

# CONCEPTOS BÁSICOS DE ARITMÉTICA

## 1. NÚMEROS REALES

### 1.1. NÚMEROS NATURALES

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

*Operaciones internas* (el resultado es un número natural)

- Suma y producto

*Operaciones externas* (el resultado puede no ser un número natural)

- Resta y división

### 1.2. NÚMEROS ENTEROS

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Operaciones:

Suma:

- a) Si los dos números tienen el mismo signo se suman y se pone el signo común.

$$(+2) + (+3) = +5$$

$$(-2) + (-3) = -5$$

- b) Si tienen distinto signo, se restan y se pone el signo "del mayor".

$$-2 + (+2) = 0$$

$$2 + (-3) = -1$$

Resta:

Se suma el primero con el opuesto<sup>1</sup> del segundo número.

$$(-2) - (+2) = -2 + (-2) = -4$$

$$-2 - (-3) = -2 + (+3) = 1$$

Multiplicación:

Primero se multiplican los signos (aplicando la regla de los signos) y después los números (como siempre).

Regla de los signos:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

División:

Primero se dividen los signos (aplicando la regla de los signos) y después se dividen los números (como siempre).

<sup>1</sup> Recuerda que el opuesto de un número se obtiene cambiándole el signo.

### Regla de los signos:

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

La suma, la resta y la multiplicación de números enteros son operaciones internas. Sin embargo la división no es una operación interna ( $3 : 2 = 1,5$  que no es un número entero. Esto se escribe  $1,5 \notin \mathbb{Z}$ ).

### 1.3. NÚMEROS RACIONALES

Fracción: división de números enteros

$$\frac{a}{b} \leftarrow \text{numerador}$$

$$b \leftarrow \text{denominador}$$

Numerador: partes que se toman

Denominador: partes en que se divide la "unidad"

Expresión decimal de una fracción: para hallarla basta con efectuar la división correspondiente.

Fracciones equivalentes: Dos fracciones son equivalentes cuando sus productos cruzados son iguales o cuando tienen el mismo valor decimal.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Fracción irreducible: Aquella que no se puede simplificar más, es decir, no podemos dividir numerador y denominador por un número distinto de 1.

Números racionales:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \text{ y } m.c.d.(a, b) = 1 \right\}$$

Un número racional es una fracción y todas sus equivalentes. Generalmente se representa mediante su fracción irreducible.

Operaciones con números racionales:

Suma y resta:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(m:b) \cdot a}{m} \pm \frac{(m:d) \cdot c}{m} = \frac{(m:b) \cdot a \pm (m:d) \cdot c}{m}$$

donde  $m = m.c.m.(b, d)$ .

Multiplicación: (en línea; numerador por numerador y denominador por denominador)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División: (en cruz)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

### Números decimales exactos y periódicos:

- Decimal Exacto: Tiene un número limitado de cifras decimales.
- Periódico: Se llama período a la cifra o grupo de cifras que se repiten a partir de un determinado lugar y de forma indefinida.
  - o Puro: El período empieza justo después de la coma.
  - o Mixto: Entre la coma y el período hay una o varias cifras que reciben el nombre de anteperíodo.

Fracción generatriz de un número decimal: es la fracción que representa a dicho número.

a) De un número decimal exacto

*Numerador:* N° sin coma

*Denominador:* Un uno (1) seguido de tantos ceros (0) como cifras decimales tenga el número.

b) De un número periódico puro

*Numerador:* (Número sin coma) – (Parte entera)

*Denominador:* Tantos nueves (9) como cifras tenga el período.

c) De un número periódico mixto

*Numerador:* (N° si coma) – (N° que resulta de quitar la coma y el período)

*Denominador:* Tantos (9) como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros (0) como cifras tenga el anteperíodo.

### Propiedad:

$$\mathbb{Q} = \{\text{números racionales}\} = \{\text{números decimales exactos o periódicos}\}$$

Esto quiere decir que “todo número racional se expresa como un número decimal exacto o periódico, y que todo número decimal exacto o periódico se puede expresar como un número racional (esto es, en forma de fracción)”.

## 1.4. NÚMEROS IRRACIONALES

Son los números decimales que no son ni exactos ni periódicos.

$$\mathbb{I} = \{\text{números irracionales}\} = \{\text{números decimales no exactos ni periódicos}\}$$

Ejemplos:  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e, \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \dots$

## 1.5. NÚMEROS REALES

$$\mathbb{R} = \{\text{números reales}\} = \{\text{números racionales o irracionales}\} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Recuerda que hay números que no son reales:  $\sqrt{-1}, \sqrt{-2}, \sqrt[4]{-3}, \dots$

# 2. POTENCIAS

- De exponente natural:  $x^n = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$  con  $n \in \mathbb{N}$

- De exponente cero:  $x^0 = 1$  siempre que  $x \neq 0$

- De exponente negativo:  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$  siempre que  $x \neq 0$

- De exponente fraccionario:  $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$

#### Propiedades de las potencias:

(1)  $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

(2)  $x^n : x^m = x^{n-m}$

(3)  $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

(4)  $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

(5)  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$

### **3. JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES**

(1) Paréntesis (de dentro hacia fuera): ( ), [ ], { }...

(2) Potencias y raíces

(3) Multiplicaciones y divisiones

(4) Sumas y restas

Las operaciones que están en el mismo nivel de la jerarquía tienen la misma importancia y por tanto se pueden realizar en el orden que más nos convenga.

Cuando haya varias operaciones consecutivas del mismo nivel y no estén separadas por paréntesis, se realizarán siempre de izquierda a derecha.