Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Ejercicios de Probabilidad e Inferencia Estadística

Pedro Castro Ortega

I.E.S. Fernando de Mena

Departamento de Matemáticas

Socuéllamos (Ciudad Real)

Índice

1. Ejercicios resueltos de Probabilidad

1. Una compañía tiene dos proveedores A y B que le suministran artículos en mal estado en los últimos envíos. Los datos del último pedido son:

	Buenos	Defect.	Total
Proveedor A	10	40	50
Proveedor B	20	130	150
Total	30	170	200

Calcular la probabilidad de que al elegir al azar un artículo:

i) Sea bueno.

ii) Sea del proveedor A.

iii) Sea del proveedor A sabiendo que es defectuoso.

iv) Sea del proveedor B y sea bueno.

v) Sea suministrado por A o sea defectuoso.

Solución:
Llamemos A al suceso "el artículo es del proveedor A", B al suceso "el artículo es del proveedor B", C al suceso "el artículo elegido es bueno" y D al suceso "el artículo elegido es defectuoso". Entonces, observando la tabla y utilizando la regla de Laplace:

i) $P(C) = \dfrac{30}{200} = \dfrac{3}{20} = 0{,}15.$

ii) $P(A) = \dfrac{50}{200} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25.$

iii) $P(A/D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{40/200}{170/200} = \dfrac{40}{170} = \dfrac{4}{17} \approxeq 0{,}23.$ Obsérvese que se podría haber hecho directamente utilizando la regla de Laplace, ya que el número de casos posibles ahora se reduce a 170 pues se sabe que el artículo es defectuoso.

iv) $P(B \cap C) = \dfrac{20}{200} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1.$

v) $P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D) = \dfrac{50}{200} + \dfrac{170}{200} - \dfrac{40}{200} = \dfrac{180}{200} = \dfrac{9}{10} = 0{,}9.$

2. La probabilidad de que tenga lugar el contrario de un suceso A es $1/3$, la probabilidad de un suceso B es $3/4$ y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es $5/8$. Determinar:

i) Probabilidad de que se verifique el suceso A o el suceso B.

ii) Probabilidad de que no se verifique A y no se verifique B.

iii) Probabilidad de que ocurra A sabiendo que se ha verificado B.

iv) Independencia de los sucesos A y B.

Solución:
Se sabe que $P(\overline{A}) = \frac{1}{3}$, con lo que $P(A) = \frac{2}{3}$; que $P(B) = \frac{3}{4}$, y que $P(A \cap B) = \frac{5}{8}$. Entonces:

i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{19}{24} \approxeq 0{,}79.$

ii) Utilizando las leyes de Morgan: $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{19}{24} =$
$= \frac{5}{24} \approxeq 5{,}21.$

iii) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5/8}{3/4} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \approxeq 0{,}83.$

iv) $P(A)P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{5}{8} = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B no son independientes pues $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$.

3. Una imprenta tiene en almacén 1000 libros de una edición E_1, 1200 de la edición E_2 y 800 de E_3. Se sabe que el 3 % de los libros de E_1, el 1,5 % de E_2 y el 2 % de E_3 tienen defectos. Se elige un libro al azar.

   i) Hallar la probabilidad de que tenga defectos.

   ii) Sabiendo que el libro elegido presenta defectos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la edición E_2?

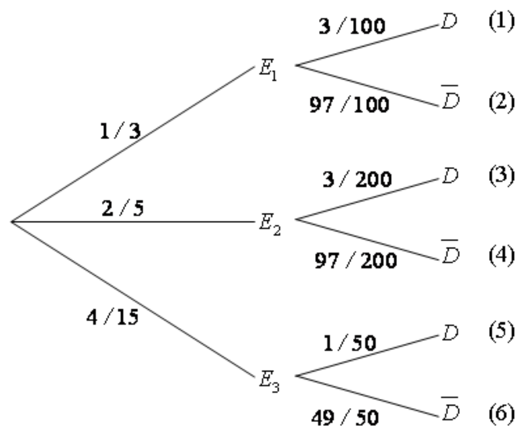
   Solución:
   Hay un total de 3000 libros. Consideremos los siguientes sucesos: $E_1 =$ "que un libro sea de la edición E_1", $E_2 =$ "que un libro sea de la edición E_2", $E_3 =$ "que un libro sea de la edición E_3" y $D =$ "que un libro tenga defectos". Según los datos del enunciado $P(E_1) = \frac{1000}{3000} = \frac{1}{3}$, $P(E_2) = \frac{1200}{3000} = \frac{2}{5}$, $P(E_3) = \frac{800}{3000} = \frac{4}{15}$; $P(D/E_1) = \frac{3}{100}$, $P(D/E_2) = \frac{1,5}{100} = \frac{3}{200}$, $P(D/E_3) = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

   i) Por el teorema de la probabilidad total:

$$P(D) = P[(D \cap E_1) \cup (D \cap E_2) \cup (D \cap E_3)] = P(D \cap E_1) + P(D \cap E_2) + P(D \cap E_3)] =$$
$$= P(E_1)P(D/E_1) + P(E_2)P(D/E_2) + P(E_3)P(D/E_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} =$$
$$= \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017$$

ii) $P(E_2/D) = \dfrac{P(E_2 \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(E_2)P(D/E_2)}{P(D)} = \dfrac{(2/5)(3/200)}{13/750} \approxeq \dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}015}{0{,}017} = 0{,}35$

También se puede hace el ejercicio utilizando el siguiente diagrama:



Obsérvese que la probabilidad de que tenga defectos se obtiene sumando las probabilidades de las ramificaciones (1), (3) y (5). La probabilidad de cada una de las ramificaciones se obtiene multiplicando las probabilidades de los sucesos de las ramas correspondientes. Es decir:

$$P(D) = (1) + (3) + (5) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017$$

