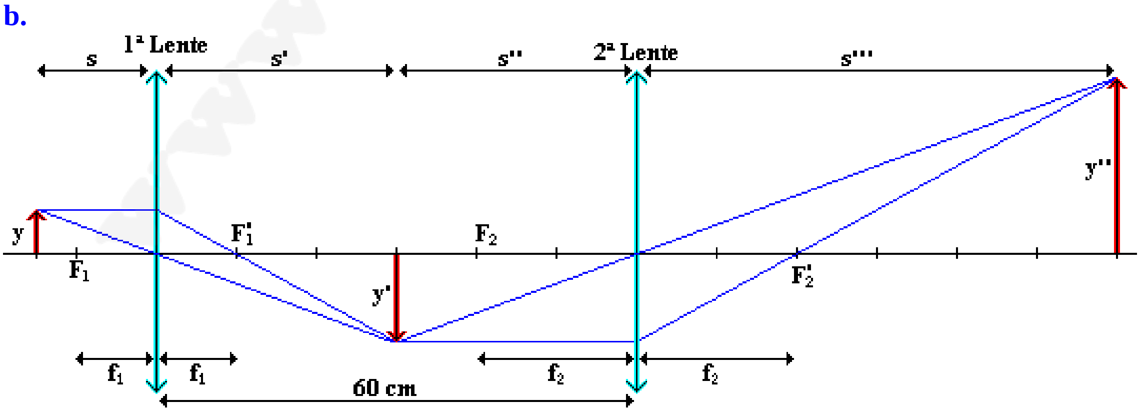
**Septiembre 2005. Problema 2.** Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

**a)** Calcule la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.

**b)** Efectúe la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

**Solución.**

**b.**




**a.** $f_1$ = 10 cm ; $f_2$ = 20 cm ; y = 2 mm ; s = 15 ; s' + s'' = 60

Las ecuaciones que nos dan la posición son.

$$\frac{1}{s}-\frac{1}{s'}=\frac{1}{f_1}\Rightarrow s'=\frac{f_1\cdot s}{f_1-s}=\frac{10\cdot 15}{10-15}=-30\text{cm}$$

El signo se corresponde con lo que cabía esperar del diagrama

$s'+s''=60\text{cm}$ donde s´ se debe tomar un valor absoluto $\Rightarrow s''=30\text{cm}$ y podemos usar la misma formula de antes.

$$\frac{1}{s''}-\frac{1}{s'''}=\frac{1}{f_2}\Rightarrow\left[s'''=\frac{f_2 s''}{f_2-s''}=-60\text{cm}\right]$$

De nuevo el signo es consistente con el diagrama.

En cuanto al tamaño sabemos que $\frac{y}{y'}=\frac{s}{s'}\Rightarrow y^1=\frac{y\cdot s'}{s}=4\text{mm}$ y que $\frac{y'}{y''}=\frac{s''}{s'''}\Rightarrow y''=\frac{y's''}{s'''}=8\text{mm}$

**Modelo 2005. Cuestión 2.-** Delante de una lente convergente se coloca un objeto perpendicularmente a su eje óptico.

**a)** ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de igual tamaño e invertida? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?

**Solución.**

Si la imagen es de igual tamaño e invertida:

$$y'=-y \qquad \frac{y'}{y}=-1$$

aplicando la relación:

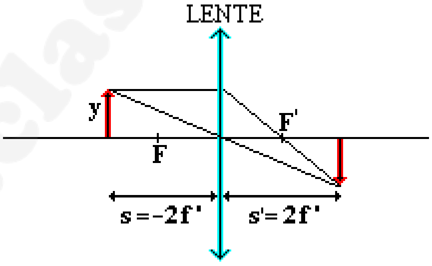
$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad \frac{s'}{s}=-1 \qquad s'=-s$$

y aplicando la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{-s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{-2}{5}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=-\frac{s}{2} \quad \text{ó} \quad f'=\frac{s'}{s} \qquad s'=2\cdot f' \qquad s=-2\cdot f'$$

por tanto, tenemos que colocar el objeto a una distancia de la lente, doble de la distancia focal.




La imagen es **REAL de igual tamaño e invertida**.

**b)** ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de doble tamaño y derecha? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?
Efectúe la construcción geométrica en ambos apartados.

**Solución.**

Si la imagen es de doble tamaño y derecha:

$$y'=2y$$

como sabemos que

$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

tenemos que

$$\frac{s'}{s} = 2 \qquad s' = 2s$$

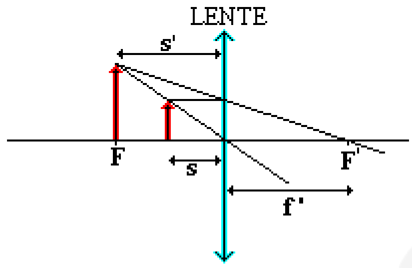
con la ecuación de la lente de nuevo, vemos la relación entre la posición del objeto y la distancia focal:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \qquad \frac{-1}{2s} = \frac{1}{f'}$$

$$f' = -2s \qquad s = -\frac{f'}{2}$$

Por lo tanto colocamos el objeto a la mitad de la distancia focal, y la imagen se forma en el foco objeto F.

$$s' = -f'$$

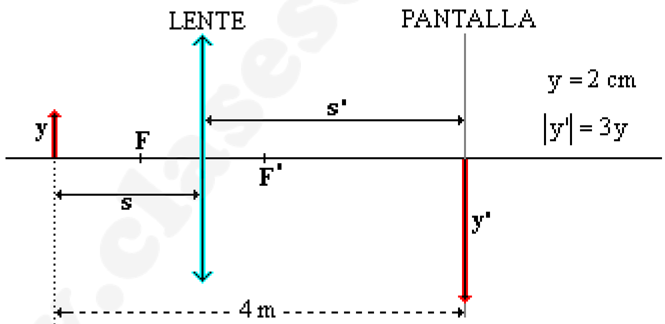



NATURALEZA DE LA IMAGEN: **Imagen VIRTUAL, directa y de mayor tamaño que el objeto**.

