Modelo 2014. Pregunta 5A.- Una roca contiene dos isótopos radioactivos, A y B, de periodos de semidesintegración 1600 años y 1000 años, respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de núcleos de A y B era el mismo.

a) Si actualmente la roca contiene el doble de núcleos de A que de B, ¿qué edad tiene la roca?

b) ¿Qué isótopo tendrá mayor actividad 2500 años después de su formación?

Solución.

a. El número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar en una muestra pasado un tiempo t, viene dado por la expresión:

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Aplicando a cada uno de los isótopos: $\begin{cases} N_A = N_o \cdot e^{-\lambda_A \cdot t} \\ N_B = N_o \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \end{cases}$

Comparando ambas expresiones para el tiempo t_o, y siendo este el tiempo en el que se cumple que $N_A = 2 \cdot N_B$:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{2 \cdot N_B}{N_B} = \frac{N_o \cdot e^{-\lambda_A \cdot t_o}}{N_o \cdot e^{-\lambda_B \cdot t_o}} \qquad 2 = \frac{e^{-\lambda_A \cdot t_o}}{e^{-\lambda_B \cdot t_o}} = e^{t_o \cdot (\lambda_B - \lambda_A)}$$

Tomando logaritmos neperianos, se despeja el tiempo transcurrido (t_o).

$$\text{Ln } 2 = t_o \cdot (\lambda_B - \lambda_A) \qquad t_o = \frac{\text{Ln } 2}{(\lambda_B - \lambda_A)}$$

Las constantes de desintegración (λ) se calculan a partir de los periodos de semidesintegración de ambos isótopos $\left(T_{1/2} = \frac{\text{Ln}2}{\lambda}\right)$.

$$\lambda_A = \frac{\text{Ln}2}{T_{1/2}(A)} = \frac{\text{Ln}2}{1600} = 4{,}33 \times 10^{-4} \text{ año}^{-1} \qquad \lambda_B = \frac{\text{Ln}2}{T_{1/2}(B)} = \frac{\text{Ln}2}{1000} = 6{,}93 \times 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

Sustituyendo loas constantes en la expresión del tiempo transcurrido:

$$t_o = \frac{\text{Ln } 2}{(\lambda_B - \lambda_A)} = \frac{\text{Ln } 2}{\left(6{,}93 \times 10^{-4} - 4{,}33 \times 10^{-4}\right)} = 2665{,}95 \text{ años}$$

b. La actividad de una muestra, es el número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar multiplicados por la constante de radioactividad, representa la velocidad de desintegración, es decir, el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo.

$$A = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Aplicando la definición de actividad a cada uno de los isótopos y comparando:

$$\left.\begin{aligned} A_A &= \lambda_A \cdot N_o \cdot e^{-\lambda_A \cdot t} \\ A_B &= \lambda_B \cdot N_o \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \end{aligned}\right\} : \frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A \cdot N_o \cdot e^{-\lambda_A \cdot t}}{\lambda_B \cdot N_o \cdot e^{-\lambda_B \cdot t}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \cdot e^{(\lambda_B - \lambda_A) t}$$

Sustituyendo por los datos

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \cdot e^{(\lambda_B - \lambda_A) t} = \frac{4{,}33 \times 10^{-4}}{6{,}93 \times 10^{-4}} \cdot e^{\left(6{,}93 \times 10^{-4} - 4{,}33 \times 10^{-4}\right) 2500} = 1{,}20 > 1$$

$$\frac{A_A}{A_B} > 1 \qquad \mathbf{A_A > A_B}$$

Pasados 2500 años, la actividad del isótopo A es mayor que la del isótopo B.

Septiembre 2013. Pregunta 4A.- Dos muestras de material radioactivo, A y B, se prepararon con tres meses de diferencia. La muestra A, que se preparó en primer lugar, contenía doble cantidad de cierto isótopo radioactivo que la B. En la actualidad, se detectan 2000 desintegraciones por hora en ambas muestras. Determine:

a) El periodo de semidesintegración del isótopo radioactivo.

b) La actividad que tendrán ambas muestras dentro de un año.

Solución.

a. El periodo de semidesintegración $\left(T_{1/2}\right)$ o periodo de semivida es el tiempo que debe transcurrir para que el número de núcleos presentes en una determinada muestra se reduzca a la mitad. Se puede expresar en función de la constante de desintegración (λ), y esta expresión se obtiene si en la ecuación fundamental de la radioactividad $\left(N = N_o e^{-\lambda t}\right)$ se sustituye N por $N_o/2$, obteniendo:

$$\frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad T_{1/2} = \frac{\text{Ln } 2}{\lambda}$$

Para calcular la constante de desintegración nos dan los siguientes datos:

$$A_A(t_1) = A_B(t_2) = 2000\ h^{-1} \text{ siendo } t_1 = t_2 + 3 \text{ meses} = t_2 + 2160\ h \text{ y } N_o(A) = 2N_o(B)$$

$$\left.\begin{array}{r} A = \lambda \cdot N \\ N = N_o \cdot e^{-\lambda t} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} A_A = \lambda \cdot N_A = \lambda \cdot N_o(A) \cdot e^{-\lambda t_1} \\ A_B = \lambda \cdot N_B = \lambda \cdot N_o(B) \cdot e^{-\lambda t_2} \end{array}\right.$$

Igualando:

$$\lambda \cdot N_o(A) \cdot e^{-\lambda t_1} = \lambda \cdot N_o(B) \cdot e^{-\lambda t_2} \qquad \frac{N_o(A)}{N_o(B)} = \frac{e^{-\lambda t_2}}{e^{-\lambda t_1}}$$

Teniendo en cuenta los datos:

$$\frac{2 \cdot N_o(B)}{N_o(B)} = e^{\lambda(t_1 - t_2)} \qquad 2 = e^{\lambda(t_2 + 2160 - t_2)} \qquad 2 = e^{2160\lambda} \qquad \lambda = \frac{\text{Ln}2}{2160}$$

Conocida la constante se calcula el periodo de semidesintegración.

$$T_{1/2} = \frac{\text{Ln } 2}{\lambda} = \frac{\text{Ln } 2}{\text{Ln } 2/2160} = 2160\ h$$

b. La actividad de una muestra viene expresada en función del tiempo y la actividad inicial por:

$$A = A_o \cdot e^{-\lambda t}$$

Si se considera la actividad inicial como la actividad que tiene en el momento actual, y la constante de desintegración la despejamos del periodo de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\text{Ln } 2}{T_{1/2}} = \frac{\text{Ln } 2}{2160} = 3{,}21 \times 10^{-4}\ h^{-1}$$

$$A(t) = 2000 \cdot e^{-3{,}21 \times 10^{-4}\ t}$$

Siendo t el tiempo expresado en horas

$$A(1 \text{ año}) = 2000 \cdot e^{-3{,}21 \times 10^{-4}\ 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 141{,}8\ h^{-1}$$

Junio 2013. Pregunta 4A.- La vida media de un elemento radioactivo es de 25 años. Calcule:

a) El tiempo que tiene transcurrir para que una muestra del elemento radioactivo reduzca su actividad al 70%.

b) Los procesos de desintegración que se producen cada minuto en una muestra que contiene 10^9 núcleos radioactivos.