4. Se tienen dos urnas U_1 y U_2 cuyo contenido en bolas rojas, azules y verdes es: en la urna U_1 4 bolas azules, 3 bolas rojas y 3 verdes, en la urna U_2 4 rojas, 5 azules y una verde. Se lanzan tres monedas y si se obtiene exactamente dos caras se extrae una bola de la urna U_1, en otro caso se extrae de la urna U_2. Se pide:

   i) Hacer un diagrama asociado a este experimento aleatorio.

   ii) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

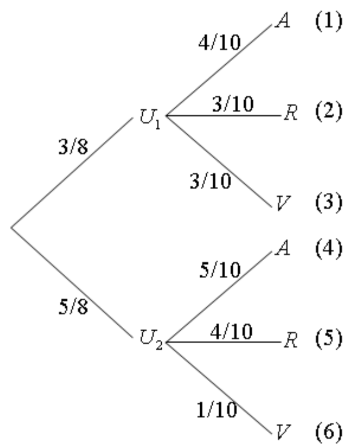
   Solución:
   El espacio muestral del experimento "lanzar tres monedas" es

   $$E = \{CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX\},$$

   donde C es el suceso "salir cara" y X es el suceso "salir cruz". Una secuencia seguida de caras y cruces, como por ejemplo, CCX, indica que en la primera tirada salió cara, en la segunda también cara y en la tercera cruz.
   Llamemos $2C$ al suceso "obtener exactamente dos caras". Entonces, por la regla de Laplace,

$P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Por tanto la probabilidad de no obtener exactamente dos caras será $P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$
Llamemos U_1 al suceso "escoger bola de la urna U_1" y U_2 al suceso "escoger bola de la urna U_2". Obsérvese que, entonces, si salen exactamente dos caras se escoge la urna U_1. Por tanto $P(U_1) = P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Análogamente, la probabilidad de escoger la urna U_2 coincidirá con la de que no salgan exactamente dos caras: $P(U_2) = P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$

i) Llamemos R, A y V a los sucesos "salir bola roja", "salir bola azul" y "salir bola verde", respectivamente. Entonces, el diagrama asociado a este experimento es:



ii) Observando el diagrama:

$$P(A) = (1) + (4) = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{10} = \frac{12}{80} + \frac{25}{80} = \frac{37}{80} = 0{,}4625$$

5. Se disponen dos urnas U_1 y U_2. La primera contiene 3 bolas rojas, 2 blancas y una azul, la segunda urna contiene 2 bolas rojas, 2 blancas y una negra. Se saca al azar una bola de cada urna. Se pide:

   i) Construir el espacio muestral correspondiente a esta experiencia.

   ii) Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas y la de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

   iii) Calcular la probabilidad de la unión y la probabilidad de la intersección de los sucesos del apartado anterior.

Solución:
Llamemos R, B, A y N a los sucesos "sacar bola roja", "sacar bola blanca", "sacar bola azul" y "sacar bola negra", respectivamente.

i) El espacio muestral asociado a esta experiencia es:

$$E = \{RR, RB, RN, BR, BB, BN, AR, AB, AN\},$$

donde la primera letra de un suceso elemental cualquiera indica la bola extraída de la urna U_1 y la segunda letra, la bola extraída de la urna U_2. Por ejemplo el suceso BR indica que se ha sacado bola blanca de la urna U_1 y bola roja de la urna U_2.

ii) Es conveniente observar que el color de la bola extraída de la urna U_1 no influirá para nada en el color de la bola que se extraiga de la urna U_2 y viceversa.
Entonces, la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas es:

$$P(RR) = P(R)P(R) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Y de que las dos bolas extraídas sean del mismo color será:

$$P(RR \cup BB) = P(RR) + P(BB) = P(R)P(R) + P(B)P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{1}{3}$$

iii) Llamemos A a la unión y B a la intersección de los sucesos del apartado anterior. Entonces $A = (RR) \cup (RR \cup BB) = RR \cup BB$. Por tanto $P(A) = P(RR \cup BB) = \frac{1}{3}$.
Por otro lado $B = (RR) \cap (RR \cup BB) = RR$, con lo que $P(B) = P(RR) = \frac{1}{5}$.

6. Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey nos dirigimos a la urna I, en caso contrario nos dirigimos a la urna II. A continuación extremos una bola. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras, el de la urna II es de 6 bolas blancas y 4 negras.

   i) Probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II.

   ii) Probabilidad de que la bola extraída sea negra.

   Solución:
   Si llamamos R al suceso "extraer rey", entonces:

$$P(R) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10},$$

$$P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

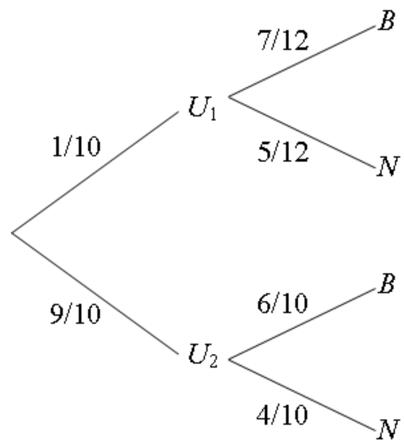
   Igualmente, si llamamos U_1 y U_2 a los sucesos "escoger urna I" y "escoger urna II" es fácil darse cuenta de que:

$$P(U_1) = P(R) = \frac{1}{10},$$

y de que:

$$P(U_2) = P(\overline{R}) = \frac{9}{10}$$

Por tanto podemos construir el siguiente diagrama, donde B es el suceso "sacar bola blanca" y N el suceso "sacar bola negra":



Ahora, observando el diagrama podemos calcular las probabilidades que nos piden.

i) La probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II es:

$$P(U_2 \cap B) = P(U_2)P(B/U_2) = \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{54}{100} = 0{,}54$$

ii) La probabilidad de que la bola extraída sea negra es:

$$P(N) = P[(U_1 \cap N) \cup (U_2 \cap N)] = P(U_1 \cap N) + P(U_2 \cap N) =$$

$$= P(U_1)P(N/U_1) + P(U_2)P(N/U_2) = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{241}{600} \approxeq 0{,}402$$

7. En una ciudad el 55 % de los habitantes consume pan integral, el 30 % consume pan de multicereales y el 20 % consume de ambos. Se pide:

   i) Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que coma pan de multicereales?

   ii) Sabiendo que un habitante consume pan de multicereales, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma pan integral?

   iii) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de esa ciudad no consuma de ninguno de los dos tipos de pan?