**Septiembre 2004. Problema 1B.** Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

**a)** La posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria.

**Solución.**




Para obtener una imagen es necesario utilizar una lente convergente:

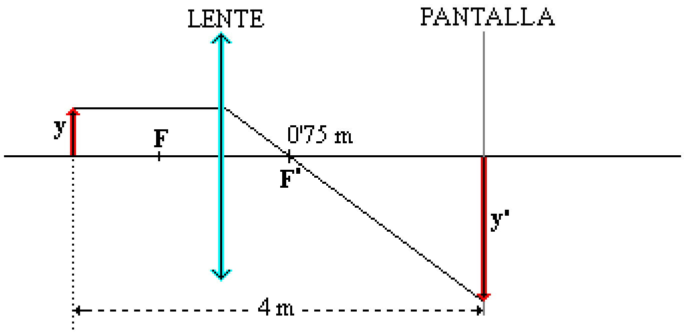
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y'}{y} = -3 = \dfrac{s'}{s} \Rightarrow s' = -3s \\ (-s) + s' = 4 \end{array}\right\} : -4s = 4\text{ m} \Rightarrow \begin{cases} s = -1\text{ m} \\ s' = 3\text{ m} \end{cases}$$

**b)** La distancia focal de la lente y efectúa la construcción geométrica de la imagen.

**Solución.**

La distancia focal es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad : \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} = 0'75\text{ m}$$

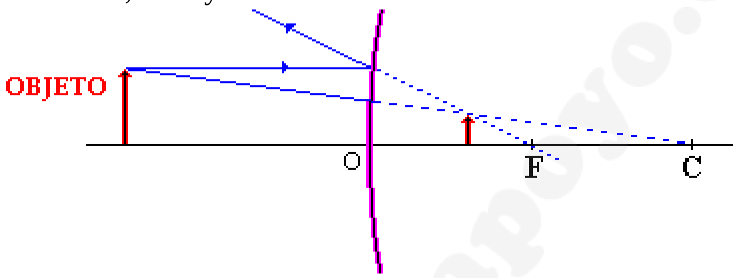



## Junio 2004. Cuestión 4.-

**a)** ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo?

**Solución.**

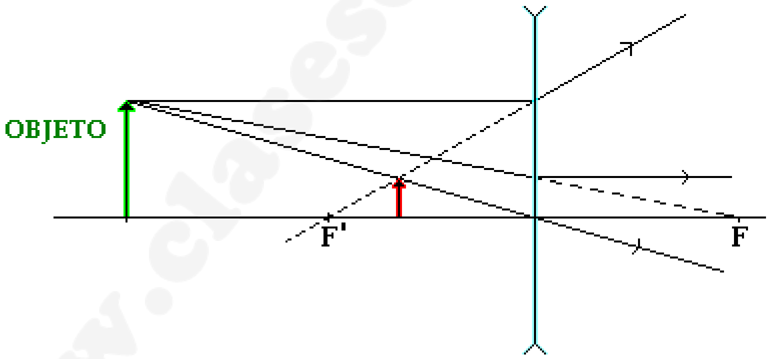
En un espejo esférico convexo se obtiene una imagen virtual, derecha y menorr. Cuando el rayo pasa por el centro O, su trayectoria no varia.




**b)** ¿Y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

**Solución.**

En una lente esférica divergente se obtiene una imagen virtual izquierda y menor.




## Modelo 2004. Cuestión 4.-

**a)** ¿Que combinación de lentes constituye un microscopio? Explique mediante un esquema gráfico su disposición en el sistema.

**b)** Dibuje la marcha de los rayos procedentes de un objeto a través del microscopio, de manera que la imagen final se forme en el infinito.

**Solución.**

**a.** Un microscopio esta formado por la combinación de un **OBJETIVO** y un **OCULAR**, ambos convergentes.

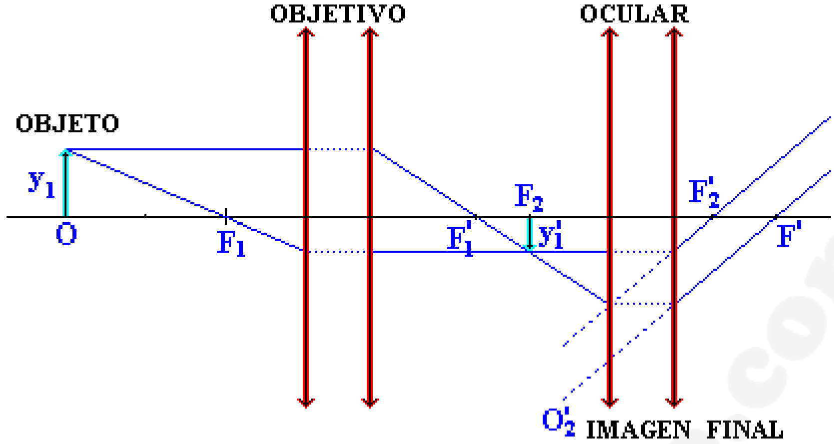
Situado el objeto, y convenientemente iluminado, delante del objetivo, y más alejado que un foco $F_1$, de forma que la imagen formada sea real $y'_1$.