Solución.

a. Se pide calcular el tiempo para que $A = \frac{70}{100} A_o$, teniendo en cuenta que $A = \lambda N$:

$$\lambda N = 0{,}7\ \lambda N_o \qquad N = 0{,}7\ N_o$$

Aplicando la ecuación fundamental la desintegración $\left(N = N_o e^{-\lambda t}\right)$:

$$N_o e^{-\lambda t} = 0{,}7 N_o \qquad e^{-\lambda t} = 0{,}70 \qquad \text{Ln}\left(e^{-\lambda t}\right) = \text{Ln}0{,}7 \qquad -\lambda t = \text{Ln}0{,}7$$

$$t = -\frac{\text{Ln}0{,}7}{\lambda}$$

La constante de desintegración (λ) se obtiene de la vida media (τ) del elemento.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{25} a^{-1}$$

$$t = -\frac{Ln0,7}{1/25\,a^{-1}} = 8,9\ a$$

b. El número de núcleos desintegrados en 60 segundos, es la diferencia entre el número de núcleos iniciales y el número de núcleos que quedan sin desintegrar pasado ese tiempo.

$$n^o\ \text{núcleos desintegrados} = N_o - N(t=60) = N_o - N_o e^{-\lambda \cdot 60}$$

$$n^o\ \text{núcleos desintegrados} = N_o\left(1 - e^{-\lambda \cdot 60}\right) = 10^9 \cdot \left(1 - e^{-1,268\times10^{-9}\cdot 60}\right) = 76,1\ \text{nucleos}/\text{min}$$

Modelo 2013. Pregunta 5A.- El Co-60 es un elemento radiactivo cuyo período de semidesintegración es de 5,27 años. Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva de Co-60 de 2 g de masa. Calcule:

a) La masa de Co-60 desintegrada después de 10 años.

b) La actividad de la muestra después de dicho tiempo.

Dato: Número de Avogadro: $N = 6,023\times10^{23}$ mol–1

Solución.

a. El número de núcleos (N) que quedan sin desintegrar de un material radioactivo pasado un tiempo t, viene dado por la expresión:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Donde N_o representa el número de núcleos iniciales y λ es la constante de desintegración. Esta ecuación también se puede expresar en función de la masa inicial de núcleos radioactivos (m_o) y de la masa existente (m) después de transcurrir un tiempo determinado.

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

La constante de desintegración se puede obtener a partir del periodo de semidesintegración ($T_{½}$), que representa el tiempo necesario para que la muestra se reduzca a la mitad.

$$\left.\begin{array}{l} N = N_o e^{-\lambda t} \\ N = N_o/2 \end{array}\right\} : \frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad Ln2 = \lambda T_{1/2} \qquad \lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{Ln2}{5,27} = 0,1315\ \text{año}^{-1}$$

$$m = m_o e^{-\lambda t} = 2 \cdot e^{-0,1315\cdot 10} = 0,537\ g$$

La masa desintegrada es la diferencia entre la inicial y la que queda sin desintegrar.

$$m = 2 - 0,537 = 1,463\ g$$

b. La actividad de una muestra de una sustancia radioactiva es el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo.

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \left|\frac{d}{dt} N_o e^{-\lambda t}\right| = \lambda N_o e^{-\lambda t} = \lambda N$$

$$N = n \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{0,537 g}{60\ g/mol} \cdot 6,023\times10^{23}\ \frac{\text{nucleos}}{\text{mol}} = 5,39\times10^{21}\ \text{nucleos}$$

$$\lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{Ln2}{5,27\cdot 365\cdot 24\cdot 3600} = 4,17\times10^{-9}\ s^{-1}$$

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N = 4,17\times10^{-9} \cdot 5,39\times10^{21} = 2,25\times10^{13}\ Bq$$

Septiembre 2012. Pregunta 5B.- El periodo de semidesintegración de un isótopo radiactivo es de 1840 años. Si inicialmente se tiene una muestra de 30 g de material radiactivo,

a) Determine que masa quedara sin desintegrar después de 500 años.

b) ¿Cuanto tiempo ha de transcurrir para que queden sin desintegrar 3 g de la muestra?

Solución.

a. El número de núcleos (N) que quedan sin desintegrar de un material radioactivo pasado un tiempo t, viene dado por la expresión:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Donde N_o representa el número de núcleos iniciales y λ es la constante de desintegración. Esta ecuación también se puede expresar en función de la masa inicial de núcleos radioactivos (m_o) y de la masa existente (m) después de transcurrir un tiempo determinado.

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

La constante de desintegración se puede obtener a partir del periodo de semidesintegración ($T_{½}$), que representa el tiempo necesario para que la muestra se reduzca a la mitad.

$$\left.\begin{array}{l} N = N_o e^{-\lambda t} \\ N = N_o/2 \end{array}\right\} : \frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad Ln2 = \lambda T_{1/2} \qquad \lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{Ln2}{1840} = 3{,}767\times10^{-4}\,\text{año}^{-1}$$

$$m = m_o e^{-\lambda t} = 30 \cdot e^{-3{,}767\times10^{-4}\cdot 500} = 24{,}85\,g$$

b. $m = m_o e^{-\lambda t}$ $\qquad e^{-\lambda t} = \frac{m}{m_o}$ $\qquad -\lambda t = Ln\frac{m}{m_o}$ $\qquad t = \frac{-1}{\lambda} Ln\frac{m}{m_o}$

$$t = \frac{-1}{3{,}767\times10^{-4}} Ln\frac{3}{30} = 6112{,}5\,\text{años}$$

Junio 2012. Pregunta 5A.- Se dispone de 20 g de una muestra radioactiva y transcurridos 2 días se han desintegrado 15 g de la misma. Calcule

a) La constante de desintegración radiactiva de dicha muestra

b) El tiempo que debe transcurrir para que se desintegre el 90% de la muestra

Solución.

a. El número de núcleos que quedan sin desintegrar pasado un cierto tiempo de una muestra radioactiva viene dado por la ecuación fundamental de la radioactividad, que una vez integrada queda:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Siendo N_o el número de núcleos iniciales, y λ la constante de desintegración caracteristica de cada elemento.