Solución:
Llamemos I al suceso "consumir pan integral" y M al suceso "consumir pan de multicereales". Según los datos del problema: $P(I) = 0{,}55$, $P(M) = 0{,}3$ y $P(I \cap M) = 0{,}2$.

i) $P(M/I) = \dfrac{P(M \cap I}{P(I)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}55} \approxeq 0{,}3636$

ii) $P(\overline{I}/M) = \dfrac{P(\overline{I} \cap M)}{P(M)} = \dfrac{P(M \cap \overline{I})}{P(M)} = \dfrac{P(M) - P(M \cap I)}{P(M)} = \dfrac{0{,}3 - 0{,}2}{0{,}3} \approxeq 0{,}33$

iii) $P(\overline{I} \cap \overline{M}) = P(\overline{I \cup M}) = 1 - P(I \cup M) = 1 - [P(I) + P(M) - P(I \cap M)] =$
$= 1 - (0{,}55 + 0{,}3 - 0{,}2) = 0{,}35$

8. En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso A es dos veces la probabilidad de otro sucesos B y la suma de la probabilidad de A y la probabilidad del suceso contrario de B es 1,3. Se sabe, además, que la probabilidad de la intersección de A y B es 0,18. Calcular la probabilidad de que:

   1º) Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B.

   2º) Se verifique el suceso contrario de A o se verifique el suceso contrario de B.

   3º) ¿Son independientes los sucesos A y B?

   Solución:
   Por un lado $P(A) = 2P(B)$. Por otro $P(A) + P(\overline{B}) = 1{,}3 \Rightarrow P(A) + 1 - P(B) = 1{,}3 \Rightarrow$ $P(A) - P(B) = 0{,}3$. Sustituyendo aquí la primera igualad tenemos $2P(B) - P(B) = 0{,}3 \Rightarrow$ $P(B) = 0{,}3$. Entonces $P(A) = 2P(B) \Rightarrow P(A) = 0{,}6$. Además se sabe que $P(A \cap B) = 0{,}18$.

   1º) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}72$.

   2º) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = (1 - P(A)) + (1 - P(B)) - P(\overline{A \cup B}) =$
   $= 2 - P(A) - P(B) - (1 - P(A \cup B)) = 2 - 0{,}6 - 0{,}3 - (1 - 0{,}72) = 0{,}82$.

   3º) $P(A)P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18 = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B sí que son independientes.

9. Una caja contiene 7 tarjetas de la misma forma y tamaño: 4 de color amarillo y 3 de color rojo. Se extrae de ella al azar una tarjeta, se anota su color y sin devolverla a la caja extraemos de ésta una segunda tarjeta. Se pide:

   1º) Escribir el espacio muestral.

   2º) Hallar la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

   Solución:
   Llamemos A al suceso "sacar tarjeta amarilla" y R al suceso "sacar tarjeta roja"

1º) El espacio muestral es $E = \{AA, AR, RA, RR\}$

2º) $P(AA) = P(A)P(A/A) = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(AR) = P(A)P(R/A) = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(RA) = P(R)P(A/R) = \dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{4}{6} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

$P(RR) = P(R)P(R/R) = \dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{2}{6} = \dfrac{6}{42} = \dfrac{1}{7}$

El suceso condicionado, por ejemplo, R/A, significa segunda bola roja sabiendo que la primera ha sido amarilla. Recuérdese que, en general, la probabilidad de la intersección de dos sucesos se calcula mediante cualquiera de las dos siguientes expresiones:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B) \qquad ; \qquad P(A \cap B) = P(A)P(B/A)$$

Obsérvese también que no se ha escrito el símbolo de intersección. En estos casos no es necesario. Por ejemplo, es claro que el suceso AR, significa primera tarjeta amarilla y segunda tarjeta roja.

10. Se dispone de dos urnas idénticas. La 1.ª contiene 3 bolas negras y 4 bolas verdes. La 2.ª contiene 4 bolas negras y 3 bolas verdes.

1º) Extraemos al azar una bola de cada urna. Hallar la probabilidad de que ambas sean de color negro.

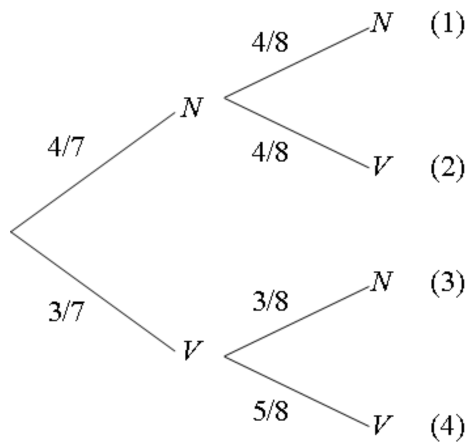
2º) Se saca una bola de la 2.ª urna y sin mirarla se introduce en la 1.ª urna. De ésta, a continuación, se extrae una bola. Hallar la probabilidad de que sea de color verde.

Solución:
Llamemos N al suceso “sacar bola negra” y V al suceso “sacar bola verde”.