Para que la observación sea cómoda es conveniente que la imagen $y'_2$ formada por la ocular **sea virtual** y que aparezca **en el infinito**. Para ello, el haz de rayos que parte del objeto debe salir del microscopio en forma de haz paralelo, lo que implica dos condiciones:

- que el objeto $y_1$ se coloque en el foco F del sistema total.

- que la imagen y'$_1$ producida por el objetivo, se coloque o aparezca en el foco del objeto ocular.

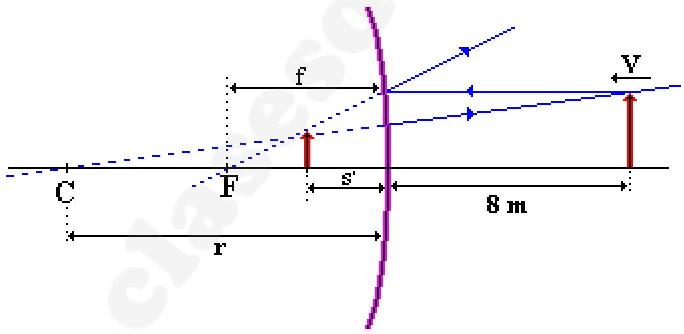
**b.** Gráficamente:




**Modelo 2004. Problema 2B.-** Un espejo esférico convexo proporciona una imagen virtual de un objeto que se aproxima a él con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es igual a 1/10 del tamaño del objeto cuando este se encuentra a 8 m del espejo.

**a)** ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?
**b)** ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?
**c)** Un segundo después, el tamaño de la imagen formada por el espejo es 1/5 del tamaño del objeto. ¿A qué distancia del espejo se encuentra ahora el objeto?
**d)** ¿Cuál es la velocidad del objeto?

**Solución.**




**a.** Utilizando la ecuación:

$$\frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} \qquad \frac{1}{10} = \frac{-s'}{8} \qquad s' = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}\,\text{m}$$

**b.** La ecuación del espejo es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{f} = -\frac{5}{4} + \frac{1}{8} \qquad f = -\frac{8}{9}\,\text{m}$$

El radio de curvatura se relaciona con la distancia focal mediante:

$$f = \frac{r}{2} \qquad r = 2f \qquad r = -\frac{16}{9}\,\text{m}$$

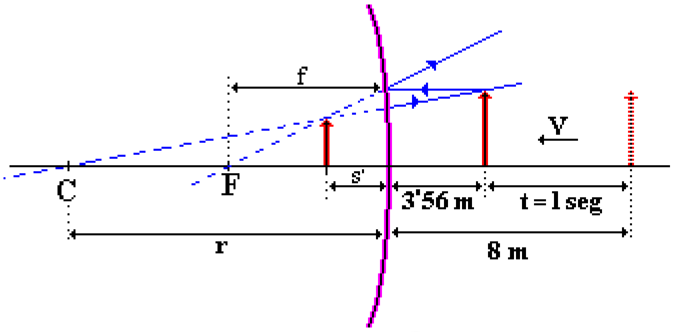
**c.**

$$\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s} \qquad \frac{1}{5}=\frac{-s'}{s} \qquad s=-5s'$$

Utilizando la ecuación del espejo, y sabiendo que $f=\frac{-8}{9}\,m$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{-9}{8} \qquad \frac{1}{s'}-\frac{1}{5s'}=\frac{-9}{8}$$

$$s'=-\frac{32}{45}=-0'71m$$




conocido s', se calcula s

$$s=-5\cdot(-0'71)=3'56\ m$$

**d.** La velocidad del objeto, supuesta constante será:

$$v=\frac{\Delta s}{t} \qquad v=\frac{8-3'56}{1} \qquad v=4'44\ m/s$$

## Septiembre 2003. Cuestión 4.

**a)** Explique qué son una lente convergente y una lente divergente. ¿Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas?

**b)** ¿Qué es la potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra a expresar?

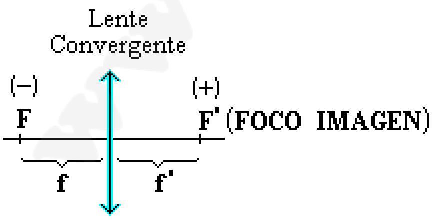
**Solución.**

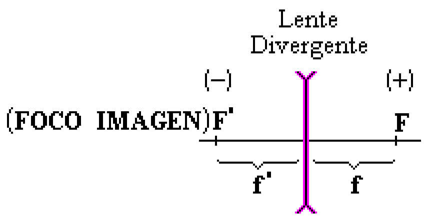
**a.** Una lente es un dispositivo óptico formado por un medio transparente limitado por dos superficies esféricas. Una lente convergente tiene dos superficies cóncavas, mientras que en una lente divergente estas superficies son convexas. Suponemos, en la óptica geométrica, que estas lentes son delgadas, es decir que la distancia entre ambas superficies es mucho menor que el radio de las mismas, siendo aplicable en este caso la ecuación general de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

La diferencia entre ambas lentes estriba en la formación de imágenes. Una **lente convergente** genera imágenes por convergencia de rayos reales al atravesarla, por lo que se forman imágenes reales. Una **lente divergente**, solo forma imágenes VIRTUALES de un objeto situado frente a ella.