Teniendo en cuenta $N = \frac{m}{M.at.}$: $n_o = \frac{m_o}{M.at.}$

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

Aplicando los datos del enunciado: $\left\{\begin{array}{l} m_o = 20\,g \\ t = 2\,\text{días} \rightarrow m = 20 - 15 = 5\,g \end{array}\right.$

$$5 = 20\,e^{-\lambda\cdot 2d}$$

Tomando logaritmos neperianos se despeja la constante:

$$-2\lambda = Ln\frac{5}{20} \qquad \lambda = -\frac{1}{2} Ln\frac{1}{4} = 0{,}69\,d^{-1}$$

b. Si se ha desintegrado el 90% de la muestra, quedará sin desintegrar el 10%:

$$m = 10\%\, m_o = \frac{10}{100} m_o$$

Sustituyendo en la ecuación general.

$$\frac{10}{100} m_o = m_o \cdot e^{-0,69\,t} \quad : \quad t = -\frac{Ln0,1}{0,69} = 3,34\, d = 3d\, 8h\, 5min$$

Septiembre 2011. Problema 2B.- La constante radioactiva del Cobalto-60 es 0,13 años^{-1} y su masa atómica es 59,93 u. Determine:

- **a)** El periodo de semidesintegración del isótopo.
- **b)** La vida media del isótopo.
- **c)** La actividad de una muestra de 20 g del isótopo.
- **d)** El tiempo que ha de transcurrir para que en la muestra anterior queden 5 g del isótopo.

Dato: *Nº de Avogadro* = $6,02 \cdot 10^{23}$ núcleos/mol.

Solución.

a. $$T_{1/2} = \frac{Ln\, 2}{\lambda} = \frac{Ln\, 2}{0,13} = 5,33\, años$$

b. $$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,13} = 7,69\, años$$

c. $$A = \lambda \cdot N = 0,13\, año^{-1} \cdot \frac{año}{365 \cdot 24 \cdot 3600\, s} \cdot 20\, g \cdot \frac{6,02 \times 10^{23}\, nucleos}{59,93\, g} = 8,28 \times 10^{14}\ Bq$$

d. $$m = m_o e^{-\lambda t} \quad ; \quad \frac{m}{m_o} = e^{-\lambda t} \quad ; \quad \frac{\frac{1}{4} m_o}{m_o} = e^{-\lambda t} \quad ; \quad e^{-\lambda t} = \frac{1}{4}$$

$$-\lambda t = Ln \frac{1}{4} \quad ; \quad \lambda t = Ln\, 4 \quad ; \quad t = \frac{Ln\, 4}{\lambda} = \frac{Ln\, 4}{0,13} = 10,7\, años$$

Junio 2011. Cuestión 3B.- Se tiene una muestra de 80 mg del isótopo ^{226}Ra cuya vida media es de 1600 años.

- **a)** ¿Cuánta masa del isótopo quedará al cabo de 500 años?
- **b)** ¿Qué tiempo se requiere para que su actividad se reduzca a la cuarta parte?

Solución.

a. Ecuación fundamental de la radioactividad:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Donde:

- $N \equiv$ nº de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar
- $N_o \equiv$ nº de núcleos radioactivos iniciales
- $\lambda \equiv$ constante de desintegración
- $t \equiv$ tiempo

Esta ecuación también se puede expresar en función de las masas.

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

La constante de desintegración se calcula a partir del dato de vida media, tiempo necesario que por término medio tardará un núcleo en desintegrarse. La vida media (τ) es el inverso de la constante de desintegración.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \;;\; \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1600}\,a^{-1}$$

Aplicando los datos a le ecuación general, se calcula la masa de isótopo radioactivo que quedará 500 años después.

$$m = 80\,e^{-\frac{1}{1600}\cdot 500} = 58{,}9\ \text{mg}$$

b. Se define actividad (A) de una sustancia radioactiva como el número de desintegraciones que se producen en la unidad de tiempo. La actividad de una sustancia se puede expresar en función de la actividad inicial.

$$A = A_o e^{-\lambda t}$$

Si la actividad se reduce a la cuarta parte de la inicial $A = \frac{1}{4} A_o$

$$\frac{1}{4} A_o = A_o e^{-\lambda t} \;;\; \frac{1}{4} = e^{-\lambda t} \;;\; Ln\frac{1}{4} = -\lambda t \;;\; t = \frac{Ln\,4}{\lambda} = \frac{Ln\,4}{1/1600} = 2218\ \text{años}$$

Septiembre 2010 F.M. Cuestión 3B.- El tritio es un isótopo del hidrógeno de masa atómica igual a 3,016 u. Su núcleo está formado por un protón y dos neutrones.

- **a)** Defina el concepto de defecto de masa y calcúlelo para el núcleo de tritio.
- **b)** Defina el concepto de energía media de enlace por nucleón y calcúlelo para el caso del tritio, expresando el resultado en unidades de MeV.