1º) El suceso “sacar bola negra” de una de las urnas no depende para nada del color que se obtenga al extraer una bola de la otra urna, es decir, los sucesos “sacar bola negra de la primera urna” y “sacar bola negra de la segunda urna” son independientes. Por tanto:

$$P(NN) = P(N)P(N) = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{49} \approxeq 0{,}245$$

2º) Hagamos un diagrama del experimento:



Entonces:

$$P(V) = (2) + (4) = P[(N \cap V) \cup (V \cap V)] = P(N \cap V) + P(V \cap V) =$$

$$= P(N)P(V/N) + P(V)P(V/V) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{8} + \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16}{56} + \frac{15}{56} = \frac{31}{56} \approxeq 0{,}5536$$

11. Al 65 % de los alumnos de un Instituto les gusta el rock latino. Al 25 % les gusta la música clásica y sólo al 10 % les gusta los dos tipos de música. Se elige al azar uno de estos alumnos. Calcular la probabilidad de que:

    1º) Le guste el rock latino o la música clásica.

    2º) No le guste ni el rock latino ni la música clásica.

    3º) Le guste sólo el rock latino.

    4º) ¿Son independientes los sucesos A = "Le gusta el rock latino" y B = "Le gusta la música clásica"?

    Solución:
    Llamando A al suceso "gustarle el rock latino" y B al suceso "gustarle la música clásica", se tiene que $P(A) = 0{,}65$, $P(B) = 0{,}25$ y $P(A \cap B) = 0{,}1$. Entonces:

    1º) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}65 + 0{,}25 - 0{,}1 = 0{,}8$

    2º) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

    3º) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}65 - 0{,}1 = 0{,}55$

    4º) $P(A)P(B) = 0{,}65 \cdot 0{,}25 = 0{,}1625 \neq 0{,}1 = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B no son independientes.

12. Se dispone de un dado trucado de cuatro caras con puntuaciones: 1, 2, 3, 4, de modo que $p(4) = 4p(1)$, $p(3) = 3p(1)$, $p(2) = 2p(1)$, en donde $p(4)$ indica la probabilidad de obtener la puntuación 4 y así sucesivamente. Se dispone también de dos urnas con la siguiente composición: Urna U_1: 1 bola roja y 2 bolas verdes. Urna U_2: 2 bolas rojas y 3 bolas verdes.
Se lanza el dado. Si sale número par extraemos una bola de la urna U_1. Si sale impar extraemos una bola de la urna U_2. Se pide:

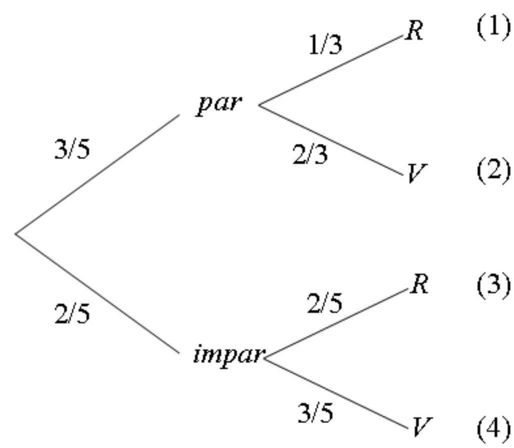
(a) Determina las probabilidades de los sucesos elementales que se presentan al lanzar el dado de cuatro caras.

(b) Se lanza el dado y a continuación extraemos una bola de la urna que corresponda. Halla la probabilidad de que sea de color verde.

Solución:

(a) Sabemos que $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 1$. Entonces $p(1) + 2p(1) + 3p(1) + 4p(1) = 1 \Leftrightarrow 10p(1) = 1 \Leftrightarrow p(1) = 1/10$ y, por tanto, $p(2) = 2/10 = 1/5$, $p(3) = 3/10$ y $p(4) = 4/10 = 2/5$.

(b) La probabilidad de salir par es $P(\text{"par"}) = p(2) + p(4) = 1/5 + 2/5 = 3/5$, y la de salir impar $P(\text{"impar"}) = p(1) + p(3) = 1/10 + 3/10 = 4/10 = 2/5$ Llamemos ahora R al suceso "salir bola roja" y V al suceso "salir bola verde", y observemos el siguiente diagrama:



Entonces:

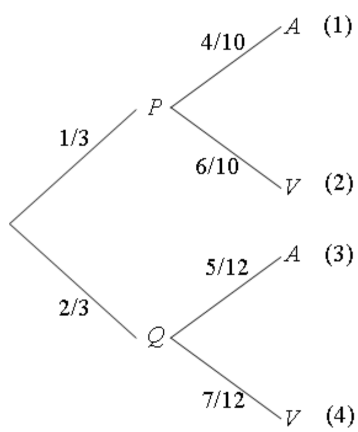
$$P(V) = (2) + (4) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15} + \frac{6}{25} = \frac{16}{25} = 0{,}64$$

13. Se dispone dos urnas iguales con el siguiente contenido:
Urna P: 4 bolas amarillas y 6 bolas granates. Urna Q: 5 bolas amarillas y 7 bolas granates.
Se dispone de un dado cúbico con las siguientes puntuaciones: 1, 1, 2, 2, 2, 3. Se lanza el

dado. Si sale el número 1 se extrae una bola de la urna P. En los demás casos se extrae una bola de la urna Q. Se pide la probabilidad de que:

a) Al lanzar el dado se obtenga una puntuación mayor de 1.
b) Al tomar una bola de la urna P sea de color granate.
c) Al extraer una bola, después de lanzar el dado, se obtenga de color amarillo.