El foco imagen está situado a la derecha de la lente, si es convergente, y a la izquierda de la misma, si es divergente; por tanto las distancias focales imagen f ' tienen signos contrarios.




**b.** La potencia de una lente, se calcula como la inversa de la distancia focal imagen:

$$p=\frac{1}{f'}$$

Se mide en dioptrías.

**Septiembre 2003. Problema 2B.** Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:

**a)** La distancia del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica.

**b)** El radio del espejo y la distancia focal.

**Solución.**

**a.** Puesto que la imagen que se quiere obtener tiene que ser invertida y de mayor tamaño que el objeto, se debe situar a este entre el foco y el centro del espejo cóncavo

Si el tamaño del objeto y de la imagen son 1 cm y 3 cm respectivamente y teniendo en cuenta que:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

aplicando los datos del enunciado

$$\frac{-3\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = -\frac{s'}{s}$$

obteniéndose la ecuación

$$s' = 3s \quad \text{-1-}$$

Sabiendo que la distancia entre el objeto y la imagen es de 2 m:

$$|s'| - |s| = 2\,\text{m}$$

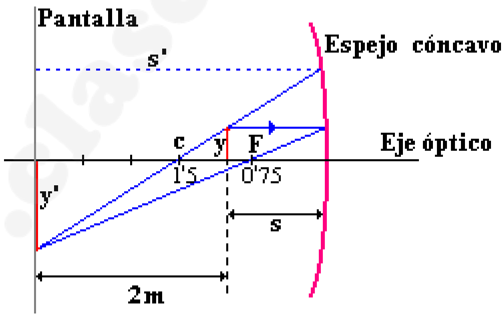
puesto que ambas magnitudes son negativas, hay que cambiar el signo de ambas para quitar el valor absoluto

$$-s' + s = 2\,\text{m} \quad \text{-2-}$$

resolviendo el sistema formado por 1 y 2:

$$\left.\begin{array}{l} s' = 3s \\ -s' + s = 2 \end{array}\right\} : \left\{\begin{array}{l} s = -1\,\text{m} \\ s' = -3\,\text{m} \end{array}\right.$$

Construcción geométrica:




**b.** La distancia focal se halla a partir de la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

sustituyendo los valores

$$\frac{1}{-3} + \frac{1}{-1} = \frac{1}{f}$$

despejando f:

$$f = -0'75$$

El radio , es doble de la distancia focal, por tanto:

$$R = 2 \cdot f \qquad R = -1'5\ \text{m}$$

**Junio 2003. Problema 2A.** Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10cm de distancia focal.

**a)** Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.

**b)** ¿A que distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito?

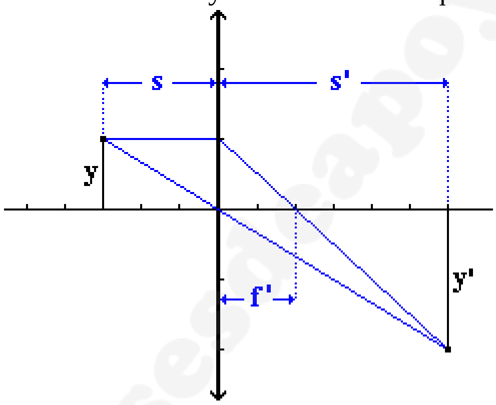
**Solución.**

Datos: y = 1 cm
s = –15 cm
f ‘ = 10 cm

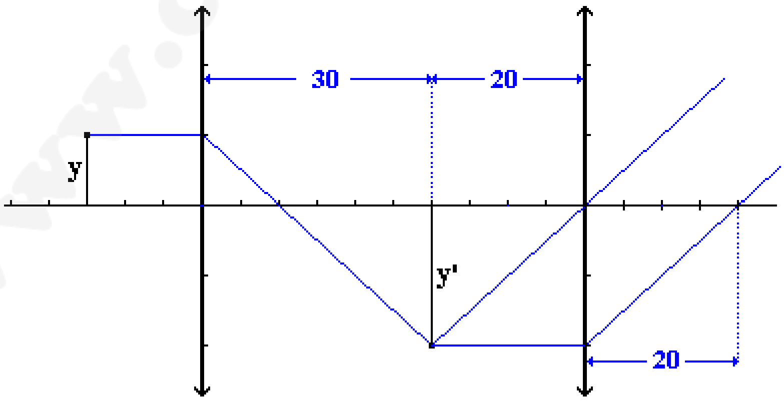
**a.** $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ : $\frac{1}{s'}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{10}$ : $\frac{1}{s'}=\frac{1}{10}-\frac{1}{15}$ : $\frac{1}{s'}=\frac{1}{30}$ : $s'=30\text{ cm}$

$$\frac{`y'}{y}=\frac{s'}{s} \quad : \quad \frac{y'}{y}=\frac{30}{-15}=-2 \quad : \quad y'=-2y=-2\text{ cm}$$

La imagen formada es real invertida y de doble tamaño que la del objeto




**b.** Para que la imagen se forme en el $\infty$ , la distancia a la 2ª lente, de la imagen de la 1ª debe ser 20 cm ($s_2 = -20$ cm). Porque de esta manera está colocado en el foco de la 2ª lente, lo que da una imagen del mismo en el infinito