Datos: Masa del protón m_p = 1,0073 u; Masa del neutrón m_n = 1,0087 u
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1{,}6\times10^{-19}$ C
Unidad de masa atómica u = $1{,}67\times10^{-27}$ kg; Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^{8} m/s

Solución.

a. Se define el defecto de masa como la diferencia entre la suma de las masas de los protones y neutrones que forman el núcleo y la masa de núcleo.

$$\Delta m = Z\cdot m_p + (A - Z)\cdot m_n - M$$

Siendo Z el número de protones o número atómico, A el número másico, A–Z el número de neutrones y M la masa atómica.

$$\Delta m = 1\cdot 1{,}0073 + 2\cdot 1{,}0087 - 3{,}0016 = 8{,}7\times10^{-3}\,u$$

b. Se define energía de enlace o energía de ligadura del núcleo, a la energía que equivale al defecto de masa de acuerdo con la ecuación de Einstein $\left(E = \Delta m\cdot c^2\right)$. La energía de enlace por nucleón es la energía de enlace del núcleo dividida por el número de nucleones (partículas) que forman el núcleo.

$$E = \Delta m\cdot c^2 = 8{,}7\times10^{-3}\,u\cdot 1{,}67\times10^{-27}\,\frac{kg}{u}\cdot\left(3\times10^{8}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 1{,}31\times10^{-12}\,J$$

$$E = 1{,}31\times10^{-12}\,J\cdot\frac{1}{1{,}6\times10^{-19}\,J/eV}\cdot 10^{-6}\,\frac{MeV}{eV} = 8{,}17\ MeV$$

Teniendo en cuenta que el núcleo del tritio esta formado por tres nucleones (1 protón + 2 neutrones), la energía de enlace por nucleón es:

$$E = \frac{8{,}17}{3} = 2{,}72\ MeV/\text{nucleón}$$

Septiembre 2010 F.G. Cuestión 3B.- Una muestra de un organismo vivo presenta en el momento de morir una actividad radiactiva por cada gramo de carbono, de 0,25 Bq correspondiente al isótopo ^{14}C. Sabiendo que dicho isótopo tiene un periodo de semidesintegración de 5730 años, determine:

a) La constante radiactiva del isótopo ^{14}C.

b) La edad de una momia que en la actualidad presenta una actividad radiactiva correspondiente al isótopo 14 C de 0,163 Bq, por cada gramo de carbono.

Datos: 1 Bq = 1 desintegración/segundo.

Considere 1 año = 365 días

Solución.

a. La constante radioactiva se puede calcular conociendo la actividad inicial y el periodo de semidesintegración. Según la ecuación fundamental de la radioactividad el número de núcleos activos en función del tiempo es:

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda t}$$

Si se aplica esta ecuación al periodo de semidesintegración ($T_{½}$ tiempo necesario para que el número de núcleos iniciales se reduzca a la mitad) se obtiene:

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda T_{½}} \; : \; \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{½}}$$

Tomando logaritmos, se despeja la constante radioactiva.

$$-\lambda T_{½} = \text{Ln}\frac{1}{2} \; : \; \lambda = \frac{\text{Ln}2}{T_{½}} = \frac{\text{Ln}2}{5730\text{ años}} = 1{,}21\times 10^{-4}\, a^{-1}$$

b. La ecuación fundamental de la radioactividad se puede expresar en función de la actividad inicial (A_o) y la actividad de la muestra transcurrido un determinado tiempo.

$$A = A_o \cdot e^{-\lambda t}$$

Tomando logaritmos se despeja el tiempo en función de la actividad.

$$-\lambda t = \text{Ln}\frac{A}{A_o} \; : \; t = \frac{1}{\lambda}\text{Ln}\frac{A_o}{A} = \frac{1}{1{,}21\times 10^{-4}\, a^{-1}}\text{Ln}\frac{0{,}25}{0{,}163} = 3563\text{ años}$$

Junio 2010. F.G. Cuestión 3B.- De 1os 120 g iniciales de una muestra radiactiva se han desintegrado, en 1 hora, el 10% de los núcleos. Determine:

a) La constante de desintegración radiactiva y el periodo de semidesintegración de la muestra.

b) La masa que quedará de la sustancia radiactiva transcurridas 5 horas.

Solución.

a. La ecuación fundamental de la radioactividad:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

se puede expresar en función de la masa inicial de los núcleos radioactivos (m_o) y de la masa existente (m) después de transcurrir un tiempo determinado.

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

Aplicando los datos del enunciado:

$$\text{Para } t = 1 \text{ h: } m = m_o - \frac{10}{100}m_o = \frac{90}{100}m_o = 0{,}9m_o$$

$$0{,}9m_o = m_o e^{-\lambda \cdot 1} \; : \; e^{-\lambda} = 0{,}9 \; : \; \lambda = -\text{Ln}\,0{,}9 = 0{,}105\,h^{-1}.$$

Se denomina periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) al tiempo que debe transcurrir para que el número de núcleos presentes en una muestra se reduzca a la mitad, su calculo se puede realizar haciendo que $N = N_o/2$ ó $m = m_o/2$, en la ecuación fundamental de la radioactividad.

$$\frac{m_o}{2} = m_o e^{-\lambda T_{1/2}} \; : \; T_{1/2} = \frac{1}{\lambda}\text{Ln }2 = \frac{1}{0{,}105\,h^{-1}}\text{Ln }2 = 6{,}58\,h$$

b. $m = m_o e^{-\lambda\, t} = 120 \cdot e^{-0{,}105 \cdot 5} = 70{,}86\ g$

Septiembre 2009. Problema 2A.- En un tiempo determinado, una fuente radiactiva A tiene una actividad de $1{,}6\times10^{11}$ Bq y un periodo de semidesintegración de $8{,}983\times10^{5}$ s y una segunda fuente B tiene una actividad de $8{,}5\times10^{11}$ Bq. Las fuentes A y B tienen la misma actividad 45,0 días más tarde. Determine:

- **a)** La constante de desintegración radiactiva de la fuente A.
- **b)** El número de núcleos iniciales de la fuente A.
- **c)** El valor de la actividad común a los 45 días.
- **d)** La constante de desintegración radiactiva de la fuente B.

Nota: 1 *Bq = 1 desintegración/segundo*

Solución.

a. La constante radioactiva se puede calcular a partir del periodo de semidesinteración.

$$T_{1/2} = \frac{Ln\ 2}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{Ln\ 2}{T_{1/2}} = \frac{Ln\ 2}{8{,}983\times10^{5}} = 7{,}716\times10^{-7} s^{-1}$$

b. Conocida la actividad y la constante de desintegración se puede calcular el número de núcleos que hay en ese instante.

$$A = \lambda \cdot N \ :\ N_o = \frac{A_o}{\lambda} = \frac{1{,}6\times10^{11} Bq}{7{,}716\times10^{-7} s^{-1}} = 2{,}07\times10^{17}\ \text{Núcleos}$$

c. Conocida la actividad en el momento actual, se puede calcular al actividad 45 días después.

$$A = A_o \cdot e^{-\lambda\, t} = 1{,}6\times10^{11} \cdot e^{-7{,}716\times10^{-7} \cdot 45 \cdot 24 \cdot 3600} = 8\times10^{9} Bq$$

d. Conociendo la actividad en el instante inicial y 45 días después, se calcula la constante de desintegración de la fuente B.

$$A = A_o \cdot e^{-\lambda\, t} \ :\ 8\times10^{9} = 8{,}5\times10^{11} \cdot e^{-\lambda \cdot 45 \cdot 24 \cdot 3600}$$

$$\lambda = \frac{-1}{45 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot Ln \frac{8\times10^{9}}{8{,}5\times10^{11}} = 1{,}2\times10^{-6} s^{-1}$$

Junio 2009. Cuestión 5.- Una roca contiene dos isótopos radiactivos A y B de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de A y B era el mismo (10^{15} núcleos) en cada una de ellas.