Solución:
Obsérvese que la probabilidad de escoger la urna P coincide con la probabilidad de que en el dado salga 1, es decir $P(\text{“urna P”}) = P(\text{“salir 1”}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. Por tanto la probabilidad de escoger la urna Q será $P(\text{“urna Q”}) = \dfrac{2}{3}$. Por tanto, si llamamos A al suceso “salir bola amarilla” y G al suceso “salir bola granate”, el experimento se puede resumir en el siguiente diagrama:



Entonces:

a) $P(\text{“salir mayor que 1”}) = P(\text{“no salir 1”}) = \dfrac{2}{3}$

b) $P(G/\text{“urna P”}) = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

c) $P(A) = P(A/\text{“urna P”}) + P(A/\text{“urna Q”}) = (1) + (3) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4}{10} + \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{5}{12} = \dfrac{4}{30} + \dfrac{10}{36} = \dfrac{74}{180} = \dfrac{37}{90} \approxeq 0{,}41$

14. Para la señalización de emergencia de una fábrica se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. La probabilidad de que el indicador A se accione en una avería es 0,99, mientras que la de que se accione el indicador B es 0,95. Si se produce una avería:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se accione un solo indicador?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se accione ningún indicador?

Solución:
Tal y como se expresa en el enunciado los sucesos A y B son independientes, donde A es el suceso "accionarse el indicador A en una avería" y el suceso B es "accionarse el indicador B en una avería. También se sabe que $P(A) = 0{,}99$ y $P(B) = 0{,}95$, con lo que $P(\overline{A}) = 0{,}01$ y $P(\overline{B}) = 0{,}05$. Además, como A y B son independientes también lo son las parejas de sucesos A, $\overline{B}$; $\overline{A}$, B y $\overline{A}$, $\overline{B}$.

a) $P[(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)] = P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = P(A)P(\overline{B}) + P(\overline{A})P(B) = 0{,}99 \cdot 0{,}05 + 0{,}01 \cdot 0{,}95 = 0{,}059$.

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0{,}01 \cdot 0{,}05 = 0{,}0005$.

15. De una baraja de 48 cartas (compuesta por 12 cartas de oros, 12 de copas, 12 de bastos y 12 de espadas) se extraen simultáneamente dos de ellas. Calcula la probabilidad de que:

a) Las dos sean de espadas.

b) Al menos una sea de espadas.

c) Una sea de oros y la otra de espadas.

Solución:
Llamemos E al suceso "la carta extraída sea de espadas" y O al suceso "la carta extraída sea de oros". Es importante observar que en este experimento aleatorio, sacar simultáneamente dos cartas es como sacar una y después otra, sin reemplazamiento. Tendremos en cuenta que al escribir sucesos, el primero de ellos será la primera carta extraída y el segundo la segunda. Entonces:

a) $P(E \cap E) = P(E)P(E/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{11}{47} = \dfrac{132}{2256} \approxeq 0{,}0585$.

b) La probabilidad de que la menos una sea de espadas es la de que la dos sean de espadas, o sólo la primera de espadas, o solo la segunda de espadas: $P(E \cap E) + P(E \cap \overline{E}) + P(\overline{E} \cap E)$. La primera de estas probabilidades se ha calculado en el apartado anterior. La segunda es $P(E \cap \overline{E}) = P(E)P(\overline{E}/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{36}{47} \approxeq 0{,}1915$, y la tercera coincide con la segunda: $P(\overline{E} \cap E) = P(\overline{E})P(E/\overline{E}) = \dfrac{36}{48} \cdot \dfrac{12}{47} \approxeq 0{,}1915$. Por tanto:
$P(\text{"al menos una carta sea de espadas"}) = P(E \cap E) + P(E \cap \overline{E}) + P(\overline{E} \cap E) = 0{,}0585 + 0{,}1915 + 0{,}1915 = 0{,}4415$

c) De manera similar al apartado anterior:
$P(OE) + P(EO) = P(O)P(E/O) + P(E)P(O/E) = \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{12}{47} + \dfrac{12}{48} \cdot \dfrac{12}{47} = 0{,}1277$

2. Ejercicios resueltos de Inferencia Estadística

1. En el último campeonato regional de maratón, la variable "tiempo empleado en recorrer la distancia de 42 km. y 195 m." se distribuyó normalmente con una desviación típica de 0,49 horas. En una muestra de 38 atletas, se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de 3,29 horas. Hallar un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 85 % y explicar el significado de este intervalo.

   Solución:
   Al 85 % de confianza se tiene que $1-\alpha = 0{,}85 \Rightarrow \alpha = 0{,}15 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}075 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0{,}925$. De aquí se obtiene, mirando en la tabla de la distribución normal $N(0,\ 1)$ que $z_{\alpha/2} = 1{,}44$. Por tanto el intervalo de confianza es:

   $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(3{,}29 - 1{,}44\cdot\frac{0{,}49}{\sqrt{38}},\ 3{,}29 + 1{,}44\cdot\frac{0{,}49}{\sqrt{38}}\right) = (3{,}18,\ 3,40)$$

   Este intervalo quiere decir que, con un nivel confianza del 85 %, la media μ de la población se encuentra entre 3,18 y 3,40.

2. Según un estudio realizado por una empresa hotelera durante el año 1992, la distribución del tiempo de estancia de cada viajero fue normal con una media de 3,7 días y una desviación típica de 1,1 días. A lo largo del año 2000 se analizó el tiempo de estancia de 49 viajeros elegidos al azar, obteniéndose una media de 3,5 días. ¿Podemos afirmar que esta diferencia es debida al azar con una confianza del 88 %? Con el mismo nivel de confianza, ¿cambiaría la respuesta si esta media de 3,5 días se hubiera obtenido al analizar el tiempo de estancia de 100 viajeros elegidos al azar?