La distancia entre lentes será: $s_1^| - s_2 = 30-(-20)=50\text{ cm}$

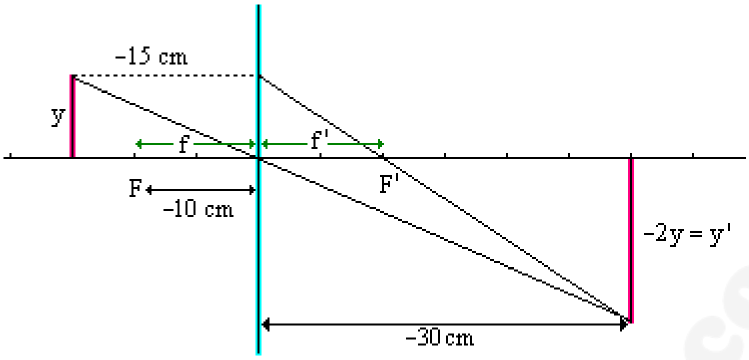
**Septiembre 2002. Problema 2B.** Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

a) La distancia focal de la lente.

b) La posición y naturalaza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

**Solución.**

**a.** la distancia focal de la lente:




El hecho de que la imagen formada sea real implica que el objeto se ha situado detrás del foco.

De doble tamaño: y’ = 2y

$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}:\{y'=2y\}:\frac{2y}{y}=\frac{s'}{s}=2 \quad (1)$$

Invertida: y’ = –2y

Si despejamos s en (1), teniendo en cuenta que s’ = 30cm obtenemos que:

$$s=\frac{y}{y'}\cdot s'$$

teniendo en cuenta que y’ = –2y

$$s=\frac{y}{-2y}\cdot 30 \quad \Rightarrow \quad s=-15\text{cm}$$

posición del objeto.

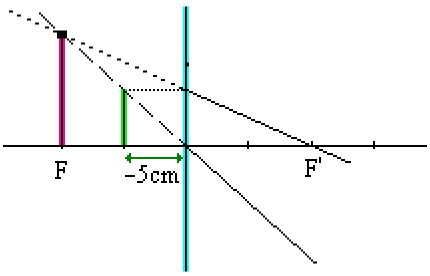
Con s y s' se puede hallar la distancia focal f, mediante la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{f}=\frac{1}{30}+\frac{1}{+15} \qquad \frac{1}{f'}=\frac{3}{30} \qquad f'=10\text{cm}$$

**b.** Se pide calcular la posición y naturaleza de la imagen de un objeto situado 5 cm delante de ella.

Siempre que un objeto se sitúa entre el foco y el centro de la lente, la imagen que se forma es virtual.(por intersección de la prolongación de rayos)

En este caso concreto, la construcción geométrica nos da sí s = –5 cm.




$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{10}+\frac{1}{-5} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{-1}{10}$$

$$s' = -10\text{cm}$$

La imagen formada es VIRTUAL, DIRECTA y de mayor tamaño que el objeto:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{y'}{y} = \frac{-10\text{cm}}{-5\text{cm}} \qquad \frac{y'}{y} = 2$$

concretamente:

$$y' = 2y$$

**Junio 2002. Cuestión 4.** Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectúe la construcción geométrica de la imagen e indique su naturaleza si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto, a:

**a)** La mitad de la distancia focal del espejo.
**b)** El triple de la distancia focal del espejo.

**Solución.**

**a.** La posición de la imagen la hallamos con:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

sabiendo que

$$s = f/2$$

obtenemos

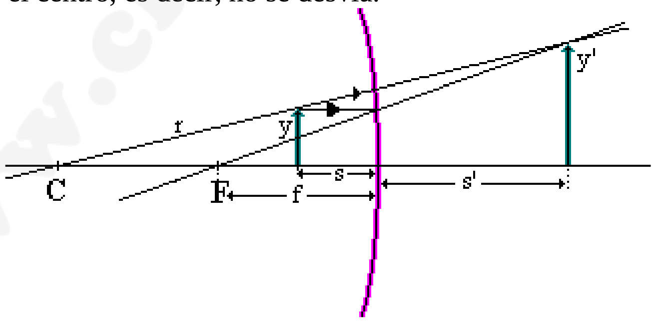
$$s' = -f$$

y su tamaño:

$$\frac{y'}{y} = \frac{-s}{s} \quad : \quad \frac{y'}{y} = \frac{f}{f/2} \quad : \quad y' = 2y$$

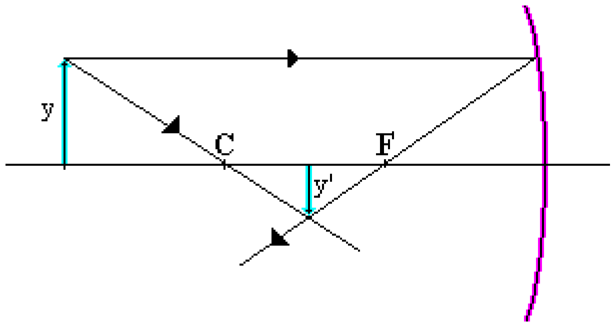
Para la construcción de la imagen, se trazan dos rayos característicos:

1- Cualquier rayo que parta del objeto paralelamente al eje óptico, se refleja en el espejo, pasando luego por el foco.
2- Cualquier rayo que pasa por el centro de curvatura del espejo, se refleja en el mismo pasando por el centro, es decir, no se desvía.




En el caso a, se ve que la imagen se produce por intersección de las prolongaciones de los rayos, no por intersección de los rayos mismos, por lo que la imagen formada es VIRTUAL, y como se ve, de mayor tamaño que el objeto.

**b.** En este, con el trazado de rayos del apartado anterior, se forma una imagen REAL, del objeto, y de menor tamaño que el mismo.