- **a)** ¿Qué isótopo tenia una actividad mayor en el momento de su formación?
- **b)** ¿Qué isótopo tendrá una actividad mayor 3000 años después de su formación?

Nota: Considere 1 *año* = 365 *días*

Solución.

a. Se define la actividad de una muestra radioactiva como el valor absoluto de la velocidad de desintegración, y viene expresada por:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda \cdot N$$

Donde λ es la constante radioactiva de la especie y N es el número de núcleos de la especie presentes

La constante radioactiva se puede obtener del periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2}=\frac{\text{Ln }2}{\lambda}\ :\ \lambda=\frac{\text{Ln }2}{T_{1/2}}\ :\ \begin{cases}\lambda_A=\dfrac{\text{Ln }2}{T_{1/2}(A)}=\dfrac{\text{Ln }2}{1600\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}=1{,}37\times10^{-11}\,s^{-1}\\ \lambda_B=\dfrac{\text{Ln }2}{T_{1/2}(B)}=\dfrac{\text{Ln }2}{1000\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}=2{,}2\times10^{-11}\,s^{-1}\end{cases}$$

La actividad inicial de cada isótopo será:

$$A_A=\lambda_A\cdot N_o=1{,}37\times10^{-11}\cdot10^{15}=13700\text{ Bq}$$
$$A_B=\lambda_B\cdot N_o=2{,}2\times10^{-11}\cdot10^{15}=22000\text{ Bq}$$

$$A_o(B)>A_o(A)$$

b. La actividad a t > 0 se puede relacionar con la actividad inicial ($A = \lambda$ N), comparando sus expresión.

$$\frac{A}{A_o}=\frac{\lambda N}{\lambda N_o}\ :\ A=A_o\frac{N}{N_o}$$

Si: $N=N_o e^{-\lambda t}$

$$A=A_o\frac{N_o e^{-\lambda t}}{N_o}\ :\ A=A_o e^{-\lambda t}$$

Aplicando esta relación a cada isótopo:

$$A(A)=A(A)_o\cdot e^{-\lambda_A t}=13700\cdot e^{-1{,}37\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600}=3748\text{ Bq}$$
$$A(B)=A(B)_o\cdot e^{-\lambda_B t}=22000\cdot e^{-2{,}2\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600}=2745\text{ Bq}$$

Pasados 3000 años, tendrá mayor actividad el isótopo A.

Otra forma de resolver este apartado, seria calcular primero el número de núcleos que quedan en la muestra sin desintegrar, y a continuación calcular la actividad mediante la expresión $A = \lambda$ N.

Para calcular el número de núcleos que no se han desintegrado se parte de la ley de desintegración radiactiva:

$$\frac{dN}{dt}=-\lambda N$$

Separando variables e integrando entre t = 0 y t = t, se obtiene la expresión del número de núcleos que quedan en la muestra en función del tiempo y del número de núcleos iniciales.

$$\frac{dN}{dt}=-\lambda N\ :\ \frac{dN}{N}=-\lambda dt\ :\ \int_{N_o}^{N}\frac{dN}{N}=-\lambda\int_0^t dt$$

Donde N_o es el número de núcleos iniciales y N es el número de núcleos a tiempo t. Integrando la expresión:

$$L\frac{N}{N_o}=-\lambda t\ :\ N=N_o e^{-\lambda t}$$

Para t = 3000 años, el número de núcleos del isótopo A es:

$$N(A)=N(A)_o e^{-\lambda_A t}=10^{15}e^{-1{,}37\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600}=2{,}74\times10^{14}\text{ nucleos}$$

Para el isótopo B:

$$N(B)=N(B)_o e^{-\lambda_B t}=10^{15}e^{-2{,}2\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600}=1{,}25\times10^{14}\text{ nucleos}$$

Conocido el número de núcleos cuando han pasado 3000 años, se calcula la actividad

$$A_A = \lambda_A \cdot N = 1{,}37\times10^{-11} \cdot 2{,}74\times10^{14} = 3754\,\text{Bq}$$

$$A_B = \lambda_B \cdot N = 2{,}2\times10^{-11} \cdot 1{,}25\times10^{14} = 2750\,\text{Bq}$$

Pasados 3000 años, tendrá mayor actividad el isótopo A.

Modelo 2009. Problema 2A.- El periodo de semidesintegración del ^{228}Ra es de 5,76 años mientras que el de ^{224}Ra es de 3,66 días. Calcule la relación que existe entre las siguientes magnitudes de estos dos isótopos:

a) Las constantes radiactivas.
b) Las vidas medias.
c) Las actividades de 1 g de cada isótopo.
d) Los tiempos para los que el número de núcleos radiactivos se reduce a la cuarta parte de su valor inicial.

Solución.

a. El número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar en una muestra al cabo de un tiempo t viene dado por la expresión:

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda t}$$

Donde N_o es el número de núcleos iniciales, t es el tiempo transcurrido y λ es la constante radioactiva o constante de desintegración.