   Solución:
   Al 88 % de confianza se tiene que $1-\alpha = 0{,}88 \Rightarrow \alpha = 0{,}12 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}06 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0{,}94$. De aquí se obtiene, mirando en la tabla de la distribución normal $N(0,\ 1)$ que $z_{\alpha/2} = 1{,}555$. El intervalo de confianza es por tanto:

   $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(3{,}5 - 1{,}555\cdot\frac{1{,}1}{\sqrt{49}},\ 3{,}5 + 1{,}555\cdot\frac{1{,}1}{\sqrt{49}}\right) = (3{,}26,\ 3,74)$$

   Como $\mu = 3{,}7 \in (3{,}26,\ 3,74)$ podemos afirmar, con una confianza del 88 %, que esta diferencia sí que es debida al azar, ya que la diferencia no es significativa.
   Para el tamaño de la muestra $n = 100$, el intervalo de confianza es:

   $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(3{,}5 - 1{,}555\cdot\frac{1{,}1}{\sqrt{100}},\ 3{,}5 + 1{,}555\cdot\frac{1{,}1}{\sqrt{100}}\right) = (3{,}33,\ 3,67)$$

   En este caso la media poblacional $\mu = 3{,}7$ no se encuentra dentro del intervalo de confianza, con lo que la diferencia entre esta media y la media muestral $\overline{x} = 3{,}5$, no es debida al azar, es decir, existe diferencia significativa.

3. En una empresa de exportación de cítricos se investiga el peso medio de cierta variedad de naranjas. Se admite un error máximo de 10 gramos, con una confianza del 95 %. Se sabe por estudios de otros años que el peso medio se distribuye normalmente siendo la desviación típica 60 gramos. ¿Cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra a elegir? ¿Y si se desea una confianza del 99 %?

   Solución:
   El error máximo admisible viene dado por la expresión $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
   A una confianza del 95 % se tiene que $1 - \alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975$. Para este valor, buscando adecuadamente en la tabla de la distribución normal $N(0,\ 1)$ tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.
   Como el error máximo que se admite es de 10 gramos:

   $$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 10 = 1{,}96 \cdot \frac{60}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot \frac{60}{10} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 11{,}76 \Leftrightarrow n = 138{,}2976$$

   Por tanto el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo no supere los 10 gramos, a una confianza del 95 %, ha de ser de $n = 139$.

   Si la confianza es del 99 %, entonces $1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}995$. Y, para este valor se obtiene, utilizando la tabla de la normal $N(0,\ 1)$, que $z_{\alpha/2} = 2{,}575$.
   Por tanto, este caso:

   $$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 10 = 2{,}575 \cdot \frac{60}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 2{,}575 \cdot \frac{60}{10} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 15{,}45 \Leftrightarrow n = 238{,}7025$$

   Ahora, el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo no supere los 10 gramos, a una confianza del 99 %, ha de ser de $n = 239$.

4. Se sabe que en una muestra de 36 alumnos se ha medido la variable "velocidad lectora" y el valor obtenido para la media ha sido 9,6. Suponiendo que esta variable tiene una distribución normal en la población con una desviación típica de 4,9, ¿se puede aceptar la hipótesis de que la media poblacional de esta variable es $\mu = 15$, con un riesgo igual o menor al 5 %?

   Solución:
   Si el riesgo es menor o igual al 5 %, entonces el valor máximo para α es $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975$. Para este valor se tiene que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$. Así, el intervalo de confianza para la media muestral $\overline{x} = 9{,}6$ es:

   $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(9{,}6 - 1{,}96 \cdot \frac{4{,}9}{\sqrt{36}},\ 9{,}6 + 1{,}96 \cdot \frac{4{,}9}{\sqrt{36}}\right) = (8,\ 11{,}2)$$

   Por tanto, como $\mu = 15 \notin (8,\ 11{,}2)$, no se puede aceptar la hipótesis de que la media poblacional de esta variable sea $\mu = 15$.

5. Queremos estimar la media de una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una desviación típica de 3,2. Para ello, se toma una muestra de 64 individuos obteniéndose una media de 32,5 ¿Con qué nivel de confianza se puede afirmar que la media de la población está entre 31,5 y 33,5?
   Si la desviación típica de la población fuera 3, ¿cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra con la cual estimamos la media poblacional si queremos que el nivel de confianza sea del 99 % y el error admisible no supere el valor de 0,75?
   Solución:
   Llamando E al error máximo admisible, el intervalo de confianza para la media muestral $\overline{x}$, es $(\overline{x}-E, \overline{x}+E)$, donde $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Por tanto $\overline{x} - E = 31{,}5 \Rightarrow 32{,}5 - E = 31{,}5 \Rightarrow E = 1$.
   Entonces:
   $$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 1 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{3{,}2}{\sqrt{64}} \Leftrightarrow z_{\alpha/2} = \frac{8}{3{,}2} = 2{,}5$$
   De este valor se deduce, observando la tabla de la distribución normal $N(0,\ 1)$, que
   $$1 - \alpha/2 = 0{,}9938 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}0062 \Rightarrow \alpha = 0{,}0124 \Rightarrow 1 - \alpha = 0{,}9876$$
   Por tanto el nivel de confianza con el que se puede afirmar que la media de la población está entre 31,5 y 33,5, es del 98.76 %.

   En este caso:
   $$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 0{,}75 = 2{,}575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 2{,}575 \cdot \frac{3}{0{,}75} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 10{,}3 \Leftrightarrow n = 106{,}09$$
   En la expresión anterior se ha utilizado que para un nivel de confianza del 99 %, $z_{\alpha/2} = 2{,}575$ (ver ejercicio 3 de esta sección).
   Por tanto el tamaño mínimo de la muestra, con un nivel de confianza del 99 %, para que el error admisible no supere el valor 0,75, habría de ser $n = 107$.

6. Supongamos que aplicamos un test de atención a 145 alumnos de Bachillerato, obtenidos por muestreo aleatorio simple. Los resultados fueron: media igual a 32 y desviación típica de 15. El baremo del mencionado test de atención nos dice que para la población de Bachillerato, la media es 35 y la desviación típica de 16,76. ¿Es compatible nuestra media con la media que ofrece el baremo a un nivel de confianza del 95 %? Razona la respuesta.
   Solución:
   Calcularemos el intervalo de confianza para la media muestral $\overline{x} = 32$, utilizando la desviación típica muestral $s = 15$. Se conoce además que, a una confianza del 95 %, es $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ (ver ejercicio 3 de esta sección):
   $$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(32 - 1{,}96 \cdot \frac{15}{\sqrt{145}},\ 32 + 1{,}96 \cdot \frac{15}{\sqrt{145}}\right) = (29{,}56,\ 34{,}44)$$

Como $\mu = 35 \notin (29{,}56,\ 34{,}44)$, deducimos que nuestra media no es compatible con la media que ofrece el baremo a un nivel de confianza del 95 %.

