

Binomio de Newton

El desarrollo de la potencia n -sima del binomio $(a+b)$ es:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-2} a^2 b^{n-2} + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

Donde los coeficientes son los números combinatorios:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$n!$ se lee n factorial y corresponde a la multiplicación de todos los valores enteros desde n a 1:

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Ejemplo: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Ejemplos del binomio de Newton:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 a b + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3 a^2 b + 3 a b^2 - b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4a b^3 + b^4$$

$$(a - b)^4 = a^4 - 4a^3 b + 6a^2 b^2 - 4a b^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a b^4 + b^5$$

$$(a - b)^5 = a^5 - 5a^4 b + 10a^3 b^2 - 10a^2 b^3 + 5a b^4 - b^5$$

Triángulo de Pascal / Tartaglia - Coeficientes binomiales - Números combinatorios

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|---|
| n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | 1 | 2 | 1 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | | | |
| 7 | | | | | | | | | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | | | |
| 8 | | | | | | | | | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 | | |
| 9 | | | | | | | | | 1 | 9 | 36 | 84 | 126 | 126 | 84 | 36 | 9 | 1 | |
| 10 | | | | | | | | | 1 | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 |

Obsérvese que cada valor se obtiene sumando los dos valores que se hallan encima en la fila anterior.

Se observa también una simetría izquierda-derecha en la serie de coeficientes para cada valor de n .

Ello es consecuencia de la siguiente propiedad de simetría de los números combinatorios:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$