Para calcular la relación entre las constantes radioactivas del ^{228}Ra y ^{224}Ra se aplica a la ecuación anterior el periodo de semidesintegración, o tiempo necesario para que se reduzca la muestra inicial a la mitad, se despeja la constante y se dividen las expresiones.

$$^{228}\text{Ra}: T_{1/2} = 5{,}76\,\text{años}\times 365{,}25\,\text{día}/\text{año} = 2103{,}84\,\text{días}: \frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda_{228}\,2103{,}84}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-2103{,}84\,\lambda_{228}} \quad : \quad \text{Ln}\frac{1}{2} = -2103{,}84\,\lambda_{228} \quad : \quad \lambda_{228} = \frac{\text{Ln}2}{2103{,}84}$$

$$^{224}\text{Ra}: T_{1/2} = 3{,}66\,\text{días}: \frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda_{224}\,3{,}66}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-3{,}66\,\lambda_{224}} \quad : \quad \text{Ln}\frac{1}{2} = -3{,}66\,\lambda_{224} \quad : \quad \lambda_{224} = \frac{\text{Ln}2}{3{,}66}$$

La relación pedida se obtiene dividiendo las expresiones de las constantes radioactivas.

$$\frac{\lambda_{224}}{\lambda_{228}} = \frac{\dfrac{\text{Ln}2}{3{,}66}}{\dfrac{\text{Ln}2}{2103{,}84}} = \frac{2103{,}84}{3{,}66} = 574{,}8 \Rightarrow \lambda_{224} = 574{,}8\,\lambda_{228}$$

La constante del ^{224}Ra es 574.8 veces mayor que el del ^{228}Ra

b. Se define la vida media (τ) de un isótopo radioactivo como el tiempo que tarda un núcleo elegido al azar en desintegrarse.

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Para el ^{228}Ra: $\tau_{228} = \dfrac{1}{\lambda_{228}}$

Para el ^{224}Ra: $\tau_{224} = \dfrac{1}{\lambda_{224}}$

La relación entre ambas magnitudes se obtiene dividiendo:

$$\frac{\tau_{228}}{\tau_{224}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{228}}}{\frac{1}{\lambda_{224}}} = \frac{\lambda_{224}}{\lambda_{228}} = 574{,}8 \Rightarrow \tau_{228} = 574{,}8\,\tau_{224}$$

La vida mediad el ^{228}Ra es 574,43 veces menor que el del ^{224}Ra.

c. Se llama actividad o velocidad de desintegración (A) de una sustancia radioactiva al número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$$

Por ser una magnitud proporcional a la constante radioactiva (λ), la relación entre las actividades de los dos isótopos del radio será la misma que entre que constantes.

La actividad del ^{224}Ra es 574,43 veces mayor que el del ^{228}Ra.

d. El tiempo necesario para que el número de núcleos se reduzca a la cuarta parte de su valor inicial es igual a dos periodos de desintegración, ya que el número de núcleos ha de reducirse a la mitad dos veces sucesivas.

$$\frac{t_{1/4}\left(^{228}\text{Ra}\right)}{t_{1/4}\left(^{224}\text{Ra}\right)} = \frac{2\cdot T_{1/2}\left(^{228}\text{Ra}\right)}{2\cdot T_{1/2}\left(^{224}\text{Ra}\right)} = \frac{T_{1/2}\left(^{228}\text{Ra}\right)}{T_{1/2}\left(^{224}\text{Ra}\right)} = \frac{2103{,}84}{3{,}66} = 574{,}43$$

El ^{224}Ra tardará 574.43 veces más que el ^{228}Ra.

Septiembre 2008. Problema 1A.- En una muestra de azúcar hay $2{,}1\times10^{24}$ átomos de carbono. De éstos, uno de cada
10^{12} átomos corresponden al isótopo radiactivo ^{14}C. Como consecuencia de la presencia de dicho isótopo la actividad de la muestra de azúcar es de 8,1 Bq.

- **a)** Calcule el número de átomos radiactivos iniciales de la muestra y la constante de desintegración radiactiva (λ) del ^{14}C.
- **b)** ¿Cuántos años han de pasar para que la actividad sea inferior a 0,0l Bq?
  Nota: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

Solución.

a. El número de átomos radioactivos (^{14}C) es una proporción de la muestra tal como indica el enunciado.

$$\frac{^{14}C}{C} = \frac{1}{10^{12}} \Rightarrow \text{nº at }^{14}C = \frac{1}{10^{12}}\text{nº at C} = \frac{1}{10^{12}}\cdot 2{,}1\times10^{24} = 2{,}1\times10^{12}$$

Con el número de átomos radioactivos iniciales y la actividad inicial de la muestra (A_o = 8,1 Bq) se calcula la constante de desintegración (λ).

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \;:\; \lambda = \frac{A_o}{N_o} = \frac{8{,}1\,\text{at}/\text{s}}{2{,}1\times10^{12}\,\text{at}} = 3{,}86\times10^{-12}\,\text{s}^{-1}$$

b. Teniendo en cuenta la relación existente entre el número de núcleos existentes y la actividad, para que la actividad sea menor a 0,01 Bq, el número de núcleos debe cumplir:

$$\left.\begin{array}{l} A = \lambda N \\ A < 0.01 \end{array}\right\} : \lambda N < 0{,}01 \;:\; N < \frac{0{,}01}{3{,}86\times10^{-12}} = 2{,}59\times10^{9}$$

El tiempo necesario para que el número de núcleos radioactivos se reduzca al nivel que marca la actividad pedida se puede obtener a partir de la expresión que relaciona el número de núcleos con el tiempo.

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda t} \ : \ \frac{N}{N_o} = e^{-\lambda t} \ : \ \text{Ln}\frac{N}{N_o} = \text{Ln}\, e^{-\lambda t} \ : \ -\lambda t = \text{Ln}\frac{N}{N_o} \ : \ t = -\frac{1}{\lambda}\text{Ln}\frac{N}{N_o}$$

$$t = -\frac{1}{3{,}86\times10^{-12}}\text{Ln}\frac{2{,}59\times10^{9}}{2{,}1\times10^{12}} = 1{,}74\times10^{12}\,\text{s} \approx 55175 \text{ años}$$

Modelo 2008. Problema 2B.- El deuterio es un isótopo del hidrógeno de masa atómica igual a 2,0136 u. Su núcleo está formado por un protón y un neutrón.

a) Indique el número atómico (Z) y el número másico (A) del deuterio.
b) Calcule el defecto de masa del núcleo de deuterio.
c) Calcule la energía media de enlace (expresada en MeV) por nucleón del deuterio.
d) Si un ión de deuterio es acelerado mediante un campo eléctrico, partiendo del reposo, entre dos puntos con una diferencia de potencial de 2000 V, calcule su longitud de onda de De Broglie asociada.