7. Se sabe por trabajos realizados por expertos que la velocidad lectora media de los niños de 6 años es de 40 palabras por minuto, siendo la desviación típica de 12. Hemos tomado una muestra aleatoria de 49 niños de 6 años y les hemos medido su velocidad lectora, resultando una media de 42 palabras por minuto. ¿Podemos afirmar que nuestra media es compatible con la de los expertos a un nivel de confianza del 99 %? Razona tu respuesta.

   Solución:
   Utilizando que para un nivel de confianza del 99 % es $z_{\alpha/2} = 2{,}575$, el intervalo de confianza para la media muestral $\overline{x} = 42$ es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(42 - 2{,}575 \cdot \frac{12}{\sqrt{49}},\ 42 + 2{,}575 \cdot \frac{12}{\sqrt{49}}\right) = (37{,}59,\ 46{,}41)$$

   Como $\mu = 46 \in (37{,}59,\ 46{,}41)$, podemos afirmar que nuestra media muestral sí que es compatible con la de los expertos a un nivel de confianza del 99 %.

8. Supongamos que, a partir de una muestra aleatoria del tamaño $n = 25$, se ha calculado el intervalo de confianza para la media de una población normal, obteniéndose una amplitud igual a 4. Si el tamaño de la muestra hubiera sido $n = 100$, permaneciendo invariables todos los demás datos, ¿cuál habría sido la amplitud del intervalo?

   Solución:
   El intervalo de confianza para la media muestral de una población normal es $(\overline{x} - E,\ \overline{x} + E)$, donde E es el error máximo admisible, cuyo valor es $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
   Por otro lado la amplitud del intervalo de confianza es la diferencia entre el extremo superior del intervalo y el extremo inferior: $A = (\overline{x} + E) - (\overline{x} - E) = 2E$. Como la amplitud es 4, para un tamaño de la muestra $n = 25$, tenemos que $2E = 4 \Rightarrow E = 2$, es decir, $2 = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{5}$.
   Si el tamaño de la muestra hubiera sido $n = 100$, entonces $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{10} = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{2 \cdot 5} = \left(\dfrac{1}{2}\right)\left(z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{5}\right) = \dfrac{1}{2} \cdot 2 = 1$. Por tanto en este caso la amplitud del intervalo es $A = 2E = 2$.

3. Ejercicios propuestos de Probabilidad

1. Lanzamos una moneda al aire y, según salga cara o cruz, sacamos una bola de la urna U_1 o de la urna U_2. La primera urna contiene tres bolas blancas y dos bolas negras, la segunda urna, dos blancas y cuatro negras. Se pide:

   i) Realizar un diagrama con los posibles resultados.

   ii) Hallar la probabilidad de sacar una bola negra.

2. Se dispone de tres monedas. La 1ª de ellas está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La 2ª moneda tiene 2 cruces y la 3ª moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

   1º) Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de estas tres monedas, sucesivamente, y en el orden indicado.

   2º) Probabilidad de que se obtengan exactamente 2 cruces.

   3º) Probabilidad del suceso $A =$"(cara, cruz, cara)"

   4º) Probabilidad de obtener, al menos, una cara.

3. En un experimento aleatorio, se consideran dos sucesos A y B. La probabilidad de que no se verifique A es 0,1. La probabilidad de que no se verifique B es 0,4. La probabilidad de que no se verifique A ni B es 0,04. Hallar la probabilidad de que:

   1º) Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B.

   2º) Se verifique el suceso A y se verifique el suceso B. ¿Son independientes los sucesos A y B?

4. Una caja contiene 1 tarjeta amarilla y 2 tarjetas rojas. Se extrae, con reemplazamiento, dos veces seguidas una tarjeta de cada caja. Se pide:

   1º) Escribir los sucesos elementales que constituyen los sucesos $A =$ "Sólo ha salido una tarjeta roja" y $B =$ "La segunda tarjeta extraída es amarilla".

   2º) Hallar las probabilidades de los sucesos A, B y $A \cap B$.

   3º) ¿Son independientes los sucesos A y B?

5. Se tienen tres bolsas A, B y C con el siguiente contenido. A: 2 bolas blancas y 3 rojas. B: 3 bolas blancas y 2 rojas. C: 1 bola blanca y 4 rojas. Se lanzan tres monedas distintas. Si se obtienen exactamente dos caras, se extrae una bola de la bolsa A. Si se obtienen exactamente dos cruces, se extrae una bola de la bolsa B y en los restantes casos, se extrae una bola de la bolsa C. Se pide:

1º) Escribir el espacio muestral del experimento aleatorio: "Lanzamiento de las tres monedas".

2º) Hallar la probabilidad de que la bola extraída sea de color blanco.

6. Un estuche contiene 5 lápices de igual forma y tamaño: 2 de color azul y 3 de color verde. Se extrae un lápiz del estuche y a continuación, sin reemplazamiento, se extrae otro lápiz. Se pide:

   (a) Escribir los sucesos elementales que definen los sucesos $M =$ "Sólo ha salido un lápiz de color verde" y $N =$ "El segundo lápiz extraído es de color azul".

   (b) Calcula las probabilidades de los sucesos M, N y $M \cap N$.

   (c) Estudia la independencia de los sucesos M y N. Razona la respuesta.