La posición de la imagen es:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}:\{si \quad s=3f\}: s'=\frac{3}{2}f$$

y el tamaño:

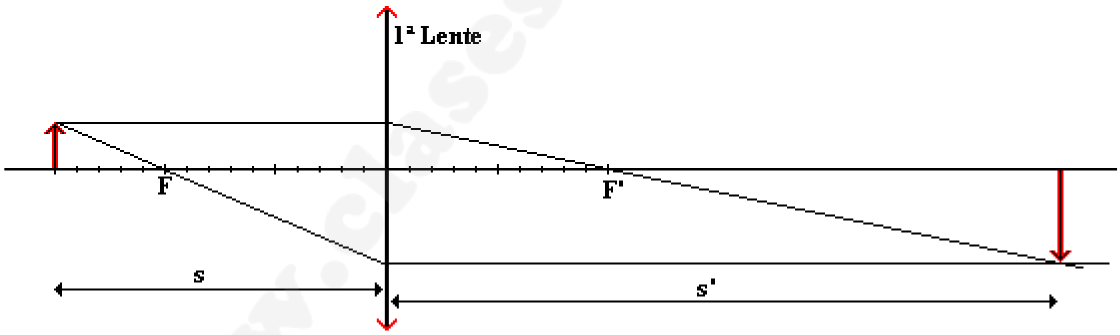
$$\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s} \quad \text{teniendo en cuenta la relación anterior} \quad y'=-\frac{1}{2}y$$

**Junio 2002. Problema 2A.** Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal (f = 10cm) separadas 40 cm. Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determine:

**a)** La posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente.
**b)** La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

**Solución.**

**a.** La construcción geométrica de la 1ª lente es:




La imagen producida por la 1º lente, como se ve en la construcción geométrica, es **real**, **invertida** y de **tamaño mayor** que el objeto.

La posición exacta de la imagen creada por la 1º lente, la hallamos a través de la ecuación:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

si: $\begin{cases} s=-15 \\ f'=10 \end{cases}$, se despeja s':

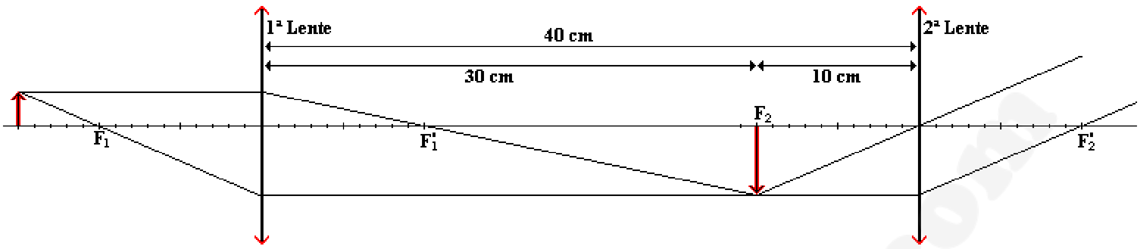
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{s} \quad : \quad \frac{1}{s'}=\frac{1}{10}+\frac{1}{-15} \quad : \quad \frac{1}{s'}=\frac{15-10}{150} \quad : \quad \frac{1}{s'}=\frac{5}{150} \quad : s'=30$$

El tamaño de esta imagen se halla con:

$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad y'=\frac{s'}{s}\cdot y \qquad y'=\frac{30}{-15}\cdot 1\text{cm} \qquad y'=-2\text{cm}$$

El signo (–) nos indica que la imagen es invertida.

**b.** La imagen de la 1º lente se sitúa en el foco objeto de la 2º lente. La construcción geométrica de la imagen formada por la 2º lente es:




Los rayos emergentes son paralelos, por lo que no se forma ninguna imagen (no hay cruce de rayos). Analíticamente, la posición de la imagen es:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{s'}=\frac{1}{10}+\frac{1}{-10} \qquad \frac{1}{s'}=0 \qquad s'=\infty$$

La imagen se formaría en el infinito. Esto es debido a que el objeto esta situado en el foco de la lente.

## Septiembre 2001. Cuestión 4.-

- **a.** Defina para una lente delgada los siguientes conceptos: foco objeto, foco imagen, distancia focal objeto y distancia focal imagen.
- **b.** Dibuje para los casos de lente convergente y de lente divergente la marcha de un rayo que
  pasa (él o su prolongación) por: $b_1$) el foco objeto; $b_2$) el foco imagen

**Solución.**

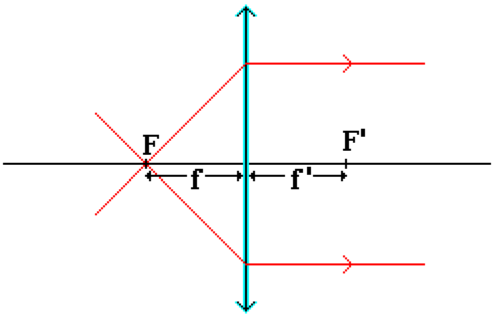
**a.** **FOCO OBJETO**: es el punto F del eje óptico, situado a una distancia f del centro de la lente, y delante de la misma (si es convergente)tal que los rayos luminosos procedentes de F, salen paralelos al eje óptico tras atravesar la lente. Análogamente, cuando un haz de rayos luminosos apunta hacia el punto F situado a una distancia – f detrás de una lente convergente, saldrán de ella paralelos al eje óptico de la lente.