Datos: Masa del protón m_p = 1,0073 u; Masa del neutrón m_n = 1,0087 u
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1{,}6\times10^{-19}$ C
Unidad de masa atómica u = $1{,}67\times10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^{8} m/s
Constante de Planck h = $6{,}63\times10^{-34}$ J s

Solución.

a. Número atómico (Z): Número de protones del átomo. Z = 1
Número másico(A): Suma de protones y neutrones de un átomo. A = 2

b. Defecto de masa: Diferencia entre la suma de las masas de las partículas que forman el núcleo y la masa del núcleo.

$$\Delta m = m_p + m_n - m\left({}^2_1 H\right)$$

$$\Delta m = 1{,}0073 + 1{,}0087 - 2{,}0136 = 2{,}3\times10^{-3}\text{u} \ ; \ \Delta m = 2{,}4\times10^{-3}\text{u}\cdot1{,}67\times10^{-27}\frac{\text{kg}}{\text{u}} = 4{,}008\times10^{-30}\text{ kg}$$

c. El defecto de masa lleva asociada una variación de energía según la ecuación de Einstein ($\Delta E = \Delta m\cdot c^2$), que representa la energía que se despende en la formación del núcleo.

$$\text{Fsm4}\ \Delta E = \Delta m\cdot c^2 = 4{,}008\times10^{-30}\cdot\left(3\times10^{8}\right)^2 = 3{,}607\times10^{-13}\text{J} \ ;$$

$$\Delta E = 3{,}607\times10^{-13}\text{J}\cdot\frac{1\,\text{eV}}{1{,}6\times10^{-19}\text{J}} = 2{,}25\times10^{6}\text{eV} = 2{,}25\text{ MeV}$$

d. La longitud de onda d De Broglie viene dada por la expresión:

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}$$

El producto mv se puede calcular si tenemos en cuenta que todo el trabajo realizado sobre la carga se transforma en energía cinética.

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\cdot\Delta V \ ; \ \frac{1}{2}m^2v^2 = m\cdot q\cdot\Delta V \ ; \ mv = \sqrt{2m\cdot q\cdot\Delta V}$$

Sustituyendo en la expresión de la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2m\cdot q\cdot\Delta V}}$$

Donde q es la carga del núcleo del deuterio (protón) y m su masa.

$$q = 1{,}6\times10^{-19}\text{C}$$

$$m = 2{,}0136u \cdot 1{,}67\times10^{-27}\,\frac{kg}{u} = 3{,}36^{-27}\,kg$$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2m\cdot q\cdot \Delta V}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 3{,}36\times10^{-27}\cdot 1{,}6\times10^{-19}\cdot 2000}} = 4{,}52\times10^{-13}m$$

Junio 2007. Cuestión 5.-. Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85,2 Bq.

a) Calcule el período de semidesintegración de la muestra.
b) ¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?

Dato: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

Solución.

a. El periodo de semidesintegración es el tiempo necesario para que se desintegre la mitad de la muestra.

El número de núcleos que quedan en la muestra pasado un tiempo t viene dado por la expresión:

$$N = N_o e^{-\lambda\cdot t}$$

Para $N = N_o/2$:

$$\frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda\cdot t_{1/2}} \qquad e^{-\lambda\cdot t_{1/2}} = \frac{1}{2} \qquad -\lambda\cdot t_{1/2} = \text{Ln}\frac{1}{2} = \text{Ln}\,2^{-1} = -\text{Ln}\,2$$

$$t_{1/2} = \frac{\text{Ln}\,2}{\lambda}$$

La constante de semidsintegración se puede obtener de los datos de actividad de la muestra.

$$A = \lambda N_o e^{-\lambda\cdot t}$$

Aplicando la expresión para los datos del enunciado:

$$t = 0 \quad \rightarrow \quad 115 = \lambda N_o$$
$$t = 7200\,s \quad \rightarrow \quad 85{,}2 = \lambda N_o e^{-7200\cdot\lambda}$$

Dividiendo:

$$\frac{\lambda N_o e^{-7200\cdot\lambda}}{\lambda N_o} = \frac{85}{115} \qquad e^{-7200\cdot\lambda} = \frac{85}{115} \qquad -7200\cdot\lambda = \text{Ln}\left(\frac{85}{115}\right)$$

$$\lambda = -\frac{\text{Ln}(85{,}2/115)}{7200} = 4{,}2\times10^{-5}s^{-1}$$

Conocida la constante, se calcula el periodo de semidesintegración.

$$t_{1/2} = \frac{\text{Ln}\,2}{\lambda} = \frac{\text{Ln}\,2}{4{,}2\times10^{-5}} = 16\,639\,s$$

b. El número de núcleos iniciales se obtiene aplicando la ecuación de la actividad a las condiciones iniciales.

$$A = \lambda N_o e^{-\lambda\cdot t} \xrightarrow{t=0} A = \lambda N_o$$

$$N_o = \frac{A}{\lambda} = \frac{115}{4{,}2\times10^{-5}} = 2{,}74\times10^{6}\,\text{nucleos}$$

Modelo 2007. Problema 2B.- Una muestra contiene inicialmente 10^{20} átomos, de los cuales un 20% corresponden a material radiactivo con un periodo de semidesintegración (o semivida) de 13 años. Calcule:

a) La constante de desintegración del material radiactivo.
b) El número de átomos radiactivos iniciales y la actividad inicial de la muestra.

c) El número de átomos radiactivos al cabo de 50 años.
d) La actividad de la muestra al cabo de 50 años.

Solución.

a) Se llama constante de desintegración radiactiva (λ) a la constante de proporcionalidad entre el número de desintegraciones por segundo y el número de átomos radiactivos (λ = *A* / *N*). Se puede calcular a partir del periodo de semidesintegración.

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda t}$$

La semidesintegración se produce cuando la muestra inicial se ha reducido a la mitad.

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda t_{1/2}} \quad : \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Tomando logaritmos neperianos en ambos miembros y operando:

$$\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} = \frac{Ln2}{13\,\text{años}} = 0'053\,\text{años}^{-1}$$

En el sistema internacional:

$$\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} = \frac{Ln2}{13 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1'69 \times 10^{-9}\ s^{-1}$$

b) $N_o = 20\%\ N_T = \frac{20}{100} \cdot 10^{20}\,\text{at} = 2 \times 10^{19}\,\text{at.}$

Se define la actividad de una muestra como el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo.