7. Los atletas veteranos de un club de atletismo tienen la siguiente preferencia referente a su participación en distintos tipos de carreras:
   El 70 % suele participar en carreras de maratón (42 Km 195 metros).
   El 75 % suele participar en carreras de medio maratón (21 Km 97,5 metros).
   El 13 % no suele participar en este tipo de carreras.
   Se elige al azar uno de estos atletas. Calcula la probabilidad de que:

   a) Suela participar en carreras de maratón o de media maratón.

   b) Suela participar en carreras de maratón y de media maratón.

   c) Suela participar únicamente en carreras de maratón o únicamente en carreras de media maratón.

8. Se lanzan a la vez dos dados cúbicos iguales. Se consideran los sucesos $M =$ "Las puntuaciones de ambos dados son impares" y $N =$ "Las puntuaciones de ambos dados son iguales". Se pide:

   (a) Escribe el espacio muestral asociado al experimento aleatorio "Lanzamiento simultáneo de los dos dados".

   (b) Determina las probabilidades de los sucesos M, N, $M \cup N$, $M \cap N$.

   (c) Determina la probabilidad del suceso: "Las puntuaciones de los dos dados no son ambas impares ni ambas iguales".

   (d) ¿Son independientes los sucesos M y N? Razona la respuesta.

9. Se dispone de una bolsa con 5 bolas negras y 3 bolas rojas, todas del mismo tamaño. Se dispone también de una moneda trucada de tal forma que la probabilidad de que salga "cara" es cuatro veces la probabilidad de que salga "cruz". Se lanza la moneda. Si sale cara introducimos en la bolsa 2 bolas negras iguales a las existentes. Si sale cruz entonces sacamos de la bolsa una bola roja. Se pide:

(a) Determina la probabilidad de que en la bolsa resultante después de lanzar la moneda no haya variado el número de bolas negras.

(b) Lanzamos la moneda y realizamos la operación que proceda. A continuación extraemos al azar una bola de la bolsa. Determina la probabilidad de que sea de color negro.

10. La diferencia entre la probabilidad de un suceso M y la probabilidad del contrario de otro suceso N es $-0{,}3$. Sabiendo que, cuatro veces la probabilidad de M es igual a tres veces la probabilidad de N y que la probabilidad de la intersección de los sucesos M y N es 0,1, se pide:

    (a) Probabilidad de que se verifique alguno de los sucesos M o N.

    (b) Probabilidad de que se verifique únicamente el suceso M o únicamente el suceso N.

    (c) Probabilidad de que no se verifique ninguno de los dos.

    (d) ¿Son independientes los sucesos M y N? Razona la respuesta.

11. Se sortea un viaje entre los 120 empleados de una empresa. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a una mujer soltera?

    b) Si el premio recae en una persona casada, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre?

12. En un colectivo profesional formado a partes iguales por ambos sexos, el estrés afecta a un 35 % de los hombres y a una de cada cuatro mujeres. Elegida una persona al azar, calcular la probabilidad de que:

    a) Tenga estrés.

    b) Padeciendo estrés sea hombre.

13. En el primer curso de una determinada Facultad hay dos grupos A y B. En el grupo A hay 60 varones y 40 mujeres, y en el grupo B hay 64 varones y 16 mujeres. La probabilidad de elegir un alumno del grupo A es $1/3$ y la de elegir uno del grupo B es de $2/3$.

    a) Calcular la probabilidad de elegir un varón.

    b) Si hemos elegido un varón, ¿cuál es la probabilidad de que esté en el grupo A?

14. Una clase de 2.º de Bachillerato está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido inglés como asignatura optativa. Elegido un alumno al azar:

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico o estudie inglés?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y no estudie inglés?

4. Ejercicios propuestos de Inferencia Estadística

1. En una de las pruebas de acceso a la Universidad, la variable "puntuación obtenida en la materia de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II" se distribuye normalmente con una desviación típica de 1,38. En una muestra de 50 alumnos se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de $4,93$ puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 92 % y explica el significado de este intervalo.

2. Las alturas, expresadas en centímetros de los estudiantes de segundo de Bachillerato se distribuye normalmente con una desviación típica de 20 cm. En un colectivo de 500 estudiantes de segundo de Bachillerato se ha obtenido una media de 160 cm.

   1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores estará la media de la altura de la población total de estudiantes de segundo de Bachillerato.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

3. En una muestra de 100 alumnos de bachillerato se ha obtenido una media de 10 en una prueba de aptitud numérica. La aptitud numérica es una variable que se distribuye normalmente en la población con desviación típica igual a 4. Halla un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 93 %. Interpreta el significado de este intervalo.

4. En una prueba ciclista contra-reloj, la variable aleatoria: "Tiempo que tarda un corredor en recorrer la distancia de 22 kilómetros" se distribuye normalmente con una desviación típica de 3 minutos. Queremos estimar la media de la población. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra que hemos de tomar si queremos que el nivel de confianza sea del 94 % y el error admisible no supere el valor de 0,8?

5. Se sabe que el contenido de fructosa de cierto alimento sigue una distribución normal cuya varianza es conocida teniendo un valor de 0,25. Se desea estimar el valor de la media poblacional mediante el valor de la media de una muestra, admitiéndose un error máximo de 0,2 con una confianza del 95 %. ¿Cuál ha de ser el tamaño de la muestra?

6. Según un estudio realizado durante el año 1999 en un hospital, la distribución de los pesos de los recién nacidos fue normal con una media de 3,450 Kg. y una desviación típica de 0,52 Kg. A lo largo de este año se ha analizado el peso de 36 recién nacidos tomados al azar, obteniéndose una media de 3,300 Kg. ¿Podemos afirmar que esta diferencia es debida al azar con una confianza del 95 %? Con el mismo nivel de confianza, ¿cambiaría la respuesta si la media de 3.300 Kg. se hubiera obtenido al analizar el peso de 81 recién nacidos tomados al azar?