**FOCO IMAGEN**: Es el punto F' situada a una distancia f ' detrás de una lente convergente, donde converge, tras atravesar la lente un haz de rayos que incide paralelamente al eje óptico.
Si incide un haz de rayos paralelamente al eje óptico en una lente divergente, el haz de rayos refractados parece proceder de un punto F' situado delante de la lente

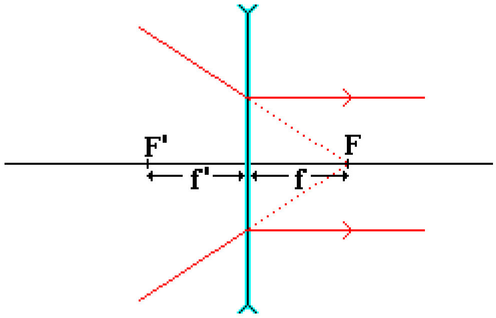
**DISTANCIA FOCAL OBJETO**: Es la distancia que hay entre el foco objeto de la lente delgada y el centro de la lente.

**DISTANCIA FOCAL IMAGEN**: distancia f ' entre el centro óptico de la lente y el foco imagen. Ambas distancias son iguales f = f', y su inversa es la potencia de la lente: $P=\frac{1}{f'}$

**$b_1$.**

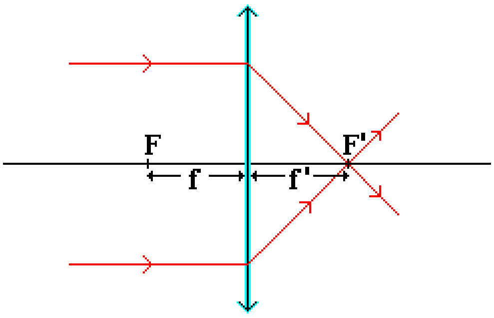



CONVERGENTE

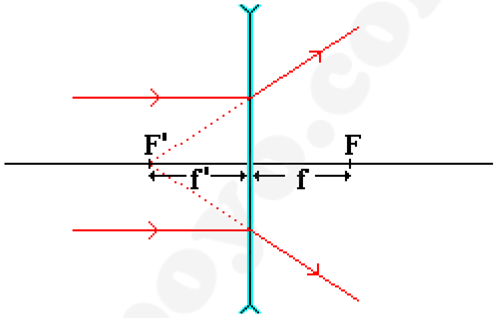



DIVERGENTE

**b₂.**




CONVERGENTE



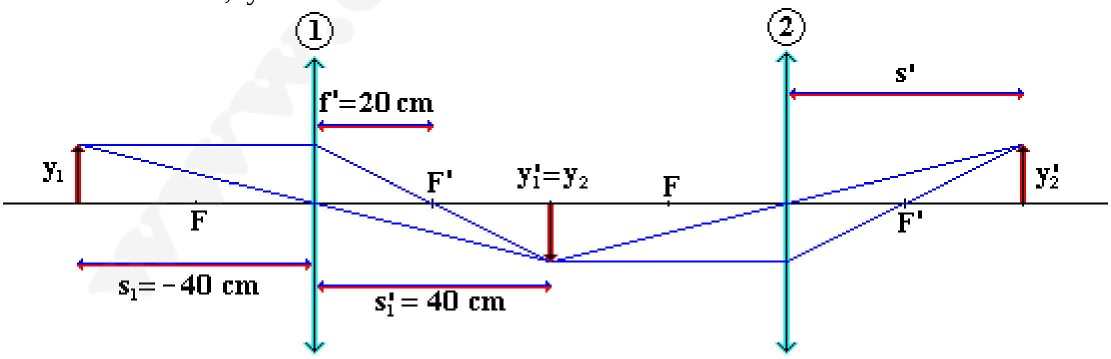

DIVERGENTE

**Septiembre 2001. Problema 1B.-** Sea un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma distancia focal (f '=20 cm), situadas con el eje óptico común a una distancia entre sí de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño y = 2 cm, está situado a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm.

- **a.** Determine la posición de la imagen final que forma el sistema óptico y efectúe su construcción geométrica.
- **b.** ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?

**Solución.**

**a.** f ‘ = 20 cm, y = 2 cm




De la ecuación de la 1º lente:

$$\frac{1}{f'_1}=\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{s_1} \qquad \frac{1}{s'_1}=\frac{1}{f'_1}+\frac{1}{s_1}$$

se calcula s’:

$$\frac{1}{s'_1}=\frac{1}{20}+\frac{1}{-40} \qquad \frac{1}{s'_1}=\frac{1}{40} \qquad s'_1 = 40\,\text{cm}$$

**Junio 2001. Problema 1B.**
Un objeto luminoso de 3 cm de altura está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia –10 dioptrías.
Determine:

- **a.** La distancia focal de la lente.
- **b.** La posición de la imagen.
- **c.** La naturaleza y el tamaño de la imagen.
- **d.** La construcción geométrica de la imagen.

**Solución.**

**a.** Distancia focal. Si P = –10 dioptrías y sabiendo que:

$$f' = \frac{1}{p} \qquad f' = \frac{-1}{10}\,\text{m} \qquad f' = -0'1\text{m} \qquad f' = -10\,\text{cm}$$

**b.** Cálculo de S'. La ecuación constructora de la lente es :

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}$$

despejamos S' y, sabiendo que S = –20 cm y f ' = –10 cm

$$\frac{1}{S'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{S} \qquad \frac{1}{S'} = \frac{1}{-10} + \frac{1}{-20} \qquad \frac{1}{S'} = \frac{-3}{20} \qquad S' = \frac{-20}{3}\text{cm} = -6'67\text{cm}$$

**c.** Una lente divergente genera siempre imágenes virtuales y de menor tamaño que el objeto. Dichas imágenes son siempre DIRECTAS.