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(N_o e^{-\lambda t}\right) = N_o \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

En las condiciones iniciales (t = 0).

$$A_o = N_o \lambda \cdot e^{-\lambda 0} = N_o \lambda = 2 \times 10^{19}\,\text{at} \cdot 1'69 \times 10^{-9}\,s^{-1} = 3'38 \times 10^{10}\,\text{Bq}$$

Nota: Bq (Becquerelio) = desintegraciones por segundo

c) $N = N_o \cdot e^{-\lambda t} = 2 \times 10^{19} \cdot e^{-0'053\,\text{año}^{-1} \cdot 50\,\text{año}} = 1'4 \times 10^{18}$

d) $A(t) = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(N_o e^{-\lambda t}\right) = \lambda \underbrace{N_o \cdot e^{-\lambda t}}_{N(t)} = \lambda\ N(t)$

$$A(50\,\text{años}) = \lambda\ N(50\,\text{año}) = 0'053 \cdot 1'4 \times 10^{18} = 7'4 \cdot 10^{16}\,\text{Bq}$$

Septiembre 2006. Cuestión 5.- La ley de desintegración una sustancia radioactiva es a siguiente, donde $N = N_o e^{-0{,}003\,t}$, donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t. Sabiendo que t está expresado en días, determine:

a) El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia.
b) La fracción de núcleo radiactivos sin desintegrar en el instante $t = 5T_{1/2}$

Solución.

a) Hallamos el tiempo que tarda una muestra de N núcleos en reducirse a la mitad:

$$N = \frac{N_o}{2}$$

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-0'003\,t} \qquad \frac{1}{2} = e^{-0'003\,t} \qquad Ln\frac{1}{2} = -0'003t$$

$$-Ln\,2 = -0'003t \qquad t = \frac{Ln\,2}{0'003} \qquad T_{1/2} = 231\,\text{días}$$

b) $N\left(f = 5T_{1/2}\right) = N_o \cdot e^{-0'003 \cdot (5 \times 231)} \qquad N = 0'03125\,N_o \qquad \frac{N}{N_o} \approx 0'03125$

$$\frac{N}{N_o} \approx \frac{3{,}1}{100}$$

Pasado un tiempo igual 5 veces el periodo de semidesintegración, quedarán un 3'1% de la muestra de núcleos iniciales

Junio 2003. Cuestión 5. Se dispone inicialmente una muestra radiactiva que contiene $5x10^{18}$ átomos de un isótopo de Ra, cuyo periodo de semidesintegración(semivida) τ es de 3,64 días. Calcule:

a) La constante de desintegración radiactiva del Ra y la actividad inicial de la muestra.
b) El número del átomo en la muestra al cabo de 30 días.

Solución.

a. El número de átomos iniciales es $N_o = 5x10^{18}$ átomos de radio, siendo su vida media $\tau_{1/2} = 3'64$ días. Para calcular λ, se aplica la ley de semidesintegración $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. Aplicando para el $t = \tau_{1/2}$, $N = \frac{N_o}{2}$

$$\frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda \cdot \tau_{1/2}}$$

simplificando N_o

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot \tau_{1/2}}$$

tomando logaritmos neperianos para despejar λ

$$\text{Ln}\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot \tau_{1/2}$$

despejando

$$\lambda = -\frac{\text{Ln}\ 1/2}{\tau_{1/2}} = -\frac{\text{Ln}\ 1/2}{3'64} = 0'19\ \text{días}^{-1}$$

La radioactividad de una sustancia se mide a través de su actividad definida como el número de desintegraciones que ocurren en cada unidad de tiempo $\left(\frac{dN}{dt}\right)$. La actividad inicial será la variación del número de átomos con respecto al tiempo, particularizada para t = 0

$$\left(\frac{dN}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}\right) = -\lambda \cdot N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

para t = 0

$$\text{Actividad} = \left|\left(\frac{dN}{dt}\right)_{t=0}\right| = \left|-\lambda \cdot N_o \cdot e^{-\lambda \cdot 0}\right| = \lambda \cdot N_o = 0'19 \cdot 5\times10^{18} = 9'5\times10^{17}\ s^{-1}$$

b. $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 5\times10^{18} e^{-0{,}19 \cdot 30} = 1'67\times10^{16}$ átomos

Septiembre 2002. Cuestión 5.- El isótopo ^{234}U tiene un periodo de semidesintegración (semivida) de 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 gramos de dicho isótopo, determine:

a. La constante de desintegración radiactiva.
b. La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años.

Solución.

a. La constante de desintegración radiactiva, se relaciona con el periodo de semidesintegración según la ecuación:

$$\lambda = \frac{Ln^2}{\tau}$$

Expresamos τ = 250000 años en segundo:

$$\tau = 250000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \quad \tau = 7'884 \cdot 10^{12} \text{ seg.}$$

sustituyendo:

$$\lambda = 8'79 \cdot 10^{-14}$$

b. La expresión que nos da el número de núcleos que quedan en una muestra determinada al cabo de un tiempo t es:

$$N(t) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Calculamos el número inicial de núcleos No.
Si la muestra inicial es de 10 gr de ^{234}U, el número inicial de moles es:

$$n_o = \frac{m}{PM} \qquad n_o = \frac{10gr}{234} \qquad n_o = 0'043 \text{ moles}$$

y el número inicial de núcleos N_o, teniendo en cuenta que un mol contiene el número de Avogadro de núcleos:

$$N_o = n_o \cdot N_A = 0'043 \text{ (moles)} \cdot 6'02 \cdot 10^{23} \text{ (núcleos/mol)} = 2'57 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

$$No = 2'57 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

Al cabo de t = 50000 años (t = $1'58 \cdot 10^{12}$ seg)

$$N\left(1'58 \cdot 10^{12}\right) = 2'57 \cdot 10^{12} \cdot e^{-8'79 \cdot 10^{-14} \cdot 1'58 \cdot 10^{12}} = 2'24 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

La masa que nos queda sin desintegrar será entonces:

$$N = 2'24 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}$$

$$n = \frac{2'24 \cdot 10^{22} \text{ núcleos}}{6'023 \cdot 10^{23} \text{ nucleos}} \qquad n = 0'0372 \text{ moles}$$

que expresamos en gramos:

$$m = n \cdot PM \qquad m = 8'705 \text{ gr}$$

¿Cuánto vale el defecto de masa del núcleo de helio? Conteste el resultado en unidades de masa atómica. He42
Datos: Masas atómicas: Núcleo de helio: 4,00262 u ; neutrón: 1,00866 u ; protón: 1,00728 u