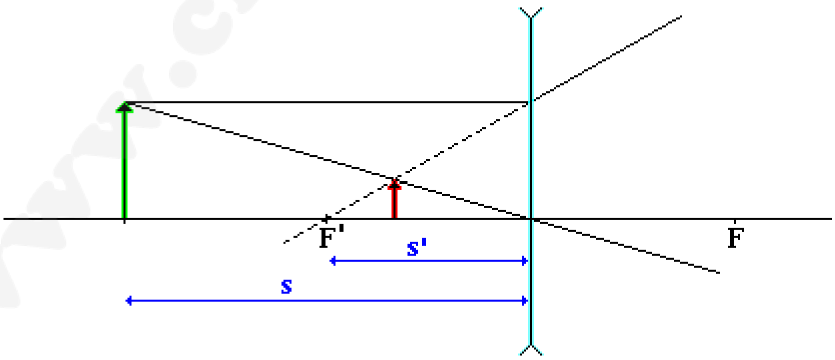
El tamaño se halla mediante la ecuación de la lente:

$$\frac{y'}{y} = \frac{S'}{S}$$

despejando y'

$$y' = y \cdot \frac{S'}{S} \qquad y' = 3 \cdot \frac{-20/3}{-20} = 1\,\text{cm}$$

**d.**




El tamaño de la imagen formada por la 1º lente:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = y\frac{s'}{s} \qquad y' = 2\frac{40}{-40} \qquad y'_1 = -2\text{cm}$$

es decir, del mismo tamaño que el objeto, pero invertida.

Esta imagen está a 40 cm de la 2º lente, y por tanto, la distancia $s_2 = -40\text{cm}$ .( la imagen de la primera lente, constituye el objeto para la segunda) Si se aplica la ecuación de la lente de nuevo:

$$\frac{1}{f'_2}=\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{s_2}$$

se obtiene que la imagen final se forma en:

$$\frac{1}{s'_2}=\frac{1}{f'_2}+\frac{1}{s_2} \qquad \frac{1}{s'_2}=\frac{1}{20}+\frac{1}{-40} \qquad s'_2=40\text{cm}$$

la posición final de la imagen será a 40 cm a la derecha de la 2ª lente, y el tamaño de la imagen final es:

$$\frac{y'_2}{y_2}=\frac{s'_2}{s_2} \qquad y'_2=y_2\cdot\frac{s'_2}{s_2} \qquad y'_2=-2\text{cm}\cdot\frac{40}{-40}$$

$$y'_2 = 2 \text{ cm}$$

La imagen final tiene el mismo tamaño que el objeto inicial. La composición de estas dos lentes no ha distorsionado el tamaño del objeto.

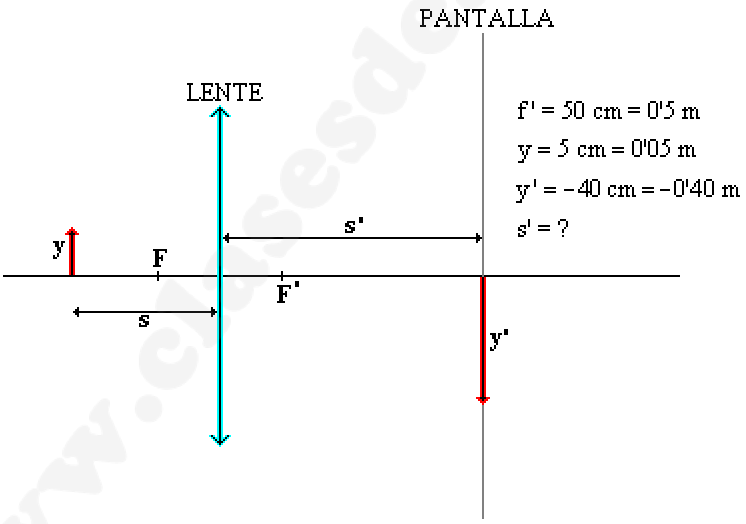
**b.** Es una imagen REAL, DIRECTA y del mismo TAMAÑO.

## Septiembre 2000. Problema 2B.-

Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño 5 cm.

**a)** Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño 40 cm.
**b)** Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5 ¿Qué valor tienen los radios de la lente y cuál es la potencia de la misma?

**Solución.**




**a.** El aumento lateral de la lente es: $\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

de modo que $\frac{s'}{s}=\frac{-0'4}{0'05}$ $\qquad s=\frac{-s'}{8}$

como se conoce f ‘:

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s} \qquad \frac{1}{0'5}=\frac{1}{s'}-\left(-\frac{1}{s'/8}\right) \qquad \frac{1}{0'5}=\frac{1}{s'}+\frac{8}{s'} \qquad \frac{1}{0'5}=\frac{9}{s'} \qquad s'=4'5\text{m}$$

Distancia de la lente a la pantalla es de 4’5 m.

**b.** Si n = 1’5

Teniendo en cuenta que: $\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=\{r_2=-r_1\}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{-r_1}\right)=(n-1)\cdot\frac{2}{r_1}$

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\cdot\frac{2}{r_1} \qquad \frac{1}{f'} = (1'5-1)\cdot\frac{2}{r_1} \Rightarrow f' = r_1 = 0'5$$

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0'5} \qquad P = 2m^{-1} = 2\ \text{dioptrias